Jukka Hatakka
Heikki Saari
Jarmo Sirviö
Jouni Viiri

Sanoma Pro Oy
Helsinki

# Physica 3

Aallot

**Tiedustelut**
Sanoma Pro Oy, Helsinki
puh. 020 391 000
sähköposti: asiakaspalvelu@sanomapro.fi

www.sanomapro.fi

Kustantaja: Sanoma Pro Oy
Tämä aineisto on digitaalinen rinnakkaisversio tuotteesta
ISBN 978-952-63-0906-4 Physica 3 Aallot

12 kk lisenssi ISBN 978-952-63-1909-4
48 kk lisenssi ISBN 978-952-63-1910- 0

Toimitus: Eero Taipalus
Ulkoasu: Sari Jeskanen
Taitto: Eija Högman ja Sari Jeskanen
Kuvitus: Pekka Könönen
Kuvatoimitus: Anita Kokkila ja Nina Tuittu

© Heikki Saari, Jarmo Sirviö, Jouni Viiri ja Sanoma Pro Oy

**Kopiointiehdot**
Tämä teos on digitaalinen oppikirja, joka on suojattu tekijänoikeuslailla (404/61).

# Lukijalle

Physica 3 on lukion fysiikan kolmannen kurssin oppikirja. Kurssi on fysiikan toinen syventävä kurssi, jonka tavoitteena on opiskella luonnon jaksollisia ilmiöitä ja perehtyä niitä selittäviin periaatteisiin. Kirjassa käsitellään värähdys- ja aaltoliikkeen perusteita sekä tutkitaan mekaanista värähtelyä, ääntä ja sähkömagneettisia aaltoja.

Fysiikan syventävät kurssit muodostavat kokonaisuuden, jossa käydään läpi fysiikan keskeiset osa-alueet. Tällä toisella syventävällä kurssilla perehdytään aaltoilmiöihin heijastumisen, taittumisen ja interferenssin avulla. Aaltoilmiöitä tarkastellaan joko mekaanisten aaltojen (veden tai ääniaaltojen) tai sähkömagneettisten aaltojen (valon) näkökulmasta. Esimerkit otetaan aina sieltä, missä ne havaitaan parhaiten, ja tulokset yleistetään koskemaan muita aaltoliikkeitä.

Kirjan kuvitus on suunniteltu niin, että se havainnollistaa kaikkialla ympärillämme havaittavia aaltoilmiöitä. Monet niistä, esimerkiksi ilmakehän valo- ja väri-ilmiöt, jäävät helposti huomaamatta, jos niistä ei tiedä mitään. Mutta jos niitä osaa tutkia, niistä saa mielenkiintoisen ja alati muuttavan tarkkailukohteen.

Tässäkin kirjassa fysiikkaa lähestytään Physica-sarjan keskeisten periaatteiden mukaisesti. Käsitteiden oikeaan määrittelemiseen ja täsmälliseen käyttämiseen on kiinnitetty paljon huomiota. Aaltoliikkeen, erityisesti ääni- ja vaIoilmiöiden, kuvaamiseen käytetään monia eri malleja. Kirjaa kirjoitettaessa on pidetty erityisen tärkeänä sitä, että nämä mallit erottuvat toisistaan selvästi.

Fysiikan syventävien kurssien yhtenä keskeisenä tavoitteena on antaa valmiuksia lukion jälkeisiin opintoihin luonnontieteellisillä ja luonnontieteitä soveltavilla aloilla. Tekijäryhmä toivottaa mielenkiintoisia hetkiä aaltoilmiöiden parissa.

Joensuussa, Jyväskylässä ja Oulussa
20.12.2012
*Tekijät*

# Sisällys


Aaltoja on kaikkialla ..... 6
Vesiaalto saa kohon värähtelemään ..... 6
Veden aaltoliike on mekaanista aaltoliikettä, ja valo on sähkömagneettista aaltoliikettä ..... 7

1 Aaltoliikkeen perusyhtälö ..... 8
Aaltoliike voi olla poikittaista tai pitkittäistä ..... 8
Yksi värähdys synnyttää yhden aallon ..... 9
Aaltoliikkeen taajuus ja amplitudi ..... 9
Aaltoliikkeen perusyhtälö pätee kaikille aalloille ..... 10
Ääntä ja valoa voidaan mallintaa aalloilla ..... 10
Kaukana aaltolähteestä aallot ovat tasoaaltoja ..... 11
Ekstra: Maan peruskallion värähtely on maanjäristys ..... 12
Ekstra: Tsunami ..... 12

2 Värähdysliike ja harmoninen voima ..... 18
Veden pinnan liikettä voidaan mallintaa jousen avulla ..... 18
Värähdysliikettä kuvaavat suureet ..... 18
Jousivoima riippuu jousen venymästä ..... 19
Kulmakerroin ilmaisee jousen jousivakion suuruuden ..... 19
Harmoninen voima on venymälle vastakkaissuuntainen ..... 20

3 Harmoninen värähdysliike ..... 26
Harmoninen voima aiheuttaa harmonisen värähdysliikkeen ..... 26
Jousen harmonisen värähtelyn jaksonaika ..... 26
Heilurin liikettä mallinnetaan harmonisella liikkeellä ..... 27
Vaihe on jaksollisen liikkeen säännöllisesti toistuva tila ..... 27
Värähtelijän rata, nopeus ja kiihtyvyys ..... 28

4 Mekaaninen aaltoliike on värähtelijöiden kytkettyä liikettä ..... 34
Aallon etenemistä mallinnetaan kytketyillä värähtelijöillä ..... 34
Aaltoliikkeen esittäminen paikan ja ajan funktiona . 35
Ääni on pitkittäistä mekaanista aaltoliikettä ..... 35
Kappale värähtelee ominaistaajuudella ..... 36
Kaksi värähtelijää voi olla resonanssissa ..... 36
Resonanssista on hyötyä ja haittaa ..... 37

5 Aaltojen heijastuminen ja taittuminen ..... 43
Rajapinnassa aaltoliikkeen nopeus muuttuu ..... 43
Säde ilmaisee aaltoliikkeen etenemissuunnan ..... 43
Kaiku on äänen heijastumista ..... 44
Heijastumislaki pätee kaikille aaltoliikkeille ..... 44
Vesiaallot taittuvat veden syvyyden muuttuessa ..... 45
Taittumislaki pätee kaikille aaltoliikkeille ..... 46
Ekstra: Taittumislain johtaminen ..... 46

6 Valon käyttäytyminen aineiden rajapinnassa ..... 52
Valo etenee homogeenisessa aineessa suoraviivaisesti ..... 52
Valon nopeus väliaineessa ja taitekerroin ..... 53
Rajapinnan taitesuhde valolle on taitekertoimien suhde ..... 54
Valon taittumislaki ilmaistaan Snellin lakina ..... 54
Tasapaksussa lasilevyssä tapahtuu yhdensuuntaissiirtymä ..... 55
Prisman rajapinnat taittavat valoa samaan suuntaan 55

7 Valon ja äänen kokonaisheijastuminen ..... 62
Ilman ja veden rajapinta äänelle ja valolle ..... 62
Kokonaisheijastumisessa aaltoliike ei läpäise rajapintaa ..... 62
Kokonaisheijastuksen rajakulman laskeminen ..... 63
Valon kokonaisheijastuksen rajakulma taitekertoimien avulla ..... 63
Ääni kokonaisheijastuu ilma–vesi-rajapinnassa ..... 64
Kangastus syntyy lämpimän ja kylmän ilman rajapintaan ..... 64
Kokonaisheijastus optisissa laitteissa ..... 65
Optisen kuidun toiminta perustuu kokonaisheijastukseen ..... 65

8 Linssit kokoavat ja hajottavat valoa ..... 70
Sädeoptiikan perusteet ..... 70
Kupera ja kovera linssi ..... 70
Kuvan muodostuminen kuperassa linssissä ..... 71
Kuvan muodostuminen koverassa linssissä ..... 71
Ohuen kuperan linssin läpi kulkevat erityiset valonsäteet ..... 72
Kupera linssi muodostaa todellisen kuvan tai valekuvan ..... 72
Ohuen koveran linssin läpi kulkevat erityiset valonsäteet ..... 73
Kovera linssi muodostaa aina valekuvan ..... 73
Linssien kuvausyhtälö ja viivasuurennos ..... 74
Linssin taittovoimakkuuden yksikkö on dioptria ..... 74

Silmässä on kupera linssi ... 75
Kaukonäköinen tarvitsee kuperan linssin ja likinäköinen koveran linssin ... 75

9 Peilit heijastavat valoa ... 82
Tasopeili muodostaa valekuvan ... 82
Pallopeilit ovat joko koveria tai kuperia ... 82
Kuvan muodostuminen peileissä ... 83
Pallopeilistä heijastuvat erityiset valonsäteet ... 84
Pallopeilin muodostama kuva voi olla todellinen tai valekuva ... 84
Peilien kuvausyhtälö ... 85
Peili- ja linssisysteemit ... 85
Parabolinen peili on sekä lähetin että vastaanotin ... 86

10 Aaltoliikkeiden yhteisvaikutus ... 92
Interferenssi on aaltojen yhteisvaikutusta ... 92
Summa-aalto saadaan superpositioperiaatteella ... 92
Superpositioperiaate jousen pulssien yhdistymisessä ... 93
Huygensin periaate mallintaa aaltorintaman etenemistä ... 94
Aallon vaihe ja aallon kahden kohdan vaihe-ero ... 94
Kahden aallon vaihe-ero ... 95
Aaltojen vaihe-ero ratkaisee interferenssin laadun ... 96

11 Diffraktio ja interferenssi ... 102
Aaltorintaman muoto muuttuu diffraktiossa ... 102
Raon leveys vaikuttaa diffraktion voimakkuuteen ... 102
Erilaisia valonlähteitä ... 103
Kaksoisraon molemmissa raoissa tapahtuu diffraktio ... 104
Eri raoista tulevat aallot interferoivat ... 104
Interferenssiyhtälö kaksoisraolle ... 105
Hilassa on monta rakoa ... 106
Ohuissa kalvoissa tapahtuu valon interferenssi ... 106
Mistä kolibrin höyhenten metallinhohtoiset värit johtuvat? ... 107

12 Valo ja värit – valo ilmiönä ... 112
Valon väri liittyy valon aallonpituuteen ... 112
Valkoinen valo hajoaa väreihin prismassa ... 113
Valkoinen valo hajoaa väreihin hilassa ... 113
Siroaminen on mikrotason ilmiö ... 114
Värit ja näkeminen ... 115
Yhdistelevä värijärjestelmä ja vähentävä värijärjestelmä ... 116
Valaistussuureet ovat tehosuureita ... 117
Valovoima on SI-järjestelmän perussuure ... 117
Ultraviolettisäteilyltä on syytä suojautua ... 118
Mustavalolamppu lähettää ultraviolettisäteilyä ... 118

13 Valon polarisaatio ... 123
Valoa mallinnetaan sähkö- ja magneettikentän aaltoina ... 123
Polarisoituneen valon sähkökenttä värähtelee vain yhdessä suunnassa ... 123
Polarisoivaa levyä sanotaan polarisaattoriksi ... 124
Eristeen pinnasta heijastunut valo on polarisoitunutta ... 124
Brewsterin laki ... 125
Polarisoituneelle valolle on paljon sovelluksia ... 125

14 Seisova aaltoliike jännitetyssä kielessä ... 129
Seisova aaltoliike ei etene eikä kuljeta energiaa ... 129
Seisova aaltoliike on interferenssin seurausta ... 130
Seisova aalto jännitetyssä kielessä ... 130
Kolme ensimmäistä jännitetyn kielen seisovaa aaltoa ... 131
Muita seisovia aaltoja ... 131
Seisovat aallot voivat olla myös kaksiulotteisia ... 132

15 Seisovat ääniaallot, huojunta ja Dopplerin ilmiö ... 136
Ääni syntyy putkessa ilmapatsaan värähtelynä ... 136
Toisesta päästä avoimen putken ominaistaajuudet ... 136
Molemmista päästä avoimen putken ominaistaajuudet ... 137
Viulun ilmatila ja kieli resonoivat ... 137
Huojunta on interferenssi-ilmiö ... 138
Dopplerin ilmiö johtuu äänilähteen ja havaitsijan liikkeestä ... 139
Suihkuhävittäjä voi murtaa äänivallin ... 140

16 Kuultava ääni – ääni ilmiönä ... 145
Äänen nopeus riippuu väliaineesta ... 145
Ihmisen kuulema taajuusalue on kuuloalue ... 146
Äänen voimakkuus ja intensiteetti ... 146
Äänen intensiteettitason yksikkö on dB ... 147
Äänekkyystason yksikkö on foni ... 148
Infraääni voidaan tuntea värähtelynä ... 148
Ultraäänellä on monia sovelluksia ... 149
Melu on häiritsevää ääntä ... 149

Kertaustehtävät ... 153
Tehtävien vastaukset ... 158
Hakemisto ... 160

# Aaltoja on kaikkialla

Veden pinnalla kelluva koho liikkuu edestakaisin paikallaan, vaikka aallot selvästi etenevät. Koho on värähdysliikkeessä.

Kun aaltoliike etenee väliaineessa, väliaineen rakenneosat liikkuvat edestakaisin eivätkä siirry aallon mukana. Tämä on yksi aaltoliikkeen ominaisuus.

## Vesiaalto saa kohon värähtelemään

Veteen heitetty kivi synnyttää vedenpintaan aaltoja. Vedessä näkyy aallon harjoja ja aallon pohjia. Vedessä etenee tällöin aaltoliike.

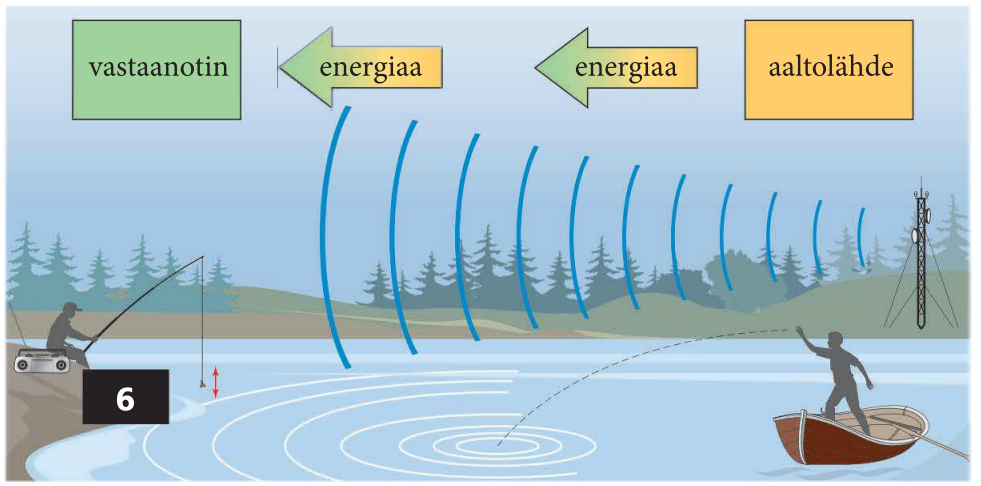
Kun aaltoliike etenee, veden pinnalla kelluva koho liikkuu edestakaisin: välillä koho nousee aallon harjalle ja välillä laskee aallon pohjalle. Koho on **värähdysliikkeessä**. Värähdysliike on toistuvaa jaksollista liikettä. Aaltojen mentyä ohi vedenpinta tasoittuu.

Vesi ja koho liikkuvat edestakaisin ylös ja alas, mutta eivät siirry aaltojen mukana. Vesi on **aaltoliikkeen väliaine**.

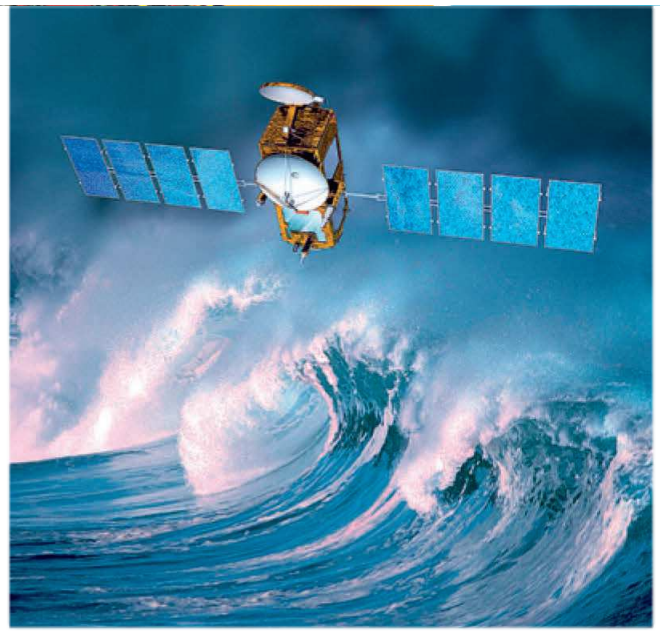
Vastaavalla tavalla kuin kivi on vesiaallon **aaltolähde**, äänihuulemme toimivat ääniaaltojen lähteenä, kun puhumme. Äänen etenemistä ilmassa voidaan mallintaa aaltoliikkeenä, jossa ilmamolekyylit värähtelevät. Ääniaaltojen vaikutuksesta tärykalvo korvassa alkaa värähdellä. Tärykalvo on aaltoliikkeen **vastaanotin**.

Kaikilla aaltoliikkeillä on samankaltaisia ominaisuuksia. Värähtelijä synnyttää aaltoliikkeen. Aallot etenevät ja saavat vastaanottimen värähtelemään.

Veteen heitetty kivi on aaltolähde. Se siirtää energiaa veden aaltoihin. Ongenkoho toimii vastaanottimena, sillä se värähtelee vedenpinnalla vesiaaltojen määräämällä tavalla. Vastaavasti telemastossa on lähetin, ja radion sekä matkapuhelimen antennit toimivat vastaanottimena.




Valtamerien suuret aallot kuljettavat mukanaan energiaa tuhansia kilometrejä ennen rantaan iskeytymistä. Vaikka jokainen aalto sisältää paljon vettä, vesi ei juurikaan kulje aaltojen mukana. Liikkuakseen lainelautailijan on oltava aallon ”etureunassa” eli laskettava koko ajan alamäkeä.



Vesiaallot ovat mekaanista aaltoliikettä. Radioaallot ovat sähkömagneettista aaltoliikettä. Niillä on samankaltaisia ominaisuuksia.

**Mekaaninen aaltoliike**
Aaltoliikettä, joka tarvitsee edetäkseen väliaineen, sanotaan mekaaniseksi aaltoliikkeeksi. Mekaanisessa aaltoliikkeessä aine ei itse etene.

**Sähkömagneettinen aaltoliike**
Sähkömagneettinen aalto etenee sekä väliaineessa että tyhjiössä.

## Veden aaltoliike on mekaanista aaltoliikettä, ja valo on sähkömagneettista aaltoliikettä

Veden aallot, ääniaallot ja jousen aallot etenevät vain väliaineessa. Aaltoliikettä, joka tarvitsee väliaineen, sanotaan **mekaaniseksi aaltoliikkeeksi**. Käden edestakainen liike synnyttää kierrejouseen mekaanisen aaltoliikkeen.

**Sähkömagneettinen aaltoliike** syntyy, kun elektroni tai jokin muu varattu hiukkanen värähtelee. Sähkömagneettinen aaltoliike, esimerkiksi näkyvä valo tai radioaallot, etenee myös avaruudessa vaikka siellä on lähes tyhjiö. Valo ei tarvitse väliainetta. Valo ei siten ole mekaanista aaltoliikettä.

Energia, jota aaltolähde syöttää väliaineeseen, leviää aaltoliikkeen mukana kaikkiin suuntiin. Osa mekaanisten aaltojen energiasta muuntuu aineen sisäisissä vuorovaikutuksissa väliaineen sisäenergiaksi eli aineen lämpöenergiaksi ja rakenneosien välisten sidosten potentiaalienergiaksi. Aaltoliike vaimenee vähitellen. Myös sähkömagneettinen aaltoliike vaimenee väliaineessa, koska väliaine **absorboi** eli imee aaltoliikkeen energiaa.

Keinun liike on värähdysliikettä.

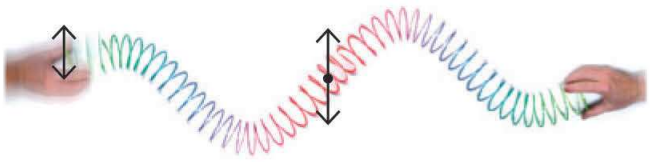
Kitaran kieli värähtelee. Värähdysliike on jaksollista toistuvaa liikettä.

Soidessaan koko herätyskello voi värähdellä.

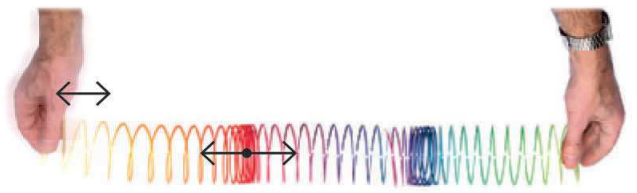
Metronomin heilurin liike on värähdysliikettä.

Mikroaaltouuni ja tutka toimivat mikroaaltojen avulla.

# 1 Aaltoliikkeen perusyhtälö



Kun jousen toista päätä heilutetaan edestakaisin, jouseen syntyy poikittainen aaltoliike.



Jousessa etenevä pitkittäinen aaltoliike havaitaan tihentyminä ja harventumina.

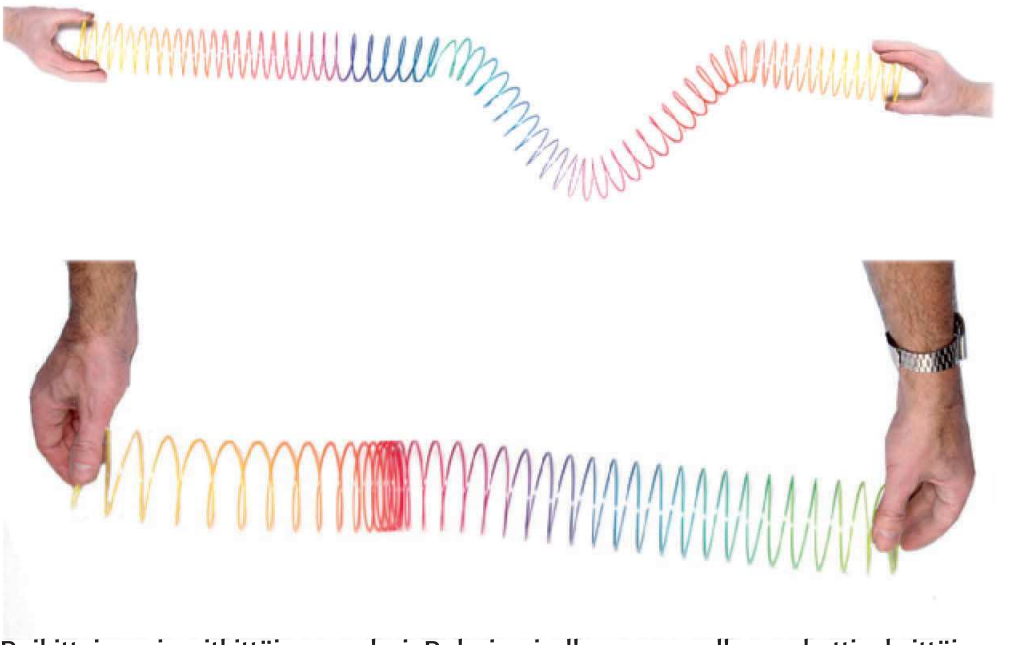
Poikittainen mekaaninen aaltoliike voi edetä vain kiinteissä aineissa. Pitkittäinen mekaaninen aaltoliike voi edetä kiinteän aineen lisäksi myös nesteiden sisällä ja kaasuissa.

## Aaltoliike voi olla poikittaista tai pitkittäistä

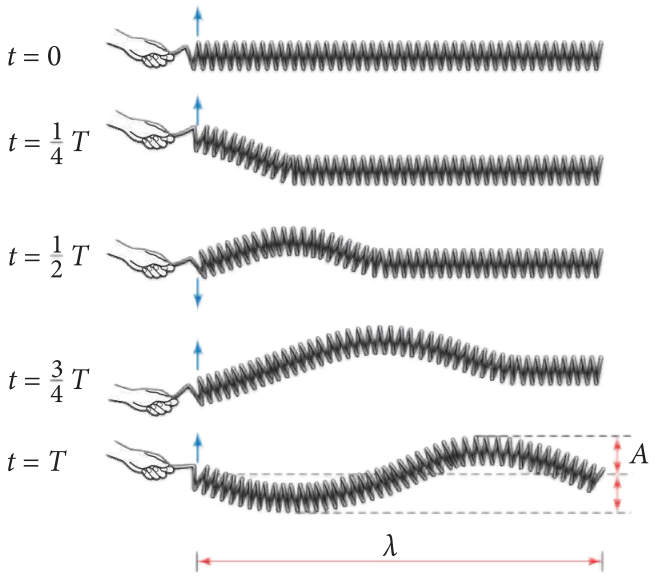
Mekaanisen värähdysliikkeen synnyttämä aaltoliike voi kiinteissä aineissa olla joko poikittaista tai pitkittäistä aaltoliikettä. **Poikittaisessa aaltoliikkeessä** värähtelyt ovat aallon etenemissuuntaa vastaan kohtisuoria, ja **pitkittäisessä aaltoliikkeessä** värähtelyt tapahtuvat aallon etenemissuunnassa.

Veden pinnan aallot ja jousessa etenevät aallot ovat poikittaista aaltoliikettä. Jousessa etenevä pitkittäinen aaltoliike havaitaan tihentyminä ja harventumina.

Poikittainen mekaaninen aalto voi edetä vain kiinteissä aineissa. Pitkittäinen mekaaninen aalto voi edetä kiinteän aineen lisäksi myös nesteiden sisällä ja kaasuissa. Mekaanisen aallon eteneminen perustuu muun muassa aineen rakenneosien välisiin kimmoisiin törmäyksiin ja rakenneosien välisiin sidoksiin. Nesteissä ja kaasuissa rakenneosien poikittaiset palautusvoimat ovat pieniä.



Poikittainen ja pitkittäinen pulssi. Pulssi voi olla usean aallon paketti, yksittäinen aalto tai aallon osa.



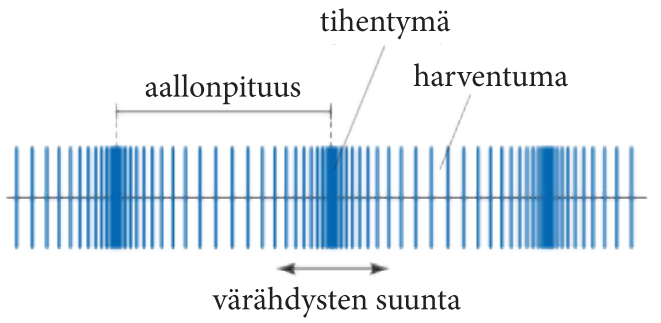

Jokainen edestakainen heilautus synnyttää jouseen yhden aallon.

## Yksi värähdys synnyttää yhden aallon

Kuvassa heilautetaan jousen päätä edestakaisin niin, että jouseen syntyy poikittainen aalto. Tällöin käsi on värähtelijä. Jokainen edestakainen heilautus synnyttää jouseen yhden aallon.

Tällaista edestakaista heilautusta sanotaan **jaksoksi**. Kun käsi on lähtenyt liikkeelle jostain kohdasta ja käynyt molemmissa ääriasennoissa ja palannut lähtökohtaansa, käsi on suorittanut yhden **värähdyksen**.

Käden yhden värähdyksen aikana jouseen syntyy yksi aalto, kahden värähdyksen aikana jouseen syntyy kaksi aaltoa ja niin edelleen. Peräkkäisten aallonharjojen (tai -pohjien) välinen etäisyys on aallon **aallonpituus** $\lambda$ (*lambda*). Aallot ja aaltojen muodostama aaltoliike etenee jousessa yhden jakson **jaksonaikana** $T$ yhden **aallonpituuden** $\lambda$ pituisen matkan. Aallonpituuden yksikkö on 1 m (metri) ja jaksonajan yksikkö on 1 s (sekunti).

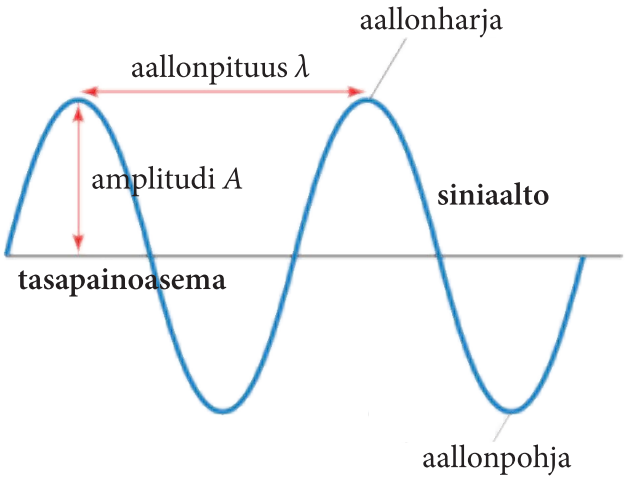



Aallonpituus poikittaisessa aaltoliikkeessä on esimerkiksi tihentymien välimatka.

## Aaltoliikkeen taajuus ja amplitudi

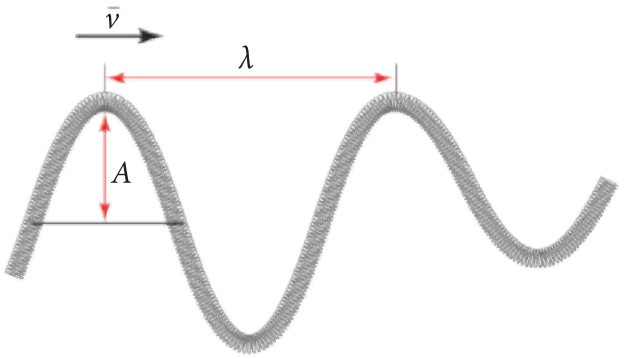
Jaksonajan $T$ käänteisarvoa sanotaan **taajuudeksi** $f = \frac{1}{T}$. Taajuuden yksikkö on $[f] = 1\frac{1}{\text{s}} = 1\,\text{Hz}$ (hertsi). Aaltoliikkeen taajuus kuvaa, kuinka monta aaltoa on mennyt tarkkailukohdan ohi sekunnissa.

Aallon suurinta poikkeamaa tasapainoasemasta sanotaan **amplitudiksi** $A$ eli laajuudeksi. Ääriasentojen, aallonharjan ja aallonpohjan, välimatka on $2A$.




Kuvan esittämää aallon muotoa sanotaan siniaalloksi, joka on aaltoliikkeen yksinkertainen perusmalli. Kuvassa on esitetty, miten aallonpituus $\lambda$ ja amplitudi $A$ on määritelty.

**Aaltoliikkeen perussuureet**
**Amplitudi** $A$ on aallon suurin poikkeama tasapainoasemasta.
**Aallonpituus** $\lambda$ on muun muassa aallon vierekkäisten harjojen välinen etäisyys.
**Jaksonaika** $T$ on aika, jonka kuluessa aaltoliike etenee aallonpituuden mittaisen matkan.
**Taajuus** $f$ on jaksonajan käänteisarvo $f = \frac{1}{T}$.




Aalto etenee aallonpituuden $\lambda$ verran jaksonajan $T$ aikana.

**Aaltoliikkeen perusyhtälö**
Aaltoliikkeen etenemisnopeus on $v = f\lambda$, jossa
$\lambda$ on aallonpituus ja
$f$ on taajuus.

**Taajuus, nopeus ja aallonpituus**
Aaltolähde määrää aaltoliikkeen taajuuden, ja aine, jossa aaltoliike etenee, määrää aallon nopeuden. Aallonpituus määräytyy aaltoliikkeen taajuuden ja nopeuden perusteella.

Valo, sekä yleisesti sähkömagneettinen aaltoliike, on poikittaista aaltoliikettä. Ilmassa ääni on pitkittäistä aaltoliikettä.

## Aaltoliikkeen perusyhtälö pätee kaikille aalloille

Aaltoliikkeen nopeus on vakio homogeenisessa väliaineessa. Tällöin aaltoliikkeen nopeus voidaan laskea tasaisen liikkeen yhtälöllä

$$v = \frac{s}{t},$$

jossa $s = \lambda$ ja $t = T$. Siten esimerkiksi aaltoliikkeessä olevien aaltojen aallonharjat etenevät nopeudella

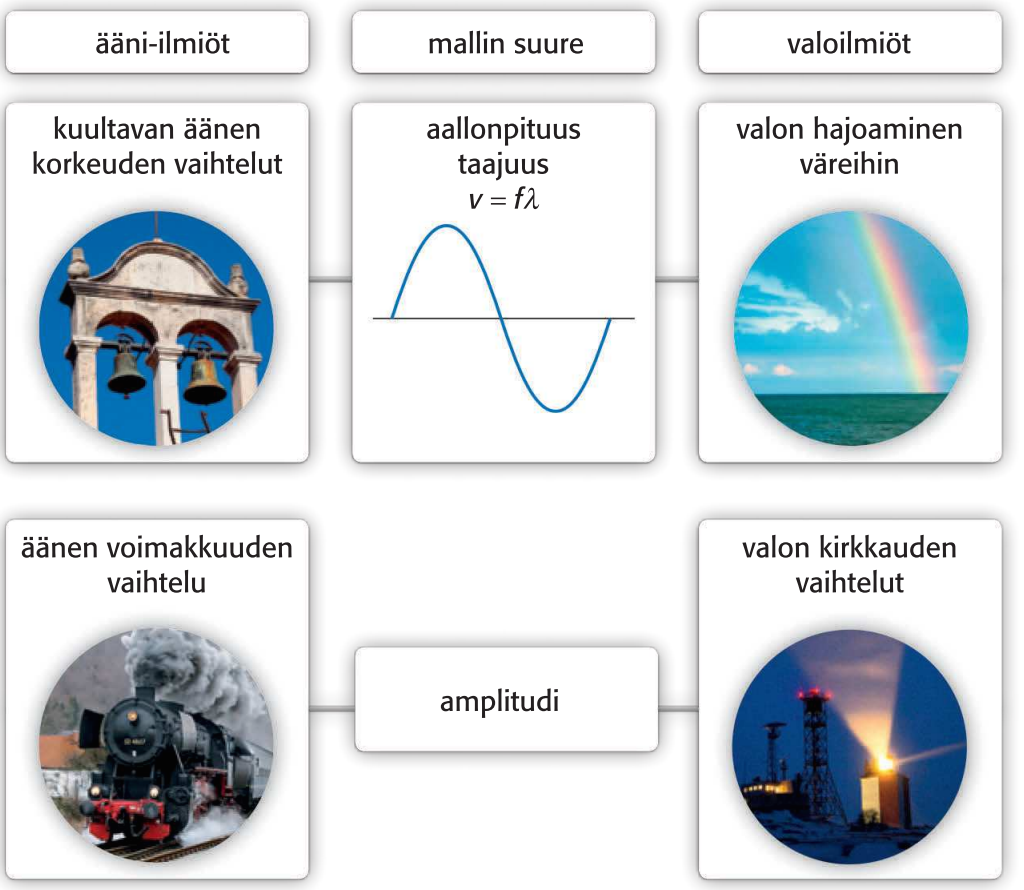
$$v = \frac{\lambda}{T}.$$

Koska taajuus on $f = \frac{1}{T}$, niin aaltoliikkeen etenemisnopeus on $v = f\lambda$. Yhtälöä sanotaan **aaltoliikkeen perusyhtälöksi**, ja se on voimassa sekä mekaanisille että sähkömagneettisille aalloille.

Aaltoliikkeen taajuuden määrää aaltolähde, ja aaltoliikkeen etenemisnopeus riippuu väliaineesta. Aallonpituus määräytyy yhtälön $\lambda = \frac{v}{f}$ mukaisesti – siis väliaine ja lähde määräävät yhdessä aallonpituuden.

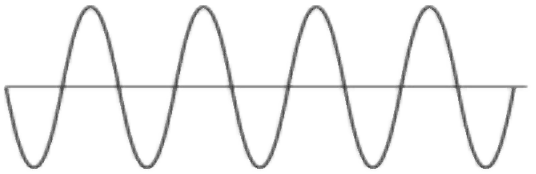
## Ääntä ja valoa voidaan mallintaa aalloilla

Valon ja äänen havaittavat ominaisuudet liittyvät valo- ja ääniaaltojen fysikaalisiin ominaisuuksiin, joita kuvataan suureilla amplitudi, aallonpituus, jaksonaika ja taajuus.

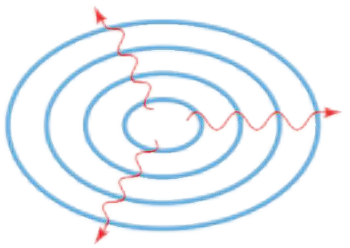



**Ääni-ilmiöt**
Äänessä taajuuden vaihtelut havaitaan äänen korkeuden vaihteluina. Amplitudin muuttuminen muuttaa äänen voimakkuutta.

**Valo-ilmiöt**
Näkyvän valon alueella eri aallonpituudet vastaavat eri värejä. Aallonpituudeltaan erilaiset valoaallot eroavat toisistaan, ja taivaalla havaitaan sateenkaari. Muissa sähkömagneettisen säteilyn lajeissa ei ole mielekästä puhua väreistä. Amplitudi liittyy valon voimakkuuteen eli siihen, kuinka kirkkaana valo aistitaan.



Kuvan aaltoliike on yksiulotteista. Se liikkuu tasossa.



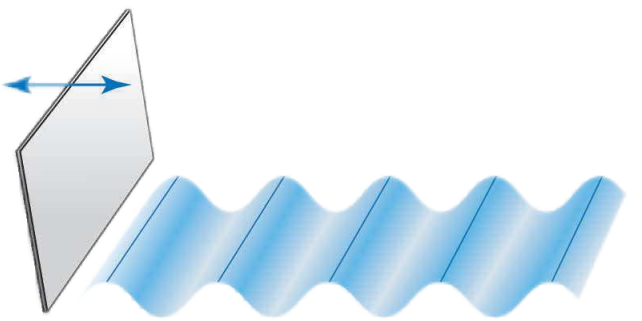
Veden pinta-aallot ovat kaksiulotteisia aaltoja. Aallot etenevät veden pinnalla ja värähtelevät pintaa vastaan kohtisuorassa suunnassa, mutta ne siirtävät energiaa vedenpinnan tason suuntaisesti.

## Kaukana aaltolähteestä aallot ovat tasoaaltoja

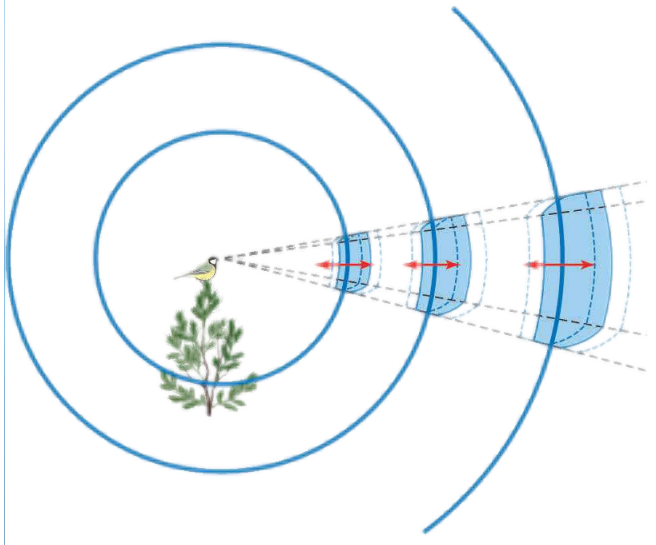
Jousessa etenevä poikittainen aaltoliike on yksiulotteista aaltoliikettä. Se siirtää energiaa yhteen suuntaan.

Kivi synnyttää veteen aaltoliikkeen, joka etenee vedenpinnalla rengaskuviona. Kivi on pistemäinen aaltolähde. Pistemäinen aaltolähde aiheuttaa veden pinnalla etenevän kaksiulotteisen aaltoliikkeen tai kolmiulotteisessa tilassa etenevän aaltoliikkeen.

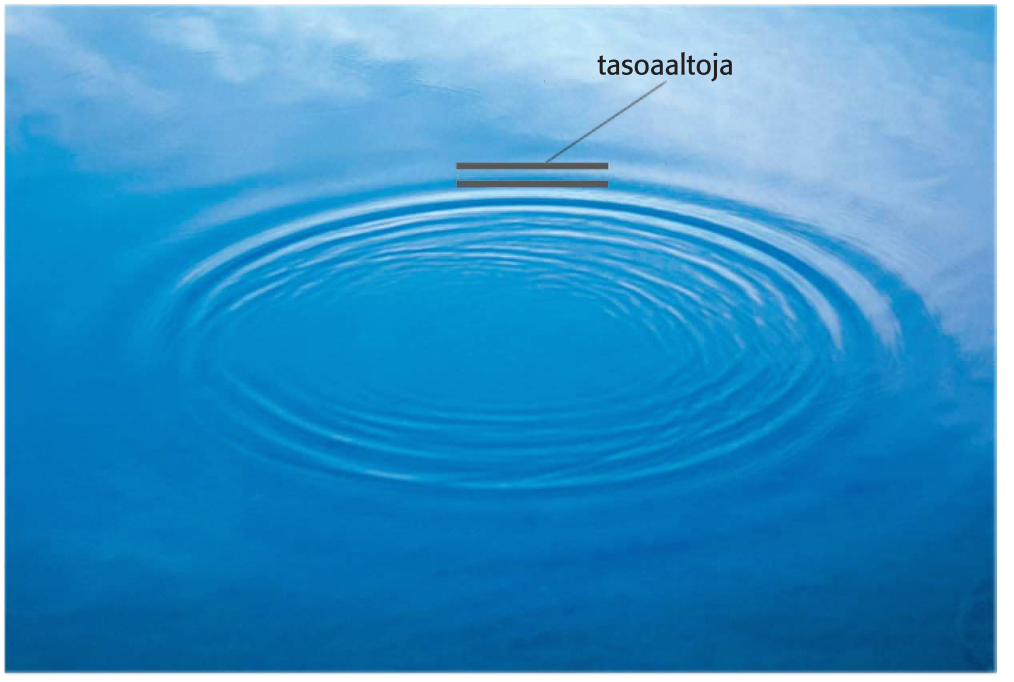
Kun levyä heilutetaan vedessä edestakaisin, levy on värähtelijä. Tasomainen värähtelijä synnyttää veteen **tasoaaltoja**, joissa aallonharjat ja aallonpohjat ovat samalla suoralla. Myös pistemäisen aaltolähteen lähettämät aallot kaukana aaltolähteestä ovat likimain tasoaaltoja.



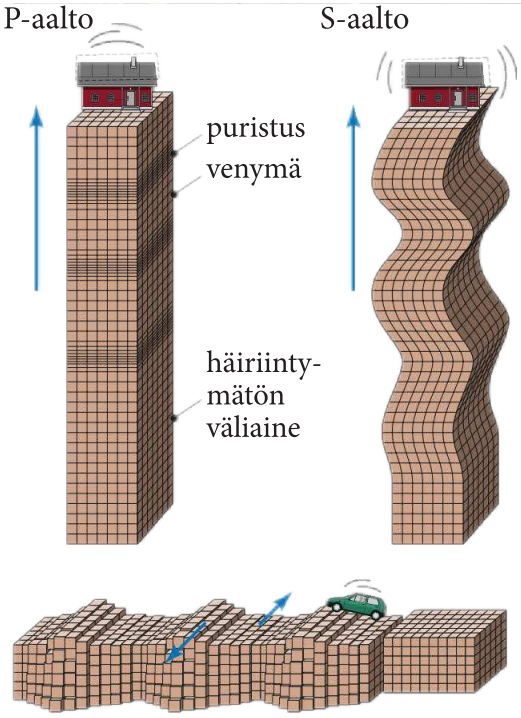
Tasomainen värähtelijä muodostaa tasoaaltoja.



Talitiaisen laulu kantautuu kuusen latvasta kaikkiin suuntiin. Aaltoliike on kolmiulotteinen.




Kaukana aaltolähteestä veden pinta-aallot etenevät likimain tasoaaltoina.




Maanjäristysaaltojen perustyypit on P-aalto ja S-aalto. Pinta-aallot etenevät maanpintaa pitkin.

## Ekstra: Maan peruskallion värähtely on maanjäristys

Maan uumenissa vastakkain työntyvät mannerlaatat aiheuttavat kaikkiin suuntiin etenevän maanjäristysaallon, joka etenee P-aaltoina tai S-aaltoina. P-aalto on pitkittäinen aalto, joka vuoroin puristaa ja vuoroin venyttää kallioperää. S-aalto on poikittainen aalto, joka vääntää kallioperää sivusuunnassa.

Maanjäristysaalto voi edetä myös maanpintaa pitkin. Rajapinnoissa eteneviä aaltoja sanotaan pinta-aalloiksi. Esimerkiksi suurin osa maanjäristysten tuhoista tapahtuu maanpinnan pinta-aaltojen vaikutuksesta.

## Ekstra: Tsunami

Tsunamiaallot syntyvät, kun merenalainen maanjäristys liikauttaa vesimassoja äkillisesti pystysuorassa suunnassa niin, että vesi alkaa aaltoilla koko syvyydeltään. Myös tulivuorenpurkaukset, räjäytykset, maanvyörymät ja meteoriitit voivat aiheuttaa tsunameja.

Avomeren syvissä vesissä tsunamiaallon amplitudi on muutamista senttimetreistä vajaaseen metriin. Avomerellä aaltojen aallonpituus voi olla jopa 200 kilometriä, joten tsunami pääsee ylittämään meren ilman, että sitä havaitaan laivassa.

Tsunamin etenemisnopeus riippuu veden syvyydestä $h$ yhtälön $v = \sqrt{gh}$ mukaisesti; $g$ on putoamiskiihtyvyys. Esimerkiksi Intian valtameren keskisyvyys on 4 000 m, ja tsunamin nopeus on noin 720 km/h. Edetessään tsunami menettää hyvin vähän energiaa ja voi siten aiheuttaa tuhoja tuhansien kilometrien päässä lähteestään.

Rantaa lähestyttäessä vesi mataloituu. Vielä 40 metrin syvyydellä tsunamin nopeus on 72 km/h. Aaltoa on mahdoton juosta karkuun, kun se on näköetäisyydellä.

Aallon etuosan nopeus pienenee huomattavasti tsunamin saapuessa matalaan veteen. Aalto puristuu kasaan, koska aallon takaosa liikkuu nopeammin. Tällöin tsunamin aallonpituus lyhenee ja aallonkorkeus kasvaa. Rantaan iskeytyessä tsunamin amplitudi saattaa olla jopa 30 metriä. Maalle syöksyvä vesi muistuttaa yleensä äkillisesti nousevaa tulvavettä, hyvin harvoin päälle kaatuvaa vesiseinämää.

Tsunami nimitys tulee japanin kielestä ja tarkoittaa satama-aaltoa (satama *tsu* ja aalto *nami*). Nimi on lähtöisin kalastajilta, jotka palasivat mereltä havaitakseen sataman tuhoutuneen aaltojen voimasta. Merellä aaltoja ei havaittu.

Maanjäristys on rikkonut maantien ja romahduttanut sillan.

## Esimerkki 1 — Jaksonaika, taajuus ja aaltoliikkeen perusyhtälö

**Anna heiluttaa pöydän jalkaan solmittua köyttä niin, että 15 sekunnissa tapahtuu 11 heilautusta. Ville arvioi, että köydessä etenevän aaltoliikkeen aallonpituus on noin 83 cm. Mikä on**

**a) köydessä etenevän aallon jaksonaika**
**b) aallon taajuus**
**c) aallon etenemisnopeus?**

### Ratkaisu

11 heilautusta 15 sekunnissa, $\lambda = 0{,}83$ m

**a)** $T = ?$

Koska tutkimuksessa mitattiin 11 heilahdukseen kulunut aika, niin yhden heilahduksen jaksonaika on

$$T = \frac{15\text{ s}}{11} = 1{,}364\text{ s} \approx 1{,}4\text{ s}.$$

**b)** $f = ?$

Aaltoliikkeen taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}364\text{ s}} = 0{,}7331\text{ Hz} \approx 0{,}73\text{ Hz}.$$

**c)** $v = ?$

Aallon etenemisnopeus on aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$v = f\lambda = 0{,}7331\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 0{,}83\text{ m} = 0{,}6085\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0{,}61\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vastaus

**a)** Jaksonaika on $T = 1{,}4$ s.

**b)** Taajuus on $f = 0{,}73$ Hz.

**c)** Aallon etenemisnopeus on $v = 0{,}61$ m/s.

## Esimerkki 2 — Aallonpituuden ratkaiseminen aaltoliikkeen perusyhtälöstä

**Pekka istuu rantakallioilla ja seuraa rantaan lyöviä maininkeja. Hän laskee, että maiingit lyövät rantaan 4 sekunnin välein. Niiden etenemisnopeudeksi hän arvioi noin 3 m/s. Mikä on maininkien aallonpituus?**

### Ratkaisu

$T = 4$ s, $v = 3$ m/s, $\lambda = ?$

Aallonpituus on matka, jonka maiingit etenevät yhdessä jaksonajassa $T$ eli neljässä sekunnissa. Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda$ ratkaistaan aallonpituus

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$= \frac{v}{\frac{1}{T}} = vT$$

$$= 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\text{ s} = 12\text{ m} \approx 10\text{ m}.$$

### Huomaa!

Laskua voidaan tarkastella myös tasaisen liikkeen yhtälöllä $s = vt$, josta saadaan suoraan yhtälö $\lambda = vT$.

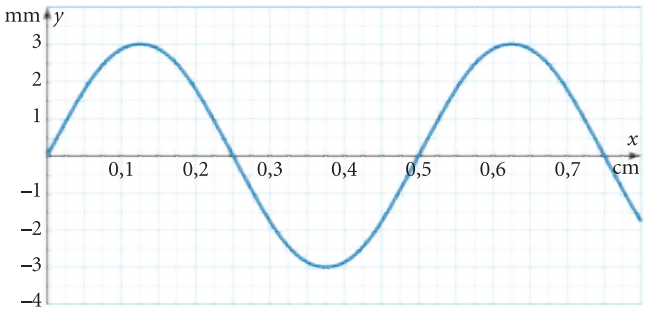
### Vastaus

Maininkien aallonpituus on noin 10 m.

## Esimerkki 3 — Aaltoliikettä kuvaavien suureiden lukeminen kuvaajasta

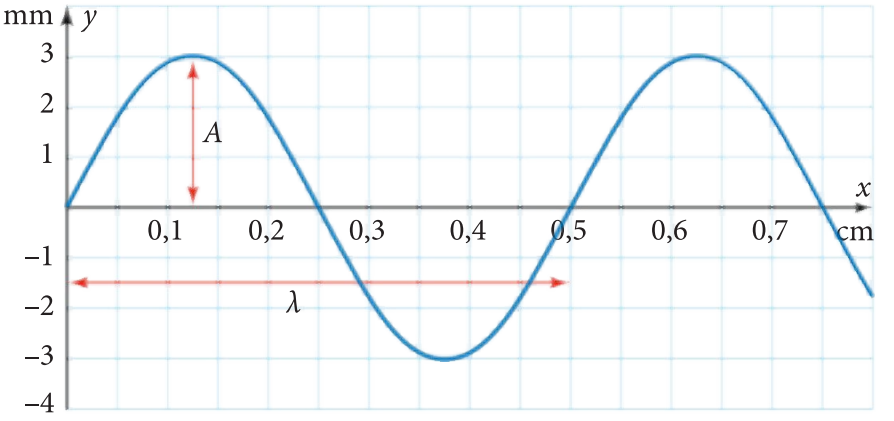
**Kuvaaja esittää aaltoliikettä, jonka etenemisnopeus on eräällä hetkellä 0,75 m/s. Määritä aallon**

**a) amplitudi**
**b) aallonpituus**
**c) taajuus**
**d) jaksonaika.**




### Ratkaisu

$v = 0{,}75$ m/s




**a)** Amplitudi luetaan kuvaajasta: $A = 3{,}0$ mm.

**b)** Aallonpituus luetaan kuvaajasta: $\lambda = 0{,}50\ \text{cm} = 0{,}0050\ \text{m}$.

**c)** Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda$ saadaan taajuus

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{0{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}0050\ \text{m}} = 150\ \text{Hz}.$$

**d)** Jaksonaika saadaan taajuuden käänteisarvona:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{150\ \text{Hz}} = 0{,}00667\ \text{s} \approx 6{,}7\ \text{ms}.$$

### Vastaus

**a)** Amplitudi on $A = 3{,}0$ mm.
**b)** Aallonpituus on $\lambda = 0{,}50$ cm.
**c)** Taajuus on $f = 150$ Hz.
**d)** Jaksonaika on $T = 6{,}7$ ms.

## Esimerkki 4 — Äänen nopeus ja valon nopeus

**Viulun a[1]-kielen virityskorkeus on 440 Hz, ja aallon nopeus kielessä on noin 352 m/s.**

**a) Mikä on kieleen syntyneen aallon aallonpituus?**

**b) Kuinka pitkä kyseisen äänen aallonpituus on ilmassa, kun ääni etenee ilmassa nopeudella 330 m/s?**

**c) Gsm-puhelin toimii muun muassa 1 800 MHz:n taajuudella. Mitä aallonpituutta kyseinen puhelin käyttää?**

### Huomaa!

Aallonpituus on viulun kielessä eri suuri kuin ilmassa. Aallonpituuden määrää aallon nopeus väliaineessa ja aaltolähteen taajuus.

### Ratkaisu

$f = 440$ Hz, $v_{\text{kieli}} = 352$ m/s, $v_{\text{ilma}} = 330$ m/s, $f_{\text{gsm}} = 1\,800$ MHz,

$c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Aaltoliikkeen perusyhtälö on $v = f\lambda$, josta ratkaistaan aallonpituus $\lambda = \frac{v}{f}$.

**a)** $\lambda_{\text{kieli}} = ?$

Aallonpituus viulun kielessä on

$$\lambda_{\text{kieli}} = \frac{v_{\text{kieli}}}{f} = \frac{352\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{440\,\frac{1}{\text{s}}} = 0{,}800\text{ m} \approx 80{,}0\text{ cm}.$$

**b)** $\lambda_{\text{ilma}} = ?$

Äänen aallonpituus ilmassa on

$$\lambda_{\text{ilma}} = \frac{v_{\text{ilma}}}{f} = \frac{330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{440\,\frac{1}{\text{s}}} = 0{,}750\text{ m} \approx 75\text{ cm}.$$

**c)** $\lambda_{\text{gsm}} = ?$

Radio- ja mikroaallot etenevät valonnopeudella $c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, joten aallonpituus on

$$\lambda_{\text{gsm}} = \frac{c_0}{f_{\text{gsm}}} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1800 \cdot 10^6\,\frac{1}{\text{s}}} = 0{,}1666\text{ m} \approx 16{,}7\text{ cm}.$$

### Vastaus

**a)** Viulun kieleen syntyneen aallon aallonpituus on $\lambda_{\text{kieli}} = 80{,}0$ cm.

**b)** Äänen aallonpituus ilmassa on $\lambda_{\text{ilma}} = 75$ cm.

**c)** Puhelimen toiminta perustuu aallonpituuteen $\lambda_{\text{gsm}} = 16{,}7$ cm.

**Tiivistelmä**

- Mekaaninen aalto etenee vain väliaineessa.
- Sähkömagneettinen aalto etenee sekä väliaineessa että tyhjiössä.
- Poikittainen mekaaninen aalto voi edetä vain kiinteissä aineissa.
- Pitkittäinen mekaaninen aalto voi edetä kiinteissä aineissa, nesteissä ja kaasuissa.
- Aaltoliikkeen perusyhtälö on $v = f\lambda$.

## Perustehtävät

**1.** Millaista mekaaninen aaltoliike on?

**2.** Kerro esimerkkejä erilaisista **a)** aaltoliikkeistä, **b)** värähdysliikkeistä.

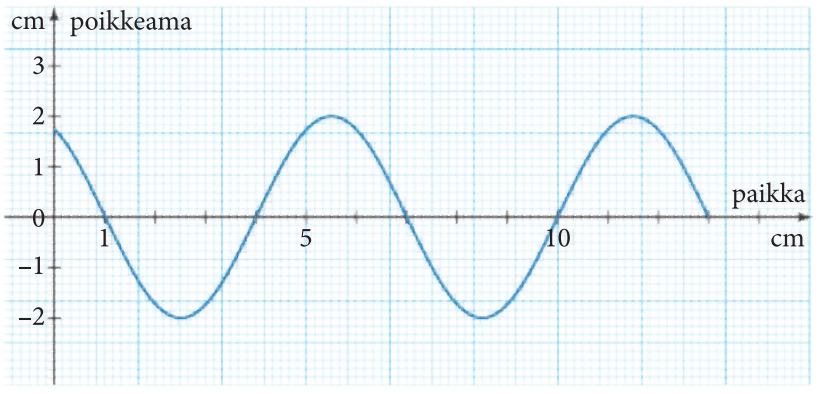
**3.** **a)** Miten aaltoliike syntyy?
**b)** Miten pitkittäinen ja poikittainen aaltoliike eroavat toisistaan?
**c)** Miten pulssi ja aaltoliike eroavat toisistaan?

**4.** Pöydän jalkaan solmittua köyttä heilutetaan niin, että 55 sekunnissa tapahtuu 41 heilautusta. Köydessä etenevän aaltoliikkeen aallonpituudeksi arvioidaan 75 cm.
**a)** Mikä köydessä etenevän aaltoliikkeen jaksonaika on?
**b)** Mikä aaltoliikkeen taajuus on?
**c)** Mikä aaltoliikkeen etenemisnopeus on? Esim. 1

**5.** Pitkässä kierrejousessa etenevän aaltoliikkeen taajuus on 5,0 Hz ja aallonpituus 1,5 m. Laske aaltoliikkeen etenemisnopeus. Esim. 2

**6.** Radio Suomen taajuus Rovaniemellä on 96,7 MHz. Kuinka suuri radioaaltojen aallonpituus on, kun radioaallot etenevät valon nopeudella $2{,}998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? Esim. 4

**7.** Kuvaaja esittää eräällä hetkellä aaltoliikettä, jonka etenemisnopeus on 0,75 m/s. Määritä aaltoliikkeen
**a)** amplitudi **b)** aallonpituus
**c)** taajuus **d)** jaksonaika. Esim. 3




**8.** **a)** Mikä aaltoliikkeen perusmalli on?
**b)** Mitä aaltoliikkeen aallonpituus tarkoittaa?
**c)** Mitä aaltoliikkeen taajuus tarkoittaa? Esim. 3

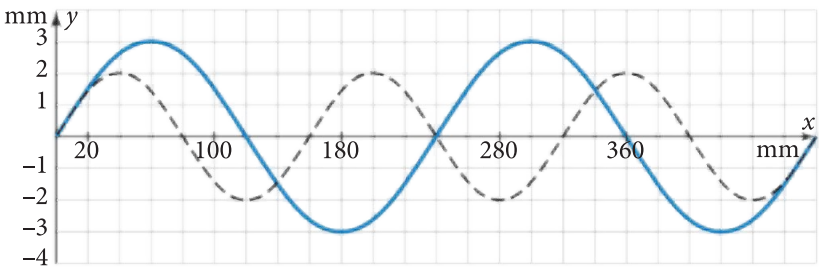
**9.** **a)** Platon selitti näkemisen seuraavasti: ”Silmä on tulesta, ja se näkee lähettämällä näkösäteen, joka heijastuu kohteesta takaisin silmään.” Miten näkeminen ymmärretään nykyisin?
**b)** Miten korjaat kuvaa niin, että siinä esitetään näkeminen fysikaalisesti oikealla tavalla?

## Soveltavat tehtävät

**10.** Mikä värähtelee ja synnyttää äänen seuraavissa soittimissa: piano, nokkahuilu, rumpu, viulu?

**11.** **a)** Mitä ääni on?
**b)** Mitä seuraavat suureet kertovat äänestä: taajuus, aallonpituus, amplitudi?

**12.** Kuva esittää eräällä hetkellä kahta aaltoa, jotka etenevät nopeudella 0,55 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Määritä kummankin aallon
**a)** aallonpituus
**b)** amplitudi
**c)** taajuus.

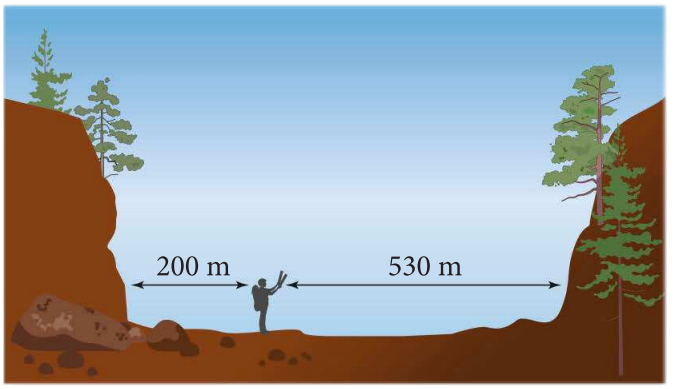



**13.** Olli istuu veneessä 15 m:n päässä rannasta. Hän heiluttaa airoa vedessä tasaisessa tahdissa 12 kertaa 20 sekunnissa. Mikä on syntyneiden aaltojen **a)** taajuus, **b)** aallonpituus, kun aaltojen arvioitiin saavuttavan rannan 7,0 sekunnissa?

**14.** Kynällä heilutetaan vedenpintaa niin, että veteen syntyy aaltoliike. Mitä tapahtuu aaltoliikkeen **a)** etenemisnopeudelle, **b)** aallonpituudelle, kun kynän taajuus kaksinkertaistetaan?

**15.** Vastaa perustellen, mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa ja mitkä eivät.
**a)** Mikroaaltojen nopeus on pienempi kuin ultraäänen.
**b)** Ääniaaltojen nopeus ilmassa on suurempi kuin tyhjiössä.
**c)** Äänet kuuluvat ulkona pakkasella selvemmin kuin lauhalla ilmalla, koska ääni etenee pakkasella nopeammin kuin lämpimällä ilmalla.
**d)** Ääni etenee nesteessä poikittaisena aaltoliikkeenä.

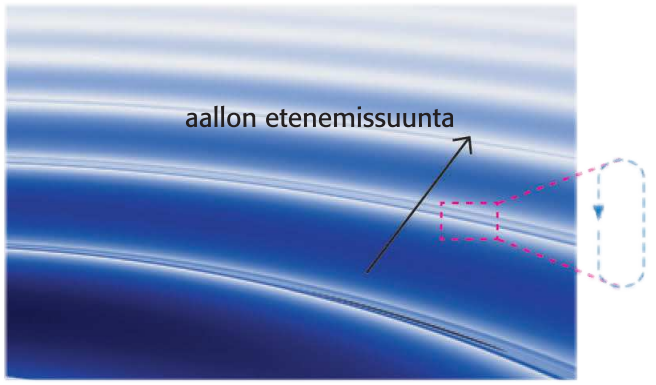
**16.** Pekka selvitti äänen nopeutta rotkolaaksossa kahden kallion välissä. Hän arvioi kartasta etäisyydet kallioihin kuvassa esitetyllä tavalla. Pekka löi yhteen kahta puuta, jolloin niistä lähti voimakas kumahdus. Iskun jälkeen Pekka kuuli kaksi kaikua 2,0 sekunnin välein. Kuinka suuri äänen nopeus oli?



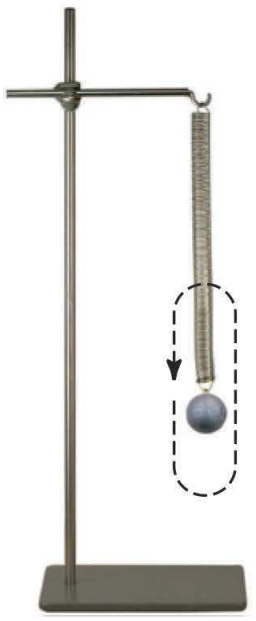

**17.** Eräästä laserista saatavan vihreän valopulssin aallonpituus on 510 nm ja kesto on 0,23 ps.
**a)** Kuinka pitkän matkan pulssi etenee kestonsa aikana?
**b)** Kuinka monta koko aaltoa pulssi sisältää?

**18.** **a)** Pikajuoksija harjoitteli 100 metrin juoksua. Valmentaja päätti toimia sekä ajanottajana että lähettäjänä. Hän ampui starttipistoolilla lähtömerkin maalipaikalta ja mittasi juoksuajaksi 12,93 s. Valmentaja epäili, että juoksijan kunto oli laskenut edellisestä kilpailusta. Miksi juoksija oli eri mieltä?
**b)** Juoksija ehdotti, että lähtölaukaus ammutaan perinteiseen tapaan lähtöpaikalta. Ajanottaja on maalipaikalla ja käynnistää kellon nähtyään pistoolista pöllähtävän savun. Kuinka paljon aika muuttuisi, jos juoksija pystyisi juoksemaan samalla tavalla kuin a-kohdan tapauksessa?

# 2 Värähdysliike ja harmoninen voima




Veden pinnan värähdysliikettä voidaan mallintaa jousen värähdysliikkeen avulla. Veden värähdysliikettä ylläpitää Maan gravitaatiovuorovaikutus ja vesimolekyylien välinen sähkömagneettinen vuorovaikutus.



Jousen päässä tasapainoasemansa kahta puolta edestakaisin liikkuvan punnuksen liike on värähdysliikettä.

**Värähdysliike**
Värähtely on liikettä, jossa värähtelijän etäisyys tasapainoasemasta vaihtelee jaksollisesti.

**Värähdysliikkeen perussuureet**
**Amplitudi** $A$ on värähtelijän suurin poikkeama tasapainoasemasta.
**Jaksonaika** $T$ on värähtelijän edestakaisen heilahduksen kesto.
**Taajuus** on värähdysliikkeen jaksonajan käänteisarvo $f = \frac{1}{T}$. Taajuus ilmoittaa, kuinka monta värähdystä tapahtuu tietyssä ajassa.

## Veden pinnan liikettä voidaan mallintaa jousen avulla

Veden pinnalla etenee aaltoja. Kun seurataan tiettyä kohtaa veden pinnalla, se nousee ja laskee. Veden pinta on värähdysliikkeessä. Veden rakenneosat liikkuvat toistensa suhteen. Veden pinnan liikettä voidaan mallintaa jousessa riippuvan punnuksen värähdysliikkeen avulla.

Kun jousessa riippuvaa punnusta vedetään alas ja päästetään irti, punnus ja jousi alkavat värähdellä. Punnus liikkuu edestakaisin aivan kuin veden pinnan aallot.

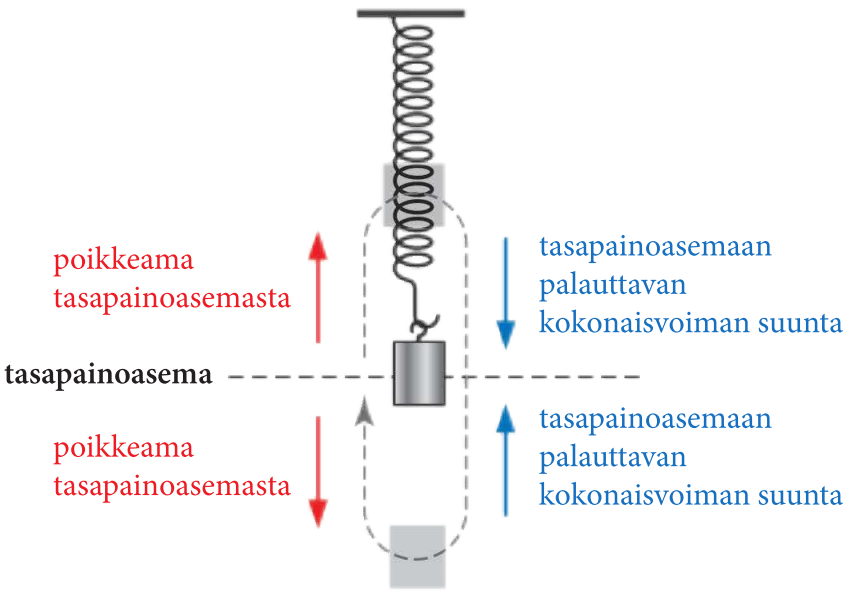
Kun aaltoliike etenee aineessa, aineen rakenneosat ovat värähdysliikkeessä. Siksi aaltoliikkeen ymmärtämiseksi tutkitaan ensin värähdysliikettä.

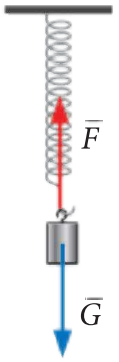
## Värähdysliikettä kuvaavat suureet

Värähdysliikettä kuvataan käsitteillä tasapainoasema, amplitudi, jaksonaika ja tasapainoasemaan palauttava kokonaisvoima. Värähtelyn jakso on lyhin samanlaisena toistuva liike, esimerkiksi ääriasemasta toiseen ja takaisin.

Jousen päässä olevaan punnukseen vaikuttaa useita voimia. Niiden summaa sanotaan kokonaisvoimaksi. Kokonaisvoima suuntautuu kohti tasapainoasemaa.

Kaikkia mekaanisia värähdysliikkeitä voidaan kuvata samanlaisella mallilla kuin jousen varaan ripustetun punnuksen värähdysliikettä. Tasapainoasemaan palauttava kokonaisvoima on aina vastakkaissuuntainen poikkeamalle tasapainoasemasta. Kokonaisvoima ylläpitää värähtelyä.





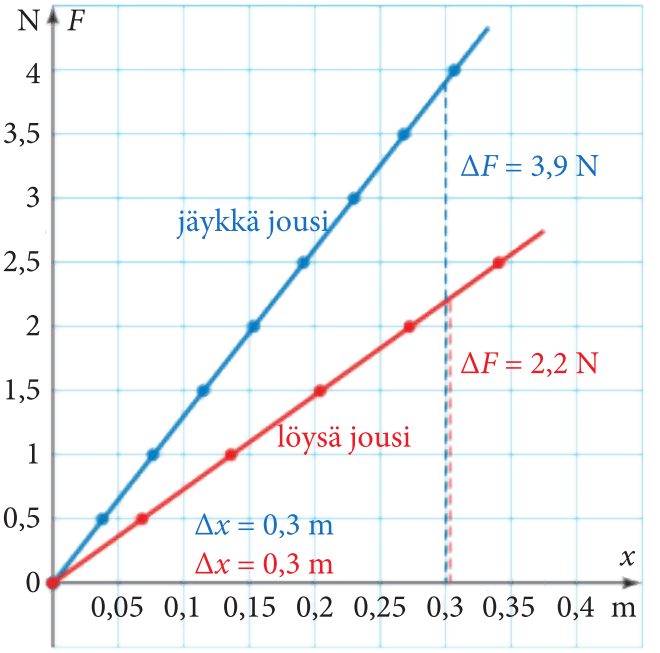

Kun jousi on venynyt ja saavuttanut tasapainon, punnuksen paino kertoo jousivoiman suuruuden.

| Venymä $x$ (m) | | Punnusten paino $G$ (N) | Jousivoima $F$ (N) |
|---|---|---|---|
| Jäykkä jousi | Löysä jousi | | |
| 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| 0,038 | 0,064 | 0,49 | 0,49 |
| 0,076 | 0,130 | 0,98 | 0,98 |
| 0,114 | 0,195 | 1,47 | 1,47 |
| 0,151 | 0,267 | 1,96 | 1,96 |
| 0,188 | 0,332 | 2,45 | 2,45 |
| 0,226 | | 2,94 | 2,94 |
| 0,263 | | 3,43 | 3,43 |
| 0,301 | | 3,92 | 3,92 |

## Jousivoima riippuu jousen venymästä

Tutkitaan, miten jousen punnukseen kohdistama voima, jousivoima, riippuu jousen venymästä. Sekä löysää että jäykkää jousta kuormitetaan punnuksilla ja jousien venymät mitataan.

Tasapainotilanteessa kokonaisvoima on nolla: jousivoima on yhtä suuri kuin punnuksen paino eli $F = G$. Mittaustulokset on kirjattu oheiseen taulukkoon, ja niistä on piirretty $x$, $F$ -kuvaaja.




Molemmissa tapauksissa mittaustulokset asettuvat suoralle. Jäykän jousen tapauksessa suora on jyrkempi kuin löysän. Se tarkoittaa, että kun jouset ovat venyneet saman verran, jäykkä jousi kohdistaa punnukseen suuremman voiman kuin löysä jousi.

## Kulmakerroin ilmaisee jousen jousivakion suuruuden

Kuvaajista voidaan laskea fysikaaliset kulmakertoimet:

**jäykkä jousi**

$$k_{\text{jäykkä}} = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{3{,}9\ \text{N}}{0{,}3\ \text{m}} = 13\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

**löysä jousi**

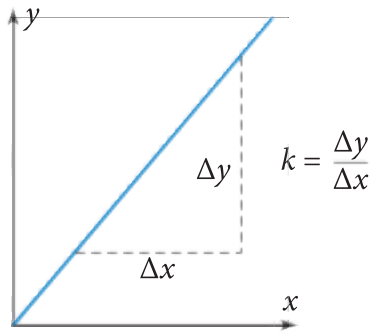
$$k_{\text{löysä}} = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{2{,}2\ \text{N}}{0{,}3\ \text{m}} = 7{,}3\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

$x$, $F$ -kuvaajan fysikaalinen kulmakerroin kertoo jousen jäykkyyden eli jousen **jousivakion** $k$ suuruuden. Jäykän jousen tapauksessa kuvaajan kulmakerroin on suurempi kuin löysän jousen.

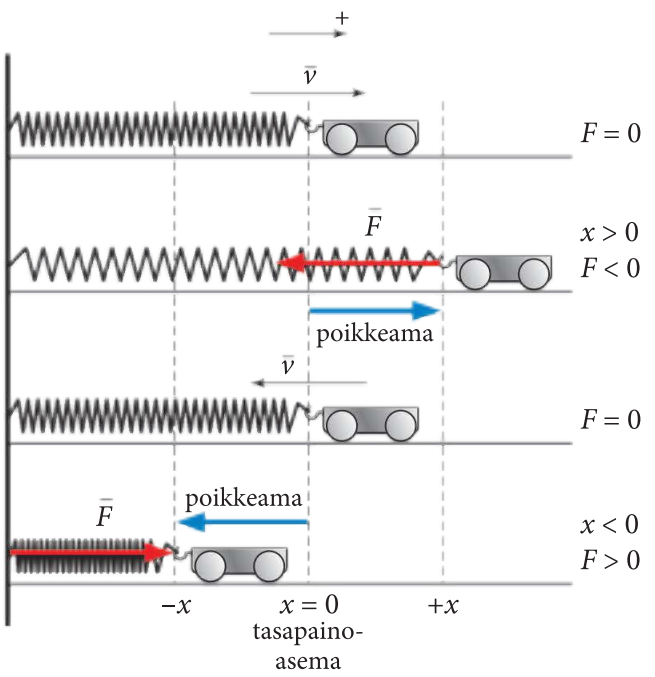
Jousivakion yksikkö on

$$[k] = \frac{[F]}{[x]} = 1\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

**Kulmakerroin**




**Jousivakio**
Jousivakio $k$ kuvaa jousen jäykkyyttä. Sen arvo on sitä suurempi, mitä jäykempi jousi on.




Jousivoima $\bar{F}$ ja poikkeama $\bar{x}$ ovat aina vastakkaissuuntaisia.

**Harmoninen voima**

Voima $\bar{F}$ on harmoninen, jos

1) sen suuruus on suoraan verrannollinen poikkeamaan tasapainoasemasta
2) se suuntautuu kohti tasapainoasemaa.

$F = -kx$,

jossa

$k$ on jousivakio ja

$x$ on poikkeama tasapainoasemasta.

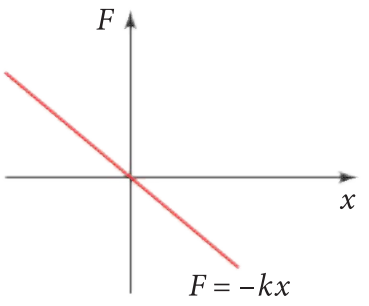
## Harmoninen voima on venymälle vastakkaissuuntainen

Jousi vastustaa sekä siihen kohdistuvaa venytystä että puristusta. Vastustavan voiman suuruus on suoraan verrannollinen poikkeamaan tasapainoasemasta.

Viereisessä kuvassa jousi ja kappale värähtelevät tasapainoaseman kahta puolta. Kuvasta havaitaan, että jousen kappaleeseen kohdistaman voiman suunta riippuu kappaleen poikkeaman suunnasta. Jousivoima on venymälle vastakkaissuuntainen.

Jousivoima kirjoitetaan muotoon $F = -kx$, missä $k$ on jousen jousivakio ja $x$ poikkeama tasapainoasemasta. Miinusmerkki ilmaisee suunnan: voima $F$ pyrkii palauttamaan kappaleen takaisin tasapainoasemaan, se on vastakkaissuuntainen kuin poikkeama.

Jousivoiman yhtälössä miinusmerkki ilmaisee voiman vektoriluonteen eli sen, että voimalla on suunta. Yleensä jousilaskuissa kuitenkin tarkastellaan pelkästään voiman suuruutta $kx$, ja vasta kun kirjoitetaan dynamiikan peruslain $\bar{F}_{\text{kok}} = m\bar{a}$ mukaista liikeyhtälöä, huomioidaan suunta etumerkillä.




Koordinaatistossa jousivoima $F$ venymän $x$ funktiona muodostaa laskevan suoran. Tämän suoran kulmakertoimen itseisarvo ilmaisee jousivakion suuruuden.

## Esimerkki 1 — Värähdysliikkeen jaksonaika ja taajuus

**Jousen varaan ripustettu punnus värähtelee. Sen 30 edestakaiseen heilahdukseen kuluu aikaa 18,5 s. Laske liikkeen**

**a) jaksonaika**

**b) taajuus.**

### Ratkaisu

30:n värähdyksen aika 18,5 s

**a)** $T = ?$

Koska kappale värähteli 30 kertaa 18,5 sekunnissa, jaksonaika on

$$T = \frac{18{,}5\ \text{s}}{30} = 0{,}6167\ \text{s} \approx 0{,}62\ \text{s}.$$

**b)** $f = ?$

Taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}6167\ \text{s}} = 1{,}6215\ \text{Hz} \approx 1{,}6\ \text{Hz}.$$

### Vastaus

**a)** Jaksonaika on $T = 0{,}62$ s.

**b)** Värähtelyn taajuus on $f = 1{,}6$ Hz.

## Esimerkki 2 — Jousen venymän laskeminen

**Jousi on vaakasuorassa pöydällä. Kuinka paljon jousi venyy, kun sen päästä vedetään 5,0 N:n suuruisella voimalla? Jousen jousivakio on 25 N/m.**

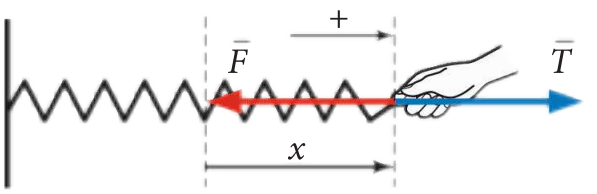
### Ratkaisu

vetävän voiman suuruus $T = 5{,}0\ \text{N}$, $k = 25\ \text{N/m}$, $x = ?$

Tehtävä voidaan ratkaista kahdella tavalla. Ensimmäisessä ratkaisussa tarkastellaan jousen päähän vaikuttavia voimia dynamiikan peruslain $F_{\text{kok}} = ma$ avulla. Toisessa ratkaisussa nojaudutaan harmonisen voiman määritelmään $F = -kx$.

**Tapa 1: Ratkaisu tarkastelemalla jousivoiman suuruutta *kx***

Kun positiivinen suunta valitaan oikealle kuvan mukaisesti, jousen päähän vaikuttavat jousivoima $\bar{F}$ negatiiviseen suuntaan ja vetävä voima $\bar{T}$ positiiviseen suuntaan.

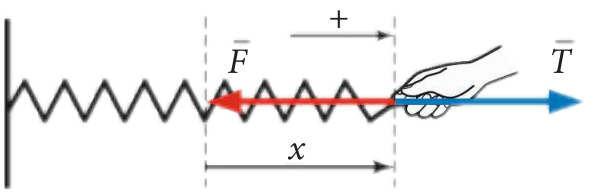



Tasapainotilanteessa kiihtyvyys $a = 0$, joten dynamiikan peruslaki $F_{\text{kok}} = ma$ saa muodon $F_{\text{kok}} = T - F = 0$. Siis tasapainotilanteessa vetävä voima ja jousivoima ovat yhtä suuria eli $T = F$.

Kirjoitetaan yhtälöön jousivoiman suuruus $F = kx$, jolloin saadaan $T = kx$, ja ratkaistaan venymä $x = \dfrac{T}{k} = \dfrac{5{,}0\ \text{N}}{25\ \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0{,}20\ \text{m}$.

**Tapa 2: Ratkaisu jousivoiman määritelmän $F = -kx$ mukaan**

Valitaan positiivinen suunta vetävän voiman suuntaan, oikealle.




Jousen päästä vedetään voimalla, jonka suuruus on $T = 5{,}0\ \text{N}$. Jousi vetää Newtonin III lain nojalla kättä yhtä suurella mutta vastakkaissuuntaisella voimalla. Jousivoima on negatiiviseen suuntaan, joten $F = -5{,}0\ \text{N}$. Jousivoiman määritelmän mukaan $F = -kx$, jolloin venymä

$$x = -\frac{F}{k} = -\frac{-5{,}0\ \text{N}}{25\ \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0{,}20\ \text{m}.$$

### Vastaus

Jousi venyy 0,20 m.

## Esimerkki 3 — Dynamiikan peruslaki jousilaskuissa

**Pystysuorassa riippuvaan jouseen kiinnitetään 100 g:n punnus, jolloin jousi venyy 7,0 cm.**

**a) Kuinka suuri jousen jousivakio on?**

**b) Jousi ja punnus asetetaan sitten vaakasuoralle kitkattomalle alustalle. Kuinka suuri voima tarvitaan venyttämään jousta 15 cm?**

**c) Kuinka suuri punnuksen kiihtyvyys on, kun siitä päästetään irti?**

### Huomaa!

Jos positiivinen suunta olisi valittu ylöspäin, niin liikeyhtälö olisi saanut muodon $kx_1 - mg = 0$, josta $k = \dfrac{mg}{x_1}$. Lopputulos olisi sama.

### Ratkaisu

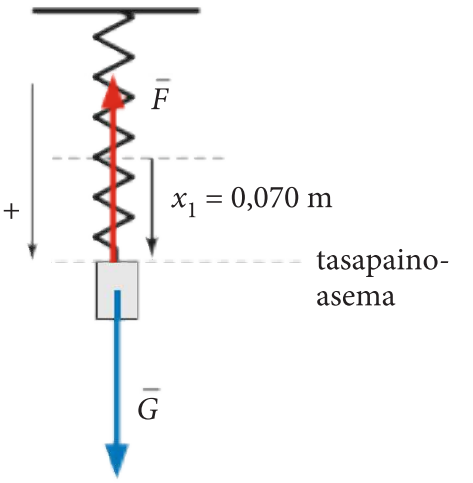
$m = 100$ g, $x_1 = 7{,}0$ cm, $x_2 = 15$ cm, $g = 9{,}81$ m/s$^2$

a) $k = ?$, b) $T = ?$, c) $a = ?$

**a)** Punnukseen vaikuttaa kaksi voimaa: punnuksen paino $\bar{G}$ ja harmoninen jousivoima $\bar{F}$. Voimien suuruudet ovat $G = mg$ ja $F = kx$.

Valitaan positiivinen suunta alaspäin. Liikeyhtälö dynamiikan peruslain eli Newtonin II lain mukaan tasapainotilanteessa on

$$F_{\text{kok}} = 0$$
$$G - F = 0$$
$$mg - kx_1 = 0.$$




Jousivakio

$$k = \frac{mg}{x_1} = \frac{0{,}100\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}070\ \text{m}} = 14{,}014\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \approx 14\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

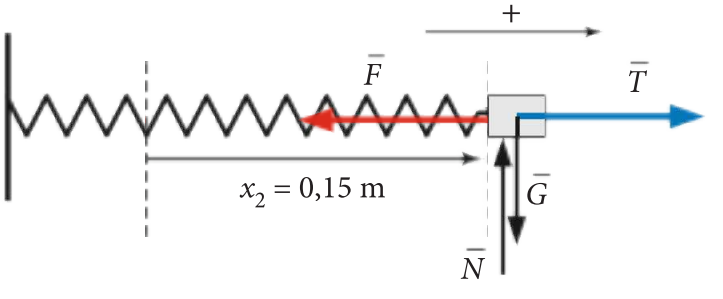
Saatu tulos voidaan tulkita niin, että yhden metrin venymään tarvitaan 14 N:n voima.

**b)** Kun jousta venytetään 15 cm punnuksesta vetämällä, jousi vaikuttaa punnukseen voimalla, jonka suuruus on

$$F = kx_2$$
$$= 14{,}014\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0{,}15\ \text{m} = 2{,}102\ \text{N} \approx 2{,}1\ \text{N}$$

ja suunta on negatiivinen, kun venyttävän voiman suunta on valittu positiiviseksi.

Koska punnus on tasapainossa, sitä on vedettävä yhtä suurella voimalla vastakkaiseen suuntaan, joten $T = 2{,}1$ N.



**c)** Kiihtyvyys on dynamiikan peruslain $\bar{F}_{\text{kok}} = m\bar{a}$ mukaan

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}_{\text{kok}}}{m}.$$

Koska alusta on kitkaton, punnukseen vaikuttaa irti päästettäessä ainoastaan jousivoima. Tällöin kiihtyvyys tasapainoasemaa kohti on

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2{,}102\ \text{N}}{0{,}100\ \text{kg}} = 21{,}02\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 21\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

### Vastaus

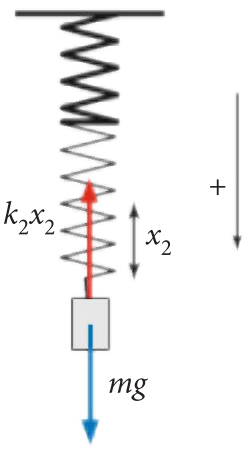
**a)** Jousivakio on $k = 14\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

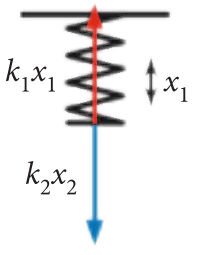
**b)** Venyttävän voiman suuruus on $T = 2{,}1$ N ja suunta poispäin tasapainoasemasta.

**c)** Kiihtyvyys on $a = 21\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ kohti tasapainoasemaa.

## Esimerkki 4 — Kaksi jousta peräkkäin

**Kaksi kevyttä jousta, joiden jousivakiot ovat 95 $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ ja 45 $\frac{\text{N}}{\text{m}}$, on ripustettu peräkkäin. Jousisysteemin päähän ripustetaan punnus, jonka massa on 1,0 kg. Kuinka paljon jouset venyvät yhteensä?**




### Ratkaisu

$k_1 = 95$ N/m, $k_2 = 45$ N/m, $m = 1{,}0$ kg, $g = 9{,}81$ m/s$^2$, $\Delta x = x_1 + x_2 = ?$

Valitaan positiivinen suunta alaspäin.

Punnukseen vaikuttavien voimien suuruudet ovat: punnuksen paino $G = mg$ ja harmoninen jousivoima $F_2 = k_2x_2$.

Tasapainotilanteessa $G - F_2 = 0$, jolloin $mg - k_2x_2 = 0$.

Jousen 2 venymä on tasapainoehdon mukaan

$$x_2 = \frac{mg}{k_2} = \frac{1{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{45\ \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0{,}2180\ \text{m}.$$

Voiman ja vastavoiman lain mukaisesti jouset vetävät toisiaan yhtä suurilla mutta vastakkaissuuntaisilla voimilla.

Tasapainotilanteessa $k_1x_1 = k_2x_2 = mg$.

Ratkaistaan ylemmän jousen venymä $x_1$ yhtälöstä $k_1x_1 = mg$

$$x_1 = \frac{mg}{k_1} = \frac{1{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{95\ \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0{,}1033\ \text{m}.$$

Jouset venyvät yhteensä

$\Delta x = x_1 + x_2 = 0{,}1033\ \text{m} + 0{,}2180\ \text{m} = 0{,}3213\ \text{m} \approx 0{,}32\ \text{m}.$

### Vastaus

Jouset venyvät yhteensä 32 cm.

**Tiivistelmä**

- Värähdysliikettä kuvataan käsitteillä tasapainoasema, amplitudi, jaksonaika ja tasapainoasemaan palauttava kokonaisvoima.
- Harmoninen voima $F = -kx$ on suoraan verrannollinen poikkeamaan tasapainoasemasta.
- Harmoninen voima suuntautuu aina kohti tasapainoasemaa.
- Jousilaskuissa tarkastellaan yleensä voiman suuruutta $F = kx$.

## Perustehtävät

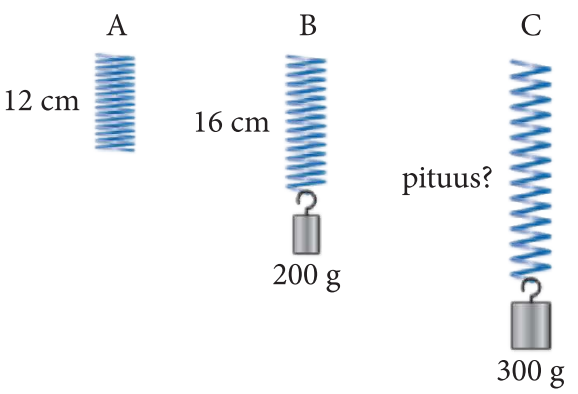
**19.** Millaista liikettä jaksollinen liike on?

**20.** Määritä joidenkin arkielämän ilmiöiden jaksonaika ja taajuus. Tarkkaile esimerkiksi sydämesi lyöntejä, vierustoverisi silmien räpyttelyä, puun huojumista, trampoliinilla hyppelyä jne. Keksi itse lisää. Missä määrin ilmiöt ovat jaksollisia?

**21.** Benjihyppääjä liikkuu edestakaisin ylös ja alas köyden varassa. Hyppääjän 29 edestakaiseen heilahdukseen kuluu aikaa 76 s. Mitkä ovat liikkeen jaksonaika ja taajuus? Esim. 1

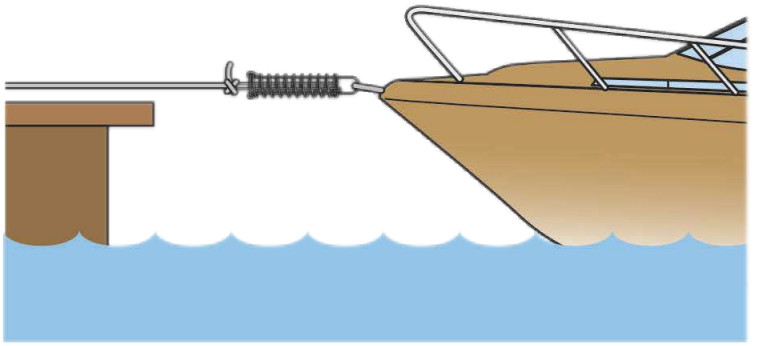
**22.** **a)** Mitä jousen ominaisuutta jousivakio kuvaa?
**b)** Kuinka suuri voima tarvitaan venyttämään jousta 1,0 metriä, kun jousen jousivakio on 5,0 N/m?
**c)** Miten sohvan jouset ja auton renkaiden jouset eroavat toisistaan?
**d)** Millainen täytyy olla veturin puskurin jousien jousivakio?

**23.** Kuvassa A jousi on levossa. Kuvissa B ja C jousessa on punnus. Jousi on sama kaikissa kuvissa. Päättele annettujen tietojen perusteella, mikä on jousen pituus kuvassa C.




**24.** Jousi on vaakasuorassa kitkattomalla pöydällä kiinnitettynä seinään. Jousen jousivakio on 125 N/m.
**a)** Kuinka suuri jousen jousivoima on, kun jousi venyy 8,50 cm?
**b)** Kuinka suurella voimalla jousen päästä on tällöin vedettävä niin, että jousi pysyy paikoillaan? Esim. 2

**25.** Kuinka paljon veneen vaijereiden kiinnitysjousi venyy, kun sen päästä vedetään 7,50 N:n voimalla? Jousen jousivakio on 134 N/m. Esim. 2



**26.** Kun kevyeen jouseen ripustetaan punnus, jonka massa on 150 g, jousi venyy 6,0 cm.
**a)** Määritä jousen jousivakio.
**b)** Jousi asetetaan vaakasuoraan pöydälle ja kiinnitetään seinään. Kuinka suuri kiihtyvyys punnuksella on, kun jousta venytetään 11 cm ja päästetään irti. Esim. 3

## Soveltavat tehtävät

**27.** Koulun demonstraatioäänirauta värähtelee 440 Hz:n taajuudella.

**a)** Kuinka pitkä värähtelyn jaksonaika on?

**b)** Kuinka monta kertaa äänirauta värähtelee yhdessä minuutissa?

**28.** Koordinaatistossa on esitetty kolmen jousen pituuden muutos $\Delta l$ jousta venyttävän voiman $F$ suuruuden funktiona. Mitkä päätelmät ovat kuvan perusteella oikein ja mitkä väärin?

**a)** Mitä suurempi on voima, sitä suurempi on jousien venymä.

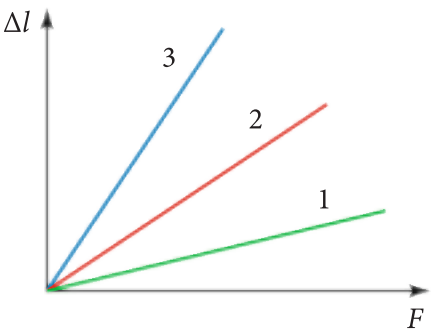
**b)** Mitä suurempi on voima, sitä suurempi on jousen jousivakio.

**c)** Jousi 2 on jäykempi kuin jousi 1.

**d)** Jousen 3 jousivakio on suurin.

**e)** Kun jousien halutaan venyvän yhtä paljon, jouseen 3 on kohdistettava suurin venyttävä voima.

**f)** Jousi 1 on jäykin.




**29.** Liisa ja Matti tutkivat polkupyörän etuhaarukan jousen jäykkyyttä. Matti asettui polkupyörän päälle niin, että hän hetken aikaa oli koko painollaan jousen päällä. Liisa mittasi jousen painuneen kasaan 7,25 cm. Matin ja polkupyörän yhteinen massa on 85,3 kg. Kuinka suuri polkupyörän jousen jäykkyyttä kuvaava jousivakio oli?

**30.** Ville selvitti projektityönään, käyttäytyykö kaarijousi harmonisesti. Jänteen keskelle hän ripusti erisuuruisia punnuksia ja mittasi jänteen poikkeamaa tasapainoasemasta. Tulokset on esitetty taulukossa.

| Punnuksen massa (g) | Poikkeama (cm) |
|---|---|
| 50,0 | 1,2 |
| 100,0 | 2,1 |
| 150,0 | 3,0 |
| 200,0 | 3,9 |
| 250,0 | 4,8 |

**a)** Minkä päätelmän Ville teki?

**b)** Jos kaarijousi on harmoninen, niin kuinka suuri jousen jousivakio on?

**31.** **a)** Kaksi samanlaista jousta kytketään peräkkäin. Onko jousisysteemi jäykempi vai löysempi kuin alkuperäinen jousi? Päättele, mikä jousisysteemin jousivakio on, jos yksittäisen jousen jousivakio on $k$.

**b)** Kaksi samanlaista jousta kytketään rinnakkain. Onko jousisysteemi jäykempi vai löysempi kuin alkuperäinen jousi? Päättele, mikä jousisysteemin jousivakio on, jos yksittäisen jousen jousivakio on $k$

**32.** Kaksi kevyttä jousta, joiden jousivakiot ovat 55 $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ ja 105 $\frac{\text{N}}{\text{m}}$, on ripustettu peräkkäin. Jousisysteemin päähän ripustetaan punnus, jonka massa on 1,25 kg. Kuinka paljon jouset venyvät yhteensä?

**33.** Kaksi kevyttä jousta, joiden jousivakio on 45 $\frac{\text{N}}{\text{m}}$, on ripustettu rinnakkain. Jousisysteemin päähän ripustetaan punnus, jonka massa on 1,0 kg. Kuinka paljon jouset venyvät yhteensä?

# 3 Harmoninen värähdysliike

Kaappikellon heilurin liike on värähdysliikettä. Värähdysliike on etenemis- ja pyörimisliikkeen ohella yksi liikkeen perustyypeistä.

**Harmoninen värähdysliike**
Harmonisen värähdysliikkeen aiheuttaa harmoninen voima, joka on värähtelijän tasapainoasemaan palauttava voima.

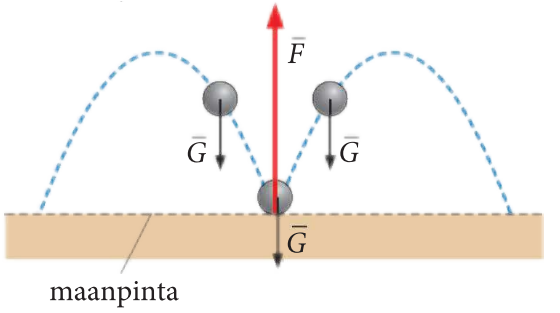
Harmoninen värähtelijä värähtelee amplitudista riippumatta samalla taajuudella.

## Harmoninen voima aiheuttaa harmonisen värähdysliikkeen

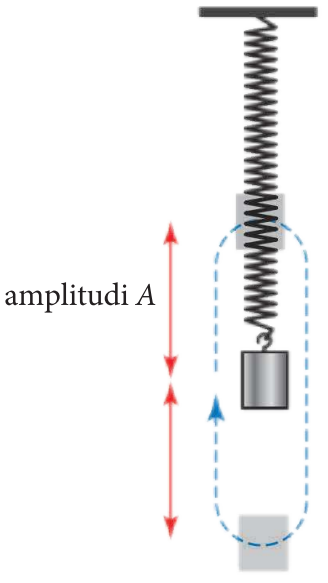
Kaikkia mekaanisia värähdysliikkeitä voidaan kuvata samanlaisella mallilla kuin jousen varaan ripustetun kappaleen värähtelyä. Harmonisen voiman ylläpitämää liikettä sanotaan **harmoniseksi värähdysliikkeeksi**. Se on liikkeen malli kuten tasaisen liikkeen ja tasaisesti kiihtyvän liikkeen mallit.

Harmoninen värähdysliike on jaksollista niin, että jaksonaika pysyy vakiona, vaikka amplitudi muuttuisikin. Hyvin monia sellaisia luonnossa esiintyviä värähtelyitä, joilla on pieni amplitudi, voidaan mallintaa harmonisen värähtelijän avulla.

Kaikki jaksolliset liikkeet eivät kuitenkaan ole harmonisia. Esimerkiksi pallon pomppiminen ei ole harmonista liikettä. Maahan osuessaan palloon vaikuttaa hetken aikaa voima, joka on lähes harmoninen, mutta muuten palloon vaikuttaa oleellisesti vain paino, joka on vakio.




Pallon pomppu ei ole harmoninen.




Kappale joutuu harmoniseen värähdysliikkeeseen, jos siihen vaikuttava kokonaisvoima on harmoninen ja se on poikkeutettu tasapainoasemastaan. Jousen varassa värähtelevän punnuksen liike on hyvin lähellä harmonista.

## Jousen harmonisen värähtelyn jaksonaika

Jousivärähtelijälle voidaan johtaa Newtonin lakien avulla jaksonajan lauseke. Jousivärähtelijä ei ole tarkasti harmoninen, mutta amplitudin ollessa pieni ja punnuksen raskas se on hyvin lähellä sitä. Jousen jousivakio $k$ ja kappaleen massa $m$ määräävät jousen harmonisen liikkeen jaksonajan

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Värähtelyn taajuus saadaan jaksonajan käänteisarvona

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Harmonisessa värähdysliikkeessä jaksonaika ei riipu amplitudista.

Heiluri värähtelijänä. Värähdysliikkeen jaksonaika ei riipu amplitudista.

## Heilurin liikettä mallinnetaan harmonisella liikkeellä

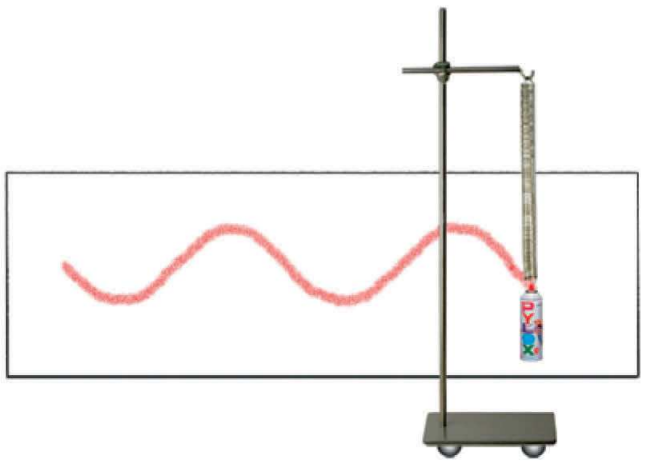
Heilurin liike on myös hyvin lähellä harmonista liikettä, koska pienillä heilahduskulmilla heilurikappaletta tasapainoasemaan palauttava voima on likimain harmoninen. Pienillä heilahduskulmilla ja raskaalla punnuksella heilurin heilahdusajaksi saadaan

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

jossa $l$ on langan pituus ja $g$ on putoamiskiihtyvyys. Heilurin jaksonaika $T$ on riippumaton punnuksen massasta.

Värähtelyn taajuus saadaan jaksonajan käänteisarvona

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$



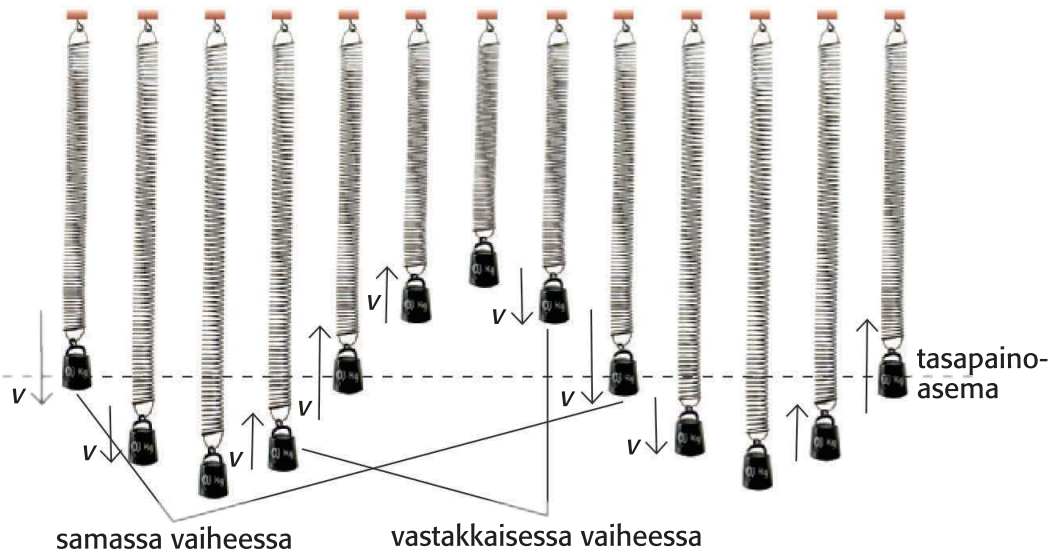
Jouseen on kiinnitetty spraypullo, joka suihkuaa jousen värähdellessä. Paperilla näkyvä sinimuotoinen kuvaaja ei ole aaltoliikettä. Kuvaaja esittää värähtelijän paikan ajan funktiona.

## Vaihe on jaksollisen liikkeen säännöllisesti toistuva tila

Värähdysliikkeessä toistuvat säännöllisesti samat liiketilat. Jaksollisessa ilmiössä säännöllisesti toistuvaa liiketilaa sanotaan **vaiheeksi**. Vaihe kertoo, mikä värähtelijän paikka ja värähtelijän liikesuunta on.

Jaksonajan $T$ välein värähtelijä on **samassa vaiheessa**. Tällöin värähtelijä liikkuu samaan suuntaan samalla nopeudella. Puolen jakson välein värähtelijä on **vastakkaisessa vaiheessa**.

Aaltoliikkeessä kahden samanvaiheisen värähtelijän välimatka on aallonpituus.




**Vaihe**
Vaiheeksi sanotaan jaksollisessa ilmiössä säännöllisesti toistuvaa liiketilaa, jonka määräävät värähtelijän paikka ja liikkeen suunta.

Kuvaajista havaitaan, että värähtelijän
– nopeus on nolla liikkeen ääriasemassa ja suurin tasapainoasemassa
– kiihtyvyys on nolla tasapainoasemassa ja suurin liikkeen ääriasemassa
– kiihtyvyys on samassa vaiheessa kokonaisvoiman kanssa
– kiihtyvyys ja värähtelijän paikka ovat tasapainoasemasta luettuna vastakkaismerkkiset.

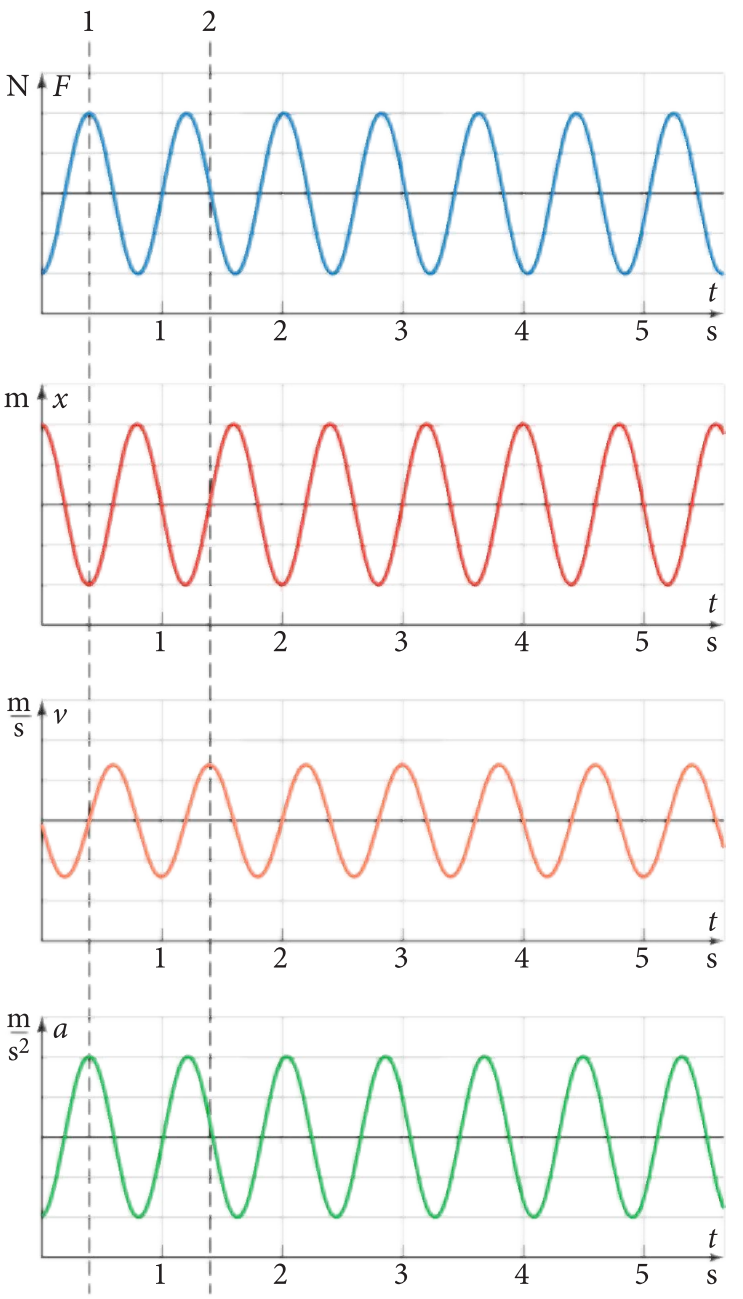
## Värähtelijän rata, nopeus ja kiihtyvyys

Tutkitaan tietokoneeseen kytketyllä ultraäänianturilla jousen varassa värähtelevän punnuksen liikettä. Mitataan punnuksen etäisyys ultraäänianturista ajan funktiona. Tietokone laskee paikan kuvaajasta nopeuden ja kiihtyvyyden kuvaajat.

Paikan ja nopeuden kuvaajista havaitaan, että ääriasemassa (kuvassa kohta 1) kappaleen nopeus on hetkellisesti nolla. Koska kappaleeseen vaikuttaa ääriasemassa suurin mahdollinen kokonaisvoima, kappaleen kiihtyvyys saa maksimiarvon. Tämän jälkeen kappaleen nopeus kasvaa, kunnes kappale saavuttaa tasapainoaseman.

Tasapainoasemassa (kuvassa kohta 2) kappaleen nopeus on suurimmillaan, kiihtyvyys on nolla ja kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima on nolla. Tasapainoaseman jälkeen kappale jatkaa matkaansa kohti vastakkaista ääriasemaa, sen liike hidastuu ja se pysähtyy hetkellisesti toisessa ääriasennossa. Hidastumisvaiheen aikana kappaleen kiihtyvyys ja nopeus ovat vastakkaissuuntaisia.

Nämä vaiheet toistuvat, kun kappale värähtelee jousen päässä.



## Esimerkki 1 — Jousen värähtely ja värähdysaika

**Kevyeen kierrejouseen, jonka jousivakio on 8,6 N/m, on kiinnitetty 64 g:n punnus. Punnusta poikkeutetaan tasapainoasemasta 45 mm ja päästetään irti.**

**a) Laske jousen värähtelyn jaksonaika.**

**b) Millä hetkellä punnuksella on suurin nopeus?**

**c) Millä hetkellä punnuksella on suurin kiihtyvyys?**

### Ratkaisu

$k = 8{,}6\ \text{N/m}, \quad m = 0{,}064\ \text{kg},$

Jousi alkaa värähdellä, kun punnuksesta vedetään ja päästetään irti. Venymä ei vaikuta jaksonaikaan.

**a)** $T = ?$

Jaksonaika on $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}064\ \text{kg}}{8{,}6\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0{,}542\ \text{s} \approx 0{,}54\ \text{s}.$

**b)** $t = ?$

Punnuksella on suurin nopeus tasapainoasemassa. Punnus saavuttaa tasapainoaseman ensimmäisen kerran ajan $t = \frac{T}{4}$ kuluttua liikkeellelähdöstä, hetkellä $t = 0{,}136\ \text{s} \approx 0{,}14\ \text{s}$. Toisen kerran punnus on tasapainoasemassa hetkellä $0{,}136\ \text{s} + \frac{0{,}542\ \text{s}}{2} = 0{,}407\ \text{s} \approx 0{,}41\ \text{s}$.

**c)** $t = ?$

Punnuksen kiihtyvyys on suurin ääriasemassa eli silloin, kun jousen venymä on suurin. Punnus on ääriasemassa lähtöhetkellä ja kun punnus on liikkunut puolet jaksonajasta eli hetkellä $t = \frac{T}{2} = \frac{0{,}542\ \text{s}}{2} = 0{,}271\ \text{s} \approx 0{,}27\ \text{s}$. Toisen kerran punnus on ääriasemassa yhden jakson kuluttua eli ajanhetkellä 0,54 s.

### Vastaus

**a)** Jousen värähtelyn jaksonaika on 0,54 s.

**b)** Punnuksella on suurin nopeus tasapainoasemassa eli hetkillä 0,14 s; 0,41 s; ...

**c)** Punnuksella on suurin kiihtyvyys ääriasemissa eli lähtöhetkellä ja hetkillä 0,27 s; 0,54 s; ...

## Esimerkki 2 — Jousi ja heiluri värähtelijänä

**Jousi venyy 11 cm, kun jousen päähän ripustetaan 50,0 g:n punnus.**

**a) Laske jousen jousivakio.**

**b) Laske värähdysliikkeen jaksonaika ja taajuus, kun punnus saatetaan värähtelemään.**

**c) Kuinka pitkän langan varaan sama punnus on laitettava, jotta heilurin heilahdusaika olisi yhtä suuri?**

### Ratkaisu

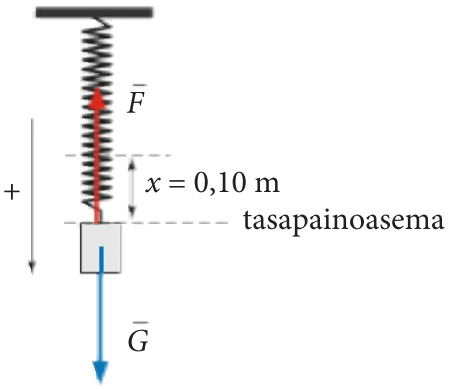
$x = 0{,}11\ \text{m}$, $m = 50{,}0\ \text{g}$, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

a) $k = ?$, b) $T = ?$, $f = ?$, c) $l = ?$

**a)** Punnukseen vaikuttaa kaksi voimaa: punnuksen paino $\bar{G}$, jonka suuruus on $G = mg$ ja jousivoima $\bar{F}$, jonka suuruus on $F = kx$.

Dynamiikan peruslain mukaan tasapainotilanteessa on $\bar{F}_{\text{kok}} = \bar{0}$.

Kun positiivinen suunta valitaan alaspäin, niin $G - F = 0$ eli $mg - kx = 0$.




Jousivakio on $k = \dfrac{mg}{x} = \dfrac{0{,}0500\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}11\ \text{m}} = 4{,}4591\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \approx 4{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

**b)** Värähdysliikkeen jaksonaika on

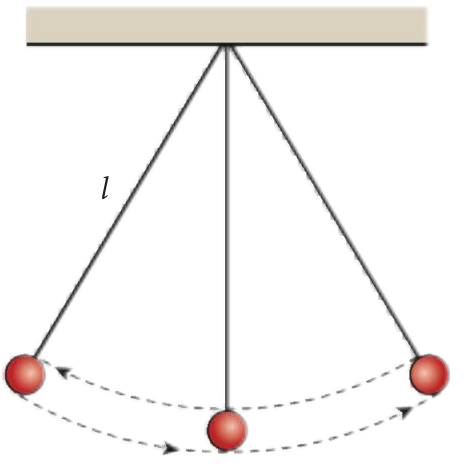
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}0500\ \text{kg}}{4{,}4591\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0{,}6653\ \text{s} \approx 0{,}67\ \text{s}.$$

Värähtelyn taajuus on $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0{,}6653\ \text{s}} = 1{,}5031\ \frac{1}{\text{s}} \approx 1{,}5\ \text{Hz}$.

**c)** Heilurin langan pituus saadaan yhtälöstä $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

Korotetaan yhtälö puolittain toiseen potenssiin, jolloin saadaan

$T^2 = 4\pi^2 \cdot \dfrac{l}{g}$.




Ratkaistaan langan pituus:

$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(0{,}6653\ \text{s})^2 \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4 \cdot \pi^2} = 0{,}1099\ \text{m} \approx 11\ \text{cm}.$$

### Vastaus

**a)** Jousivakio on $4{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

**b)** Värähdysliikkeen jaksonaika on 0,67 s ja taajuus 1,5 Hz.

**c)** Heilurilangan pituus on 11 cm.

## Esimerkki 3 — Jousivakion ratkaiseminen graafisella menetelmällä

**Pystysuoraan jouseen ripustetaan punnus. Punnuksen päästä vedetään 2,0 cm ja päästetään punnus värähtelemään. Värähdysliikkeen jaksonaika mitataan. Alla olevassa taulukossa on esitetty eri kuormituksilla saadut tulokset.**

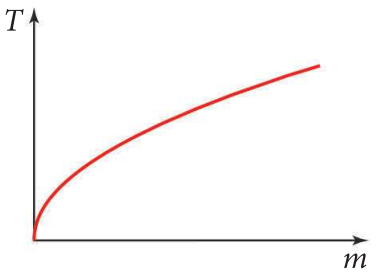
| $m$ (g) | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T$ (s) | 0,29 | 0,41 | 0,51 | 0,59 | 0,66 | 0,72 |

**a) Laadi tuloksista graafinen esitys siten, että kuvaajaksi tulee suora.**

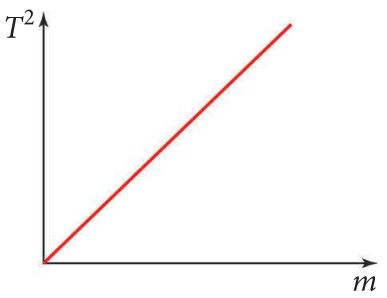
**b) Määritä kuvaajan avulla jousen jousivakio.**

### Linearisointi

Koska jaksonaika on suoraan verrannollinen punnuksen massan neliöjuureen, $T \sim \sqrt{m}$, mittaustulosten perusteella piirretty kuvaaja on neliöjuurifunktion kuvaaja.




Kun yhtälö korotetaan toiseen potenssiin, saadaan kuvaajaksi suora, koska $T^2 \sim m$ ($y = kx$). Tällöin fysikaalinen kulmakerroin voidaan ratkaista.




### Ratkaisu

**a)** Jousen varassa värähtelevän kappaleen liike on likimäärin harmonista liikettä, jonka jaksonaika on $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Värähdysliikkeen amplitudi ei vaikuta jaksonaikaan.

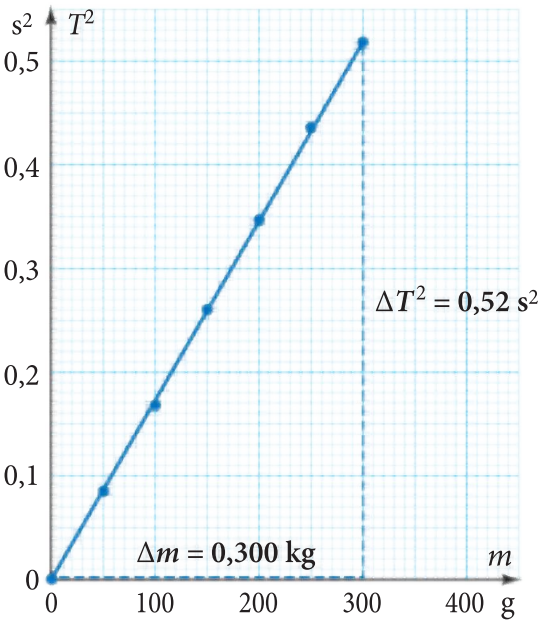
Korottamalla yhtälö puolittain toiseen potenssiin saadaan

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} = \underbrace{\frac{4\pi^2}{k}}_{\text{vakio } K} \cdot m = K \cdot m \qquad (\text{vertaa: } y = kx),$$

missä vakio $K$ on $m$, $T^2$ -kuvaajan fysikaalinen kulmakerroin.

Piirretään $m$, $T^2$ -kuvaaja.

| $m$ (g) | $T$ (s) | $T^2$ (s²) |
|---|---|---|
| 50 | 0,29 | 0,0841 |
| 100 | 0,41 | 0,168 |
| 150 | 0,51 | 0,260 |
| 200 | 0,59 | 0,348 |
| 250 | 0,66 | 0,436 |
| 300 | 0,72 | 0,518 |




**b)** $k = ?$

Kuvaajasta saadaan suoran fysikaalinen kulmakerroin

$$K = \frac{\Delta(T^2)}{\Delta m} = \frac{0{,}52\ \text{s}^2}{0{,}300\ \text{kg}} = 1{,}733\ \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}.$$

Yhtälöstä

$$\frac{4\pi^2}{k} = 1{,}733\ \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$$

saadaan jousen jousivakioksi

$$k = \frac{4\pi^2}{1{,}733\ \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}} = 22{,}780\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \approx 23\ \frac{\text{N}}{\text{m}}. \qquad \left(\frac{1}{\frac{\text{s}^2}{\text{kg}}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$$

### Vastaus

**b)** Jousivakio on 23 N/m.

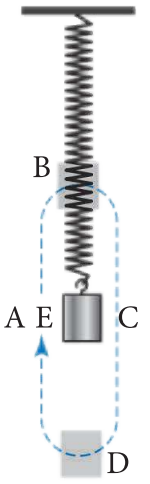
**Tiivistelmä**

- Harmoninen voima aiheuttaa harmonisen värähdysliikkeen.
- Harmonisen värähdysliikkeen jaksonaika ei riipu amplitudista.
- Jousen värähdysliikkeen jaksonaika $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.
- Heilurin värähdysliikkeen jaksonaika on $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.
- Värähdysliikkeessä säännöllisesti toistuva liiketilaa sanotaan vaiheeksi. Sen määräävät värähtelijän paikka ja liikkeen suunta.

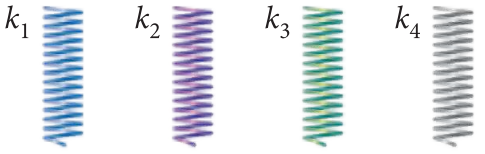
## Perustehtävät

**34.** **a)** Millaista on harmoninen värähdyliike?
**b)** Millainen voima on harmoninen voima?
**c)** Miten voidaan tutkia, onko jokin liike harmonista?

**35.** **a)** Mitä tarkoittaa vaihe jaksollisessa liikkeessä?
**b)** Punnus ja jousi värähtelevät. Mitkä kohdista A, B, C, D ja E ovat samassa vaiheessa ja mitkä vastakkaisessa vaiheessa?




**36.** Neljän jousen jousivakioista $k_1$ on suurin ja $k_4$ pienin, $k_1 > k_2 > k_3 > k_4$. Jousiin ripustetaan yhtä suuret punnukset.




**a)** Mikä jousi venyy eniten ja mikä vähiten?
Jousia venytetään yhtä paljon ja päästetään irti.
**b)** Minkä jousen värähdysaika on suurin ja minkä pienin?
**c)** Minkä jousen värähtelyn taajuus on suurin ja minkä pienin?

**37.** **a)** Mitkä seikat vaikuttavat jousessa riippuvan punnuksen harmonisen värähdysliikkeen jaksonaikaan?
**b)** Vaimentumattomassa harmonisessa värähdysliikkeessä olevan kappaleen värähtelyn amplitudi kolminkertaistetaan. Miten muuttuvat jousivakio ja kappaleen värähtelyn jaksonaika?

**38.** Kevyeen kierrejouseen on kiinnitetty 125 g:n punnus. Punnusta poikkeutetaan tasapainoasemasta ja päästetään irti. Kuinka suuri jousen värähtelyn jaksonaika on? Jousen jousivakio on 14,6 N/m. Esim. 1

**39.** Hämähäkin verkko värähtelee kuin jousi, jonka jousivakio on 2,7 N/m. Kuinka suuri hämähäkin massa on, kun sen liike sai verkon värähtelemään 15 Hz:n taajuudella? Esim. 1

**40.** Villen massa on 68 kiloa. Ville keinuu 5,5 metriä pitkän narun päässä.
**a)** Kuinka kauan yksi heilahdus kestää?
**b)** Kuinka suuri keinumisen taajuus on? Esim. 2b

**41.** Maskotti värähtelee kuminauhan varassa. Värähtelyn jaksonaika on 1,5 sekuntia, kun maskottia on poikkeutettu tasapainoasemasta 5,0 cm. Kuinka suuri jaksonaika on, kun sitä poikkeutetaan tasapainoasemasta 10,0 cm? Esim. 1a

## Soveltavat tehtävät

**42.** Jousen jousivakio on 15,6 N/m. Jouseen on ripustettu punnus, jonka massa on 150 g. Kuinka pitkän langan varaan sama punnus on laitettava, jotta heilurin heilahdusaika olisi yhtä suuri kuin jousen?

**43.** Kun kevyeen kierrejouseen ripustetaan punnus, jonka massa on 150 g, jousi venyy 7,5 cm. Kun samaan jouseen ripustetaan toinen punnus, jota poikkeutetaan hieman tasapainoasemasta, se alkaa värähdellä taajuudella 1,75 Hz. Kuinka suuri on värähtelevän punnuksen massa?

**44.** Punnus, jonka massa on 250 g, ripustetaan jouseen. Jousi alkaa värähdellä. Punnuksen mitataan heilahtavan edestakaisin neljä kertaa 12 sekunnissa. Kuinka suuri jousen jousivakio oli?

**45.** **a)** Sekuntikello voidaan rakentaa heilurista. Kuinka pitkä heilurin langan on oltava, jotta heilurin liike yhteen suuntaan kestää 1,00 sekuntia?
**b)** Miten punnuksien lisääminen heiluriin vaikuttaa sekuntikellon toimintaan?

**46.** Kun kevyeen kierrejouseen on kiinnitetty 150 g:n punnus, jousen venymä on 9,3 cm Punnusta poikkeutetaan tasapainoasemasta 6,0 cm ja päästetään irti.
**a)** Millä hetkellä punnuksella on suurin nopeus?
**b)** Millä hetkellä punnuksella on suurin kiihtyvyys?

**47.** Kun Heikki seisoo ponnahduslaudan päässä, laudan pää painuu 18 cm. Heikin massa on 75 kg. Oletetaan, että laudan Heikkiin kohdistama voima on harmoninen ja että lauta on kevyt.
**a)** Laske ponnahduslaudan jousivakio.
**b)** Kun Jouni tulee seisomaan Heikin viereen, ponnahduslauta alkaa värähdellä. Laske taajuus, jolla pojat keinuvat, kun Jounin massa on 65 kg.

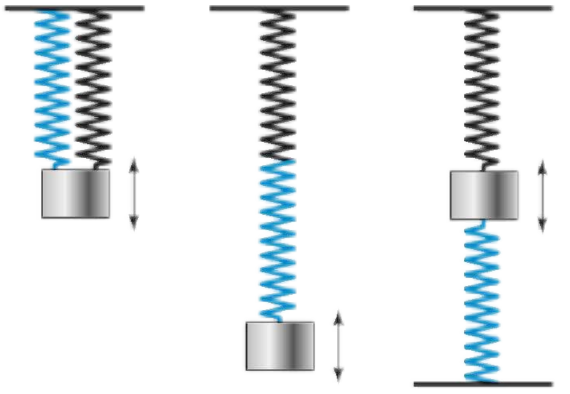
**48.** Pystysuoraan jouseen ripustetaan punnus. Punnus saatetaan värähdysliikkeeseen ja liikkeen jaksonaika mitataan. Alla olevassa taulukossa on esitetty eri kuormituksilla saadut tulokset.

| $m$ (g) | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T$ (s) | 0,43 | 0,58 | 0,69 | 0,82 | 0,90 | 0,97 |

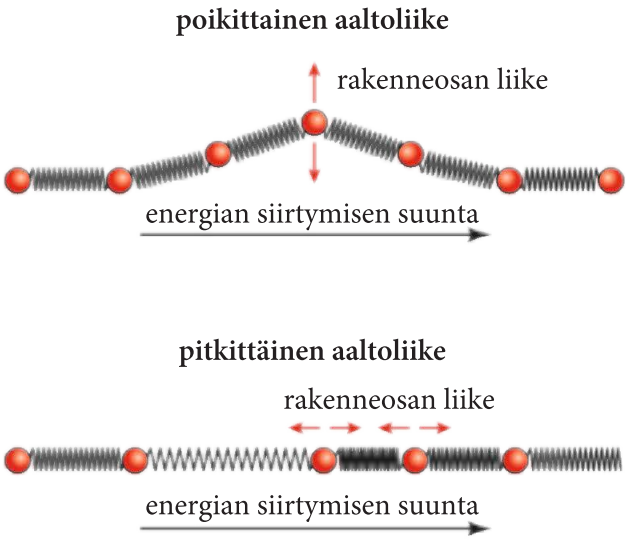
Laadi tuloksista graafinen esitys siten, että kuvaajaksi tulee suora, ja määritä sen avulla jousen jousivakio. (Yo syksy 86, teht. 11)

**49.** Kierrejousen ominaisuuksia tutkittaessa kevyeen jouseen ripustettu kappale saatettiin pystysuoraan värähdysliikkeeseen. Tällöin värähtelyn jaksonajaksi mitattiin 0,77 s. Jousen pariksi otetaan toinen samanlainen jousi, ja kyseinen kappale pannaan värähtelemään jousien varassa (kuvio). Laske jaksonaika tapauksissa a, b, c. (Yo kevät 1991, teht. 10).

a) b) c)



# 4 Mekaaninen aaltoliike on värähtelijöiden kytkettyä liikettä




Aineen rakenneosat ovat kytkeytyneet toisiinsa, joten aallon etenemistä väliaineessa voidaan havainnollistaa peräkkäisillä jousilla. Kun mekaaninen aalto etenee aineessa, aineen rakenneosat ovat värähdysliikkeessä. Rakenneosat tasapainoon palauttava voima on harmoninen.

## Aallon etenemistä mallinnetaan kytketyillä värähtelijöillä

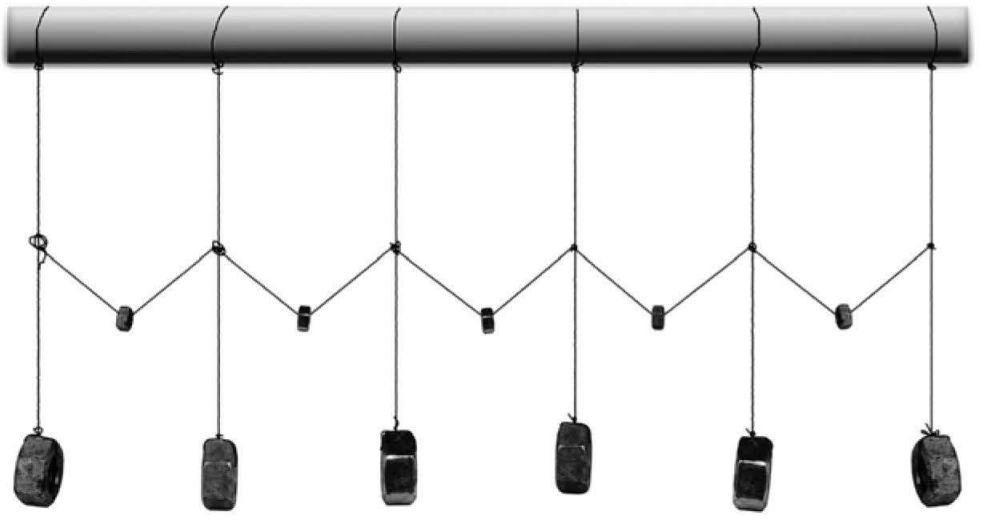
Veteen heitetty kivi synnyttää veden pinnalle aaltoja. Painovoima palauttaa vedenpinnan tasapainoon vastaavalla tavalla kuin jousen jousivoima palauttaa jousen tasapainotilaan.

Aineen rakenneosien kytkeytymistä toisiinsa havainnollistetaan **kytketyillä heilureilla**. Heilurit ovat samanlaisia, ja ne on liitetty toisiinsa välinaruilla, joissa on pienet punnukset.

Kun ensimmäinen heiluri saatetaan heilumaan, heiluri vetää narun ja punnuksen vaikutuksesta mukaansa seuraavan heilurin ja luovuttaa sille mekaanista energiaa. Syntyy aaltoliike, jossa energia siirtyy värähtelijältä toiselle, mutta värähtelijät eivät liiku aaltoliikkeen mukana.

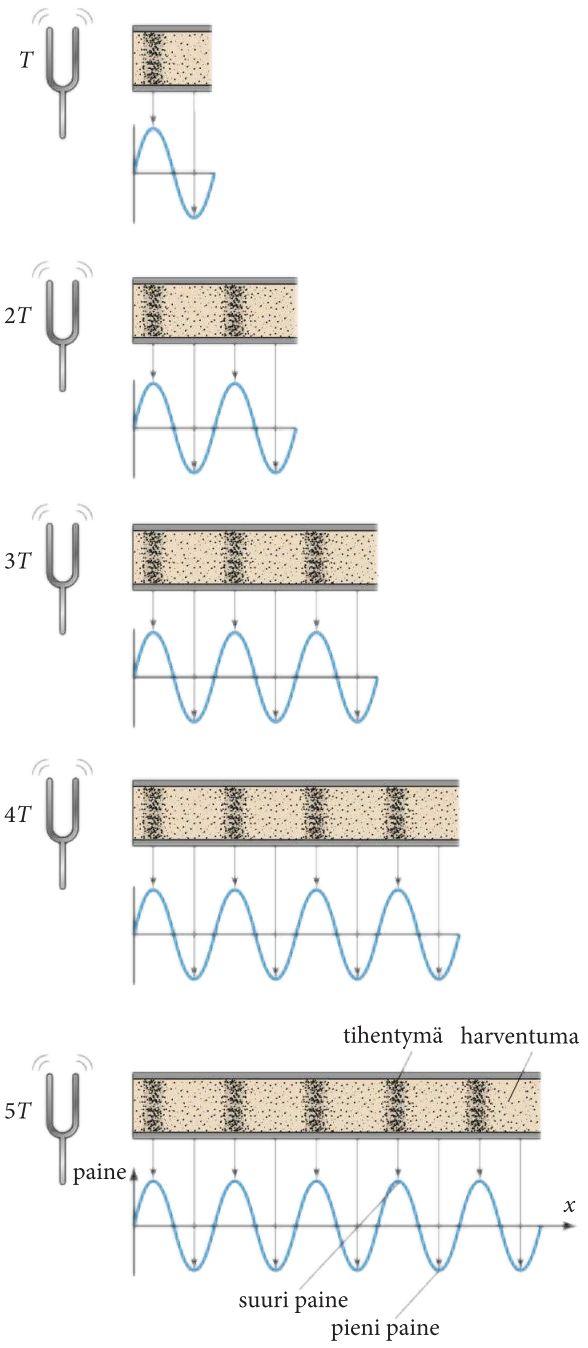
Jos välinarujen punnukset poistetaan, heilureiden välinen kytkentä on heikko ja aaltoliike ei juuri etene. Jos taas punnusten massaa lisätään, kytkentä voimistuu ja aaltoliikkeen etenemisnopeus kasvaa.

Aineen sisäiset vuorovaikutukset, liikettä vastustavat voimat, muuntavat värähdysliikkeen energian vähitellen väliaineen sisäenergiaksi eli aineen lämpöenergiaksi ja rakenneosien välisten sidosten potentiaalienergiaksi. Aaltoliike vaimenee ja aine palaa tasapainotilaan.



**Kytketyt heilurit**
Heilurit on liitetty toisiinsa välinaruilla, joissa on punnukset. Kytkettyjen heilureiden avulla voidaan havainnollistaa aaltoliikkeen synty ja mekaanisen energian siirtyminen aallon mukana.

Muikkuverkon kohojen aaltoliikettä veden pinnalla voidaan tarkastella paikan tai ajan funktiona.



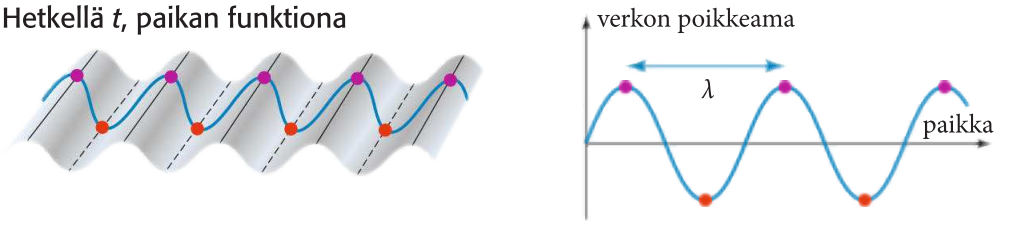

Värähtelevä kappale synnyttää ilmaan tihentymiä ja harventumia, jotka etenevät poispäin äänen lähteestä. Ilman tiivistymä merkitsee paikallista ylipainetta ja harventuma paikallista alipainetta. Ääniaalto on pitkittäistä aaltoliikettä. Havainnollisuuden vuoksi paineen vaihtelua kuvataan siniaallolla.

## Aaltoliikkeen esittäminen paikan ja ajan funktiona

Aaltoliikettä voidaan tarkastella joko paikan tai ajan funktiona. Paikan funktiona aaltoliike on esitetty tietyllä ajanhetkellä – aaltoliike siis on ikään kuin pysäytetty. Ajan funktiona piirretty aaltoliikkeen kuvaaja esittää yhden värähtelijän sijaintia eri ajanhetkillä.

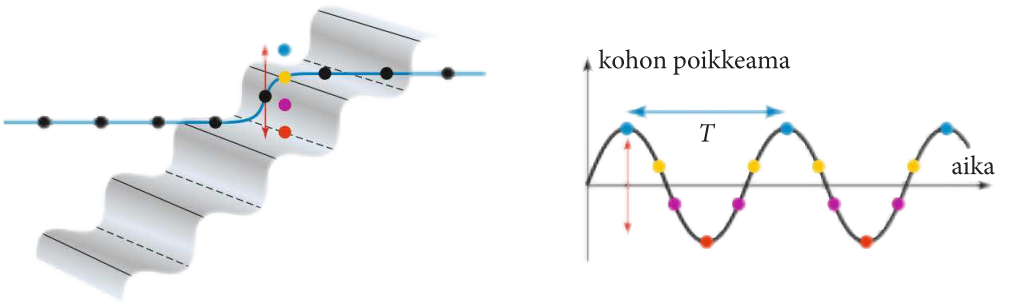
Kun aaltoliikettä tarkastellaan paikan funktiona, kahden aallonharjan väli on aallonpituus $\lambda$. Kun taas tarkastellaan värähtelijän paikkaa ajan funktiona, kahden aallonharjan väli on jaksonaika $T$.

Hetkellä *t*, paikan funktiona




Paikan funktiona piirretty aaltokuvaaja esittää, miten kohot sijoittuvat aallokkoon tietyllä hetkellä. Silloin tarkastellaan koko muikkuverkkoa.

Paikassa *x*, ajan funktiona




Ajan funktiona piirretty aaltokuvaaja esittää yhden kohon liikettä, kun se värähtelee aallokossa tietyssä pisteessä. Väri kuvaa kohon paikkaa eri ajan hetkillä.

## Ääni on pitkittäistä mekaanista aaltoliikettä

Ääni on mekaanista aaltoliikettä, jonka taajuus on ihmisen kuuloalueella. Se on ihmisen kannalta niin tärkeä aaltoliike, että sitä tarkastellaan usein erillisenä aaltoliikkeen lajina. Ääni tarvitsee edetäkseen väliaineen; korvaan se saapuu yleensä ilman välityksellä.

Kun värähtelevän kappaleen ympärillä on ilmaa, värähtely synnyttää ilmaan tiivistymiä ja harventumia. Ilman tiivistymät merkitsevät paikallista ylipainetta ja harventumat paikallista alipainetta. Tiivistymät ja harventumat leviävät kaikkiin suuntiin samalla tavalla kuin paine leviää kaasuissa.

Ääneen liittyvä paineenvaihtelu on yhden millipascalin luokkaa, joten se on hyvin pieni verrattuna ilmanpaineeseen, joka on sadantuhannen pascalin luokkaa. Äänen paineenvaihtelu havaitaan äänen voimakkuuden vaihteluna.

Koska ilma värähtelee edestakaisin tihentymästä harventumaan ja päinvastoin, ääntä voidaan tarkastella pitkittäisenä aaltoliikkeenä. Havainnollisuuden vuoksi paineen vaihtelua mallinnetaan monesti siniaallolla.

Jännitetyn kielen ominaisvärähtelyt ovat tuttuja kitaran soittajille. Kun kielen vapaa osa värähtelee, sanotaan, että kieli värähtelee perustaajuudella. Kun soittaja koskettaa kieltä sopivasta kohdasta, hän muuttaa sen ominaisvärähtelyä.

**Ominaisvärähtely**
Vapaasti värähtelevä kappale värähtelee ominaistaajuudella.

Keinuvalle lapselle annetaan vauhtia niin, että häntä tönäistään sopivalla tavalla.

**Ulkoinen voima aiheuttaa resonanssin**
Jos jaksollisesti muuttuva ulkoinen voima vaikuttaa kappaleeseen sen ominaistaajuudella, kappale alkaa värähdellä ja värähtelyn amplitudi kasvaa jakso jaksolta.

**Resonanssi energialähteen kanssa**
Kappale joutuu resonanssiin energialähteen kanssa, kun siihen syötetään energiaa taajuudella, joka on jokin kappaleen ominaistaajuuksista.

## Kappale värähtelee ominaistaajuudella

Jousen ja sen päässä riippuvan punnuksen värähdysliikkeen jaksonaika $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ muuttuu, jos punnuksen massaa muutetaan tai vaihdetaan jäykempi tai löysempi jousi. Jousi–punnus-systeemin jaksonaika pysyy vakiona, vaikka värähdysliikkeen amplitudia muutetaan.

Koska jaksonaika on vapaasti värähtelevälle systeemille ominainen, sen käänteisarvo, taajuus $f = \frac{1}{T}$, on myös sille ominainen. Tätä taajuutta sanotaan **ominaistaajuudeksi**. Se on taajuus, jolla värähtelijä värähtelee, kun se värähtelee vapaasti. Yksinkertaisella jousisysteemillä on vain yksi ominaistaajuus, jolla se aina värähtelee. Ominaistaajuudella tapahtuvaa värähtelyä kutsutaan **ominaisvärähtelyksi**.

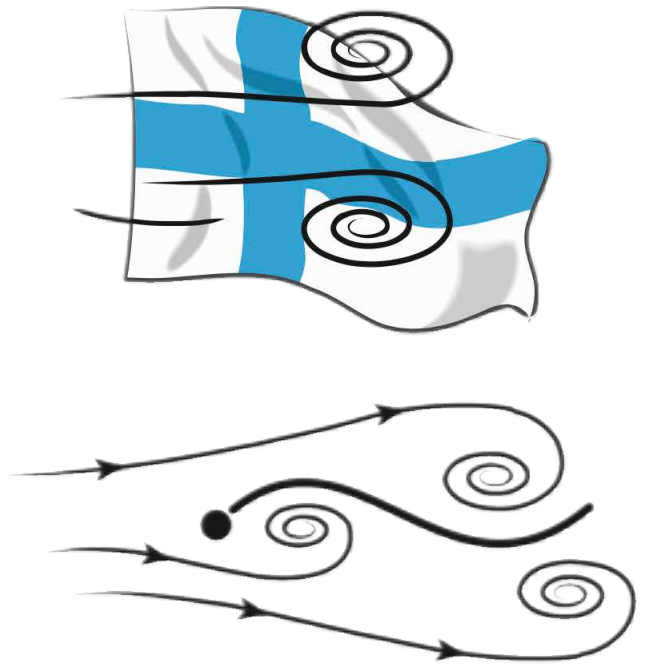
Samalla systeemillä voi olla monia ominaistaajuuksia. Esimerkiksi rumpukalvoilla ja jännitetyillä kielillä on useita ominaistaajuuksia. Niitä on sitä enemmän, mitä monimutkaisempi systeemi on.

## Kaksi värähtelijää voi olla resonanssissa

Keinujalle annetaan vauhtia niin, että keinua tönäistään aina sopivalla hetkellä, jolloin keinumisen amplitudi kasvaa. Jos ulkoinen voima vaikuttaa kappaleen ominaistaajuudella, syntyy **resonanssi**: ulkoinen voima kasvattaa värähtelyn amplitudia jakso jaksolta.

Resonanssia voidaan tarkastella myös energian siirtymisen kannalta. Jos kappale vastaanottaa mekaanista energiaa ominaistaajuudella, värähtelyn amplitudi kasvaa suureksi. Värähtely voi rikkoa kappaleen. Sarjakuvissa sopraanolaulajat rikkovat juomalaseja ja maljakoita laulamalla sellaisella taajuudella, että esineet alkavat värähdellä resonanssissa. Esimerkiksi maanjäristysalueilla rakennukset pyritään suunnittelemaan niin, että ne eivät resonoisi maan värähtelyn tahdissa.

Kaksi samanlaisella kaikupohjalla varustettua äänirautaa ovat resonanssissa keskenään.



Tuulen pyörteet saavat lipun liehumaan.

## Resonanssista on hyötyä ja haittaa

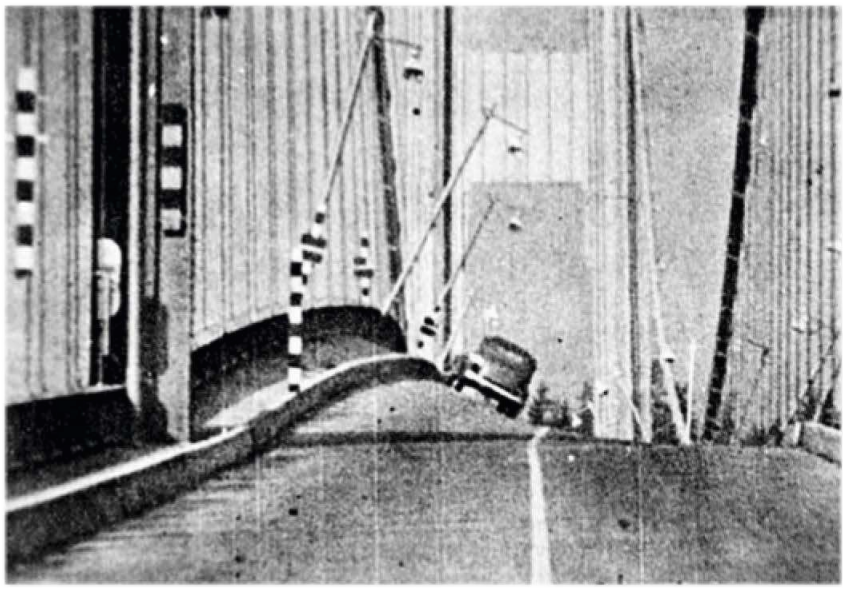
Tuuli voi synnyttää piippujen ympärille vaarallisia pyörteitä. Sopivalla tuulella piippu voi resonoida tuulipyörteiden kanssa. Piipun ympärille rakennettu spiraali rikkoo pyörteet, joten piippu ei ala niin helposti värähdellä.

Autoista kuullaan monesti epämiellyttävää sivuääntä, kun auton moottorin kierrosnopeus vaihtelee. Ääni syntyy, kun auton rakenteet värähtelevät samalla taajuudella moottorin kanssa. Rakenteet resonoivat moottorin kanssa.

Matkapuhelimen, radion ja television toiminta sekä langaton viestintä perustuvat resonanssiin. Vastaanottimessa sähköiset värähtelypiirit viritetään resonanssiin lähettimen kantoaallon kanssa eli valitaan kanava, jota halutaan kuunnella.

Kuuleminenkin perustuu resonanssiin. Korvan tärykalvo värähtelee resonanssissa ilmassa etenevien paineaaltojen kanssa. Iän myötä tapahtuva kuulon heikkeneminen aiheutuu osittain tärykalvon kimmoisuuden vähenemisestä.

Tuuli synnyttää piippujen, siltapalkkien ja erilaisten rakenteiden eri puolille vastaavanlaisia ilmapyörteitä kuin pyörteet, jotka saavat lipun liehumaan. Piipun ulkopinnalle rakennetuilla kierteillä estetään pyörteiden syntyä.



Tacoman salmen silta särkyi vuonna 1940, kun tuulen aikaansaamat pyörteet saivat sillan värähtelemään sen rakenteiden ominaistaajuudella.

## Esimerkki 1

**Onko värähtely kytkettyä vai ei?**

**Viljapelto aaltoilee syksyllä tuulessa, kun vilja on kypsymässä. Pohdi, voidaanko viljapeltojen aaltoilua pitää aaltoliikkeenä.**

### Ratkaisu

Viljankorret heiluvat edestakaisin, kun aalto etenee. Jokaisen korren värähtely on kuitenkin tuulen aiheuttamaa, eikä korsien välillä ole sellaisia vuorovaikutuksia, että niiden muodostama aalto pystyisi kuljettamaan energiaa. Viljapellossa etenevältä aaltoliikkeeltä puuttuu yksi fysikaalisen aaltoliikkeen perustuntomerkki, se että värähtelijät ovat kytkeytyneitä toisiinsa.

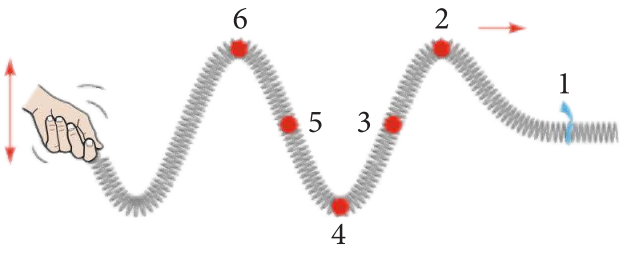
### Vastaus

Ei voida.

## Esimerkki 2

**Värähtelijän liike aallon edetessä**

**Jousta heilutetaan niin, että siinä etenee aaltoja oikealle. Jousen kohtaan 1 on kiinnitetty teipinpala. Miten teipinpala liikkuu aaltoliikkeen eri vaiheissa 2–6, kun aallot ohittavat teipinpalan?**




### Ratkaisu

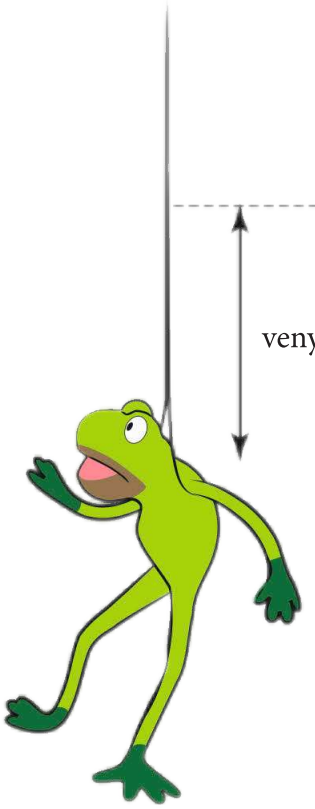
Aaltoliike tulee vasemmalta, eli teipinpala liikkuu ensin ylös aallonharjalle ja laskee sitten alas aallonpohjalle ja lähtee uudelleen nousemaan ylöspäin.

- Kohdassa 2 teipinpala ei liiku, koska se on ääriasemassa.
- Kohdassa 3 teipinpala on tasapainoasemassa ja liikkuu alaspäin.
- Kohdassa 4 teipinpala on ääriasemassa, ja sen nopeus on hetkellisesti nolla.
- Kohdassa 5 teipinpala on jälleen tasapainoasemassa ja liikkuu ylöspäin.
- kohdassa 6 teipinpala on ääriasemassa, ja sen nopeus on hetkellisesti nolla.

## Esimerkki 3 — Maskotin ominaistaajuus

**Kaappikellon heiluri tekee yhden edestakaisen heilahduksen kahdessa sekunnissa. Ville haluaa tehdä kankaisen maskottisammakon, jolla on sama ominaistaajuus kuin kaappikellon heilurilla. Villellä on purkki ilmakiväärin hauleja. Yhden haulin massa on 0,5 g. Suunnitellessaan värähtelijää Ville huomasi, että kuminauha venyi 8,5 cm, jos hauleja oli kangaspussissa 150 kappaletta.**

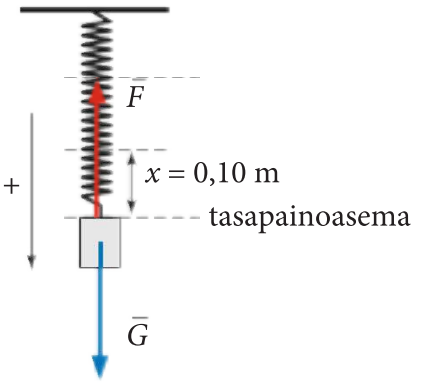
**Kuinka monta haulia Villen on laitettava maskottisammakon sisälle, jotta sillä olisi sama ominaistaajuus kuin heilurilla?**




### Ratkaisu

$T = 2{,}0$ s, $m_{\text{hauli}} = 0{,}5$ g, hauleja 150 kpl, $x = 0{,}085$ m

Kuminauha ja siihen ripustettu maskottisammakko muodostavat pystysuorassa värähtelevän systeemin. Kuminauha värähtelee kuin jousi. Värähtelijän ominaistaajuuden halutaan olevan $T = 2{,}0$ s.




Aluksi Ville laski kuminauhan jousivakion. Sammakkoon vaikuttaa kaksi voimaa: sammakon paino $\bar{G}$, jonka suuruus on $G = mg$ ja kuminauhan jousivoima $\bar{F}$, jonka suuruus on $F = kx$. Dynamiikan peruslain mukaan tasapainotilanteessa on $\bar{F}_{\text{kok}} = \bar{0}$ eli $G - F = 0$. Kun positiivinen suunta valitaan alaspäin, niin $mg - kx = 0$.

Kuminauhan jousivakio on

$$k = \frac{mg}{x} = \frac{150 \cdot 0{,}0005 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}085 \text{ m}} = 8{,}6559 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Kuminauhan ja sammakon värähdysliikkeen jaksonaika on $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, josta ratkaistaan maskottisammakon massa korottamalla yhtälö toiseen potenssiin:

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{k}$$

$$m = \frac{T^2 k}{4\pi^2} = \frac{(2{,}0 \text{ s})^2 \cdot 8{,}6559 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{4\pi^2} = 0{,}87703 \text{ kg}.$$

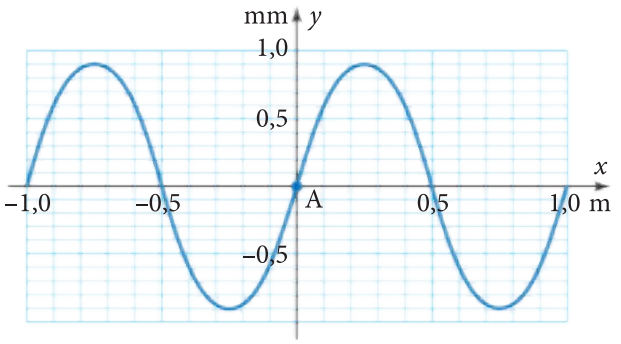
Hauleja tarvitaan $\frac{m}{m_{\text{hauli}}} = \frac{0{,}87703 \text{ kg}}{0{,}0005 \text{ kg}} = 1\,754{,}06 \approx 1\,750.$

### Vastaus

Hauleja tarvitaan 1 750 kappaletta.

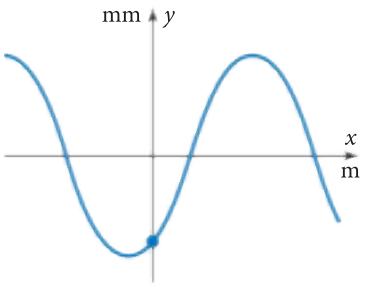
## Esimerkki 4 — Värähdysliikkeen ja aaltoliikkeen yhteys

**Poikittainen sinimuotoinen aaltoliike etenee väliaineessa $x$-akselin positiiviseen suuntaan nopeudella 450 m/s. Oheinen kuva esittää aaltoliikkeeseen osallistuvien rakenneosien poikkeamia tasapainoasemasta hetkellä, jolloin ajan mittaus aloitettiin. Rakenneosa A oli mittauksen alkuhetkellä tasapainoasemassa.**

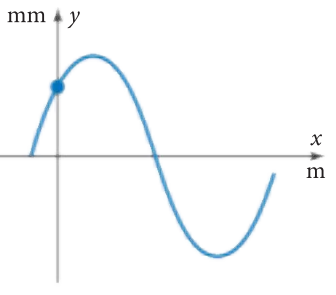



**Määritä aaltoliikkeen**
**a) amplitudi, b) taajuus, c) jaksonaika.**
**Hahmottele rakenneosan A sijainti hetkellä d) 0,5 ms, e) 2,0 ms.**

Hetkellä 0,5 ms




Hetkellä 2,0 ms




### Ratkaisu

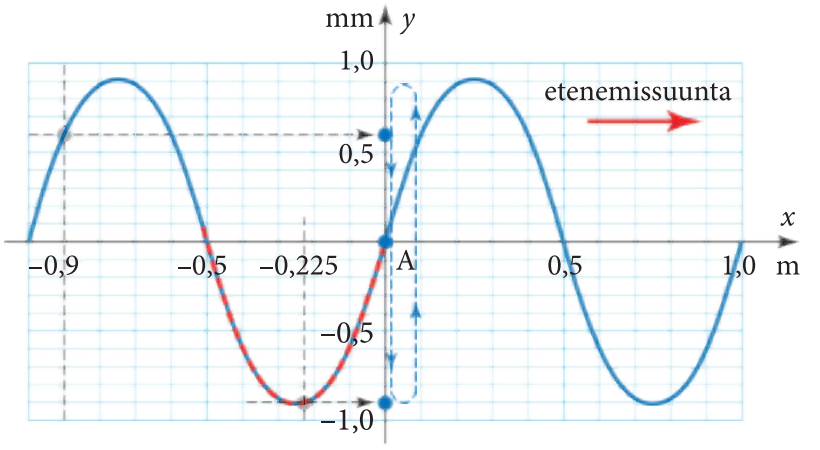
**a)** Amplitudi luetaan kuvaajasta: $A = 0{,}9$ mm.

**b)** Aallonpituus on kuvaajan mukaan 1,0 m. Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda$ saadaan taajuus $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{450\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}0\ \text{m}} = 450\ \text{Hz}.$

**c)** Jaksonaika on taajuuden käänteisarvo

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{450\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}00222\ \text{s} \approx 2{,}2\ \text{ms}.$$

Aalto etenee vasemmalta oikealle, joten rakenneosan A vaiheet saadaan selville tarkastelemalla kuvaajaa origosta vasemmalle. Rakenneosa A siirtyy ensin alaspäin ja saavuttaa ääriaseman $y = -0{,}9$ mm, kun aalto on edennyt 25 cm. Sitten rakenneosa A nousee ylöspäin niin, että on tasapainoasemassa aallon edettyä 50 cm. Rakenneosa jatkaa nousua toiseen ääriasemaan.




**d)** Hetkellä 0,5 ms aalto on edennyt matkan
$\Delta x = v \cdot t = 450\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{s} = 0{,}225\ \text{m}$. Eli hetkellä 0 s rakenneosa oli paikassa –0,255 m (origosta vasemmalle). Rakenneosa on juuri tulossa ääriasemaan.

**e)** Hetkellä 2,0 ms rakenneosan A poikkeama on sama kuin rakenneosan, joka hetkellä 0 s sijaitsi paikassa
$-450\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{s} = -0{,}90\ \text{m}$. Rakenneosa on palaamassa kohti tasapainoasemaa.

### Vastaus

**a)** Amplitudi $A = 0{,}9$ mm.
**b)** Taajuus $f = 450$ Hz.
**c)** Jaksonaika $T = 2{,}2$ ms.
**d)** Hetkellä $t = 0{,}5$ s rakenneosa on likimain ääriasennossa.
**e)** Hetkellä $t = 2{,}0$ s rakenneosa on palaamassa kohti tasapainoasemaa.

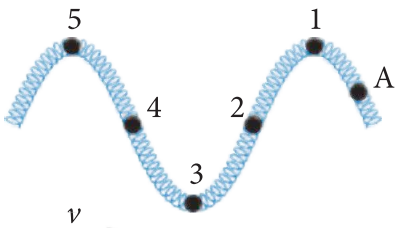
**Tiivistelmä**

- Aallon etenemistä mallinnetaan värähtelevillä jousilla ja kytketyillä heilureilla.
- Vapaasti värähtelevä kappale värähtelee ominaistaajuudella.
- Ilmiötä, jossa värähtelijä saa toisen värähtelijän värähtelemään tämän ominaistaajuudella, sanotaan resonanssiksi.

## Perustehtävät

**50.** Miksi jalkapallostadionin katsomossa etenevää aaltoa ei voida pitää fysikaalisena aaltoliikkeenä? Esim. 1

**51.** Jousessa etenee aaltoliike vasemmalta oikealle nopeudella $v$. Miten kohdan A värähtelijä liikkuu aallon eri vaiheissa 1–5, kun aalto ohittaa värähtelijän? Kasvaako värähtelijän nopeus, pieneneekö se vai onko se nolla? Esim. 2




**52.** Miksi mekaaniset värähtelyt etenevät yleensä nopeammin kiinteissä aineissa kuin kaasuissa?

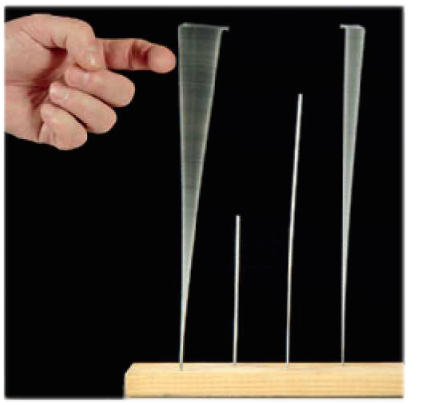
**53.** **a)** Laske keinun ominaistaajuus, kun keinussa kiikkuu lapsi, jonka massa on 45 kg. Keinun narujen pituus on 3,5 metriä. Esim. 3
**b)** Mitä ominaistaajuus tarkoittaa?

**54.** Pitkän kierrejousen toinen pää saatetaan värähtelemään pitkittäissuunnassa taajuudella 3,1 Hz. Värähtelyn seurauksena jousessa etenee pitkittäinen aaltoliike nopeudella 5,2 m/s. Kuinka kaukana kaksi vierekkäistä tihentymää ovat toisistaan?

**55.** Aaltoliikkeen taajuus on 0,50 kHz ja etenemisnopeus 330 m/s. Kuinka kaukana toisistaan (aaltojen etenemissuunnassa mitattuna) olevien värähtelijöiden liiketila on täsmälleen sama, toisin sanoen värähtelijät ovat samassa vaiheessa?

**56.** **a)** Mitä resonanssi tarkoittaa?
**b)** Mitä hyötyä ja haittaa resonanssista on?

**57.** **a)** Viereisessä kuvassa näpäytetään metallitankoa. Miksi osa tangoista värähtelee ja osa ei?
**b)** Miksi sotilasosasto ei ennen saanut marssia tahdissa puusillalla?



**58.** Vastaa perustellen, mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa ja mitkä eivät.
**a)** Kaksi samanlaista äänirautaa on lähekkäin tyhjiössä. Kun toinen äänirauta lyödään soimaan, myös toinen alkaa soida.
**b)** Sähkökitaran kielen värähtely voi saada rummun kalvon värähtelemään, jolloin kyseessä on resonanssi.
**c)** 440 Hz:n ääniraudan vieressä on 1 700 Hz:n äänirauta, joka lyödään soimaan. Tällöin myös 440 Hz:n äänirauta alkaa soida.

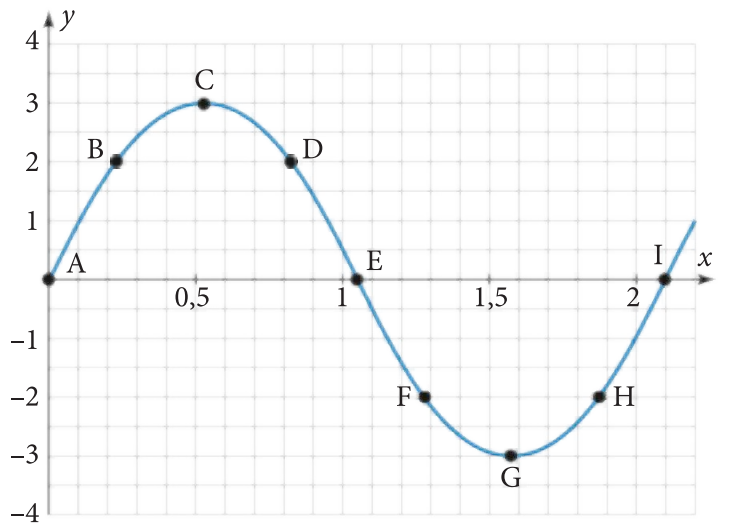
**59.** Vastaa perustellen.
**a)** Millä tavoin pehmeään hiekkaan juuttunutta autoa voidaan yrittää irrottaa resonanssia apuna käyttäen?
**b)** Auton moottorin edestakaisin liikkuvat osat saavat moottorin värähtelemään. Miten värähtelyä pyritään vaimentamaan?
**c)** Eräässä mainoksessa ohutreunainen juomalasi särkyy korkean äänen vaikutuksesta. Voiko niin tapahtua todellisuudessa?

## Soveltavat tehtävät

**60.** Ville kelluu ilmapatjalla valtameren aallokossa, jossa aallonharjojen välimatka on 21 metriä. Ville käy aallonharjalla aina 5,5 sekunnin välein. Kuinka suuri on veden aaltoliikkeen **a)** taajuus, **b)** nopeus?

**61.** Kuva esittää poikittaisen aallon hetkellistä muotoa jousessa. Aalto etenee oikealta vasemmalle.

**a)** Piirrä kuvaan väliaineen rakenneosien A, B, C, D, E, F, G, H ja I liikesuunta. Kuvaa rakenneosan arvioitua nopeutta nuolen pituudella.




**b)** Mitkä rakenneosat ovat samassa vaiheessa?

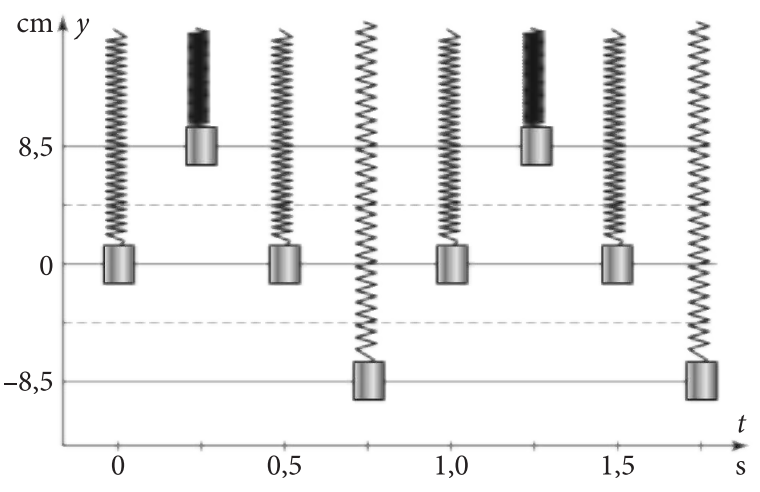
**c)** Mitkä rakenneosat ovat vastakkaisessa vaiheessa?

**d)** Piirrä aallon hetkellinen muoto 10 ms:n kuluttua, kun aaltoliikkeen taajuus on 50 Hz.

**62.** Jouseen ripustettu punnus värähtelee pystysuunnassa samalla, kun jousta liikutetaan vaakasuoraan liitutaulun edessä. Punnuksen massa on 350 g. Kuvassa on esitetty punnuksen värähtelyn vaiheita.

**a)** Määritä kuvan perusteella värähtelyn jaksonaika, taajuus ja amplitudi sekä jousen jousivakio.

**b)** Kuinka paljon jousi lyhenee, kun punnus irrotetaan?




**63.** Aaltoliikkeen taajuus on 4,5 Hz ja etenemisnopeus 11,5 m/s.

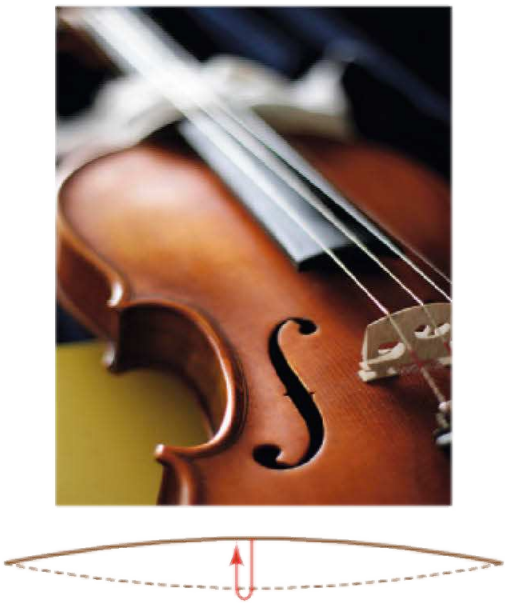
**a)** Laske aaltoliikkeen värähdysaika.

**b)** Laske aaltoliikkeen aallonpituus.

**c)** Kuinka kauan kestää, kun värähtelijä siirtyy ääriasennosta toiseen?

**d)** Missä ajassa aaltoliike etenee 37,3 m?

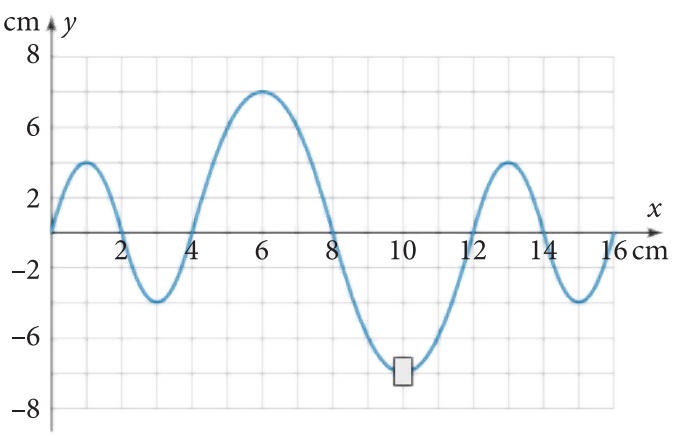
**64.** Kireälle pingotetussa, ohuessa viulun kielessä etenee poikittainen aaltoliike. Aaltoliikkeen nopeus on 450 m/s ja aallonpituus 18 cm. Aaltoliikkeen amplitudi on 2,0 mm. Kuinka kauan kestää, että kielestä valittu kohta, värähtelijä, liikkuu edestakaisin yhteensä kilometrin mittaisen matkan?



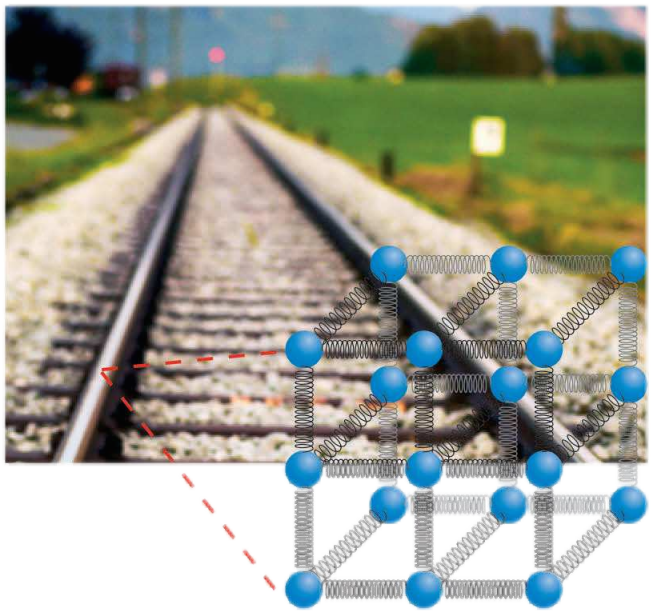
**65.** Jousessa etenee kuvan mukainen pulssi oikealle nopeudella 4,0 cm/s. Jousen kohtaan $x = 10{,}0$ cm on kiinnitetty pieni paperilappu.

**a)** Millaisen liikkeen paperilappu tekee pulssin kulkiessa ohi?

**b)** Piirrä kuvaaja, joka esittää paperilapun paikkaa ajan funktiona.

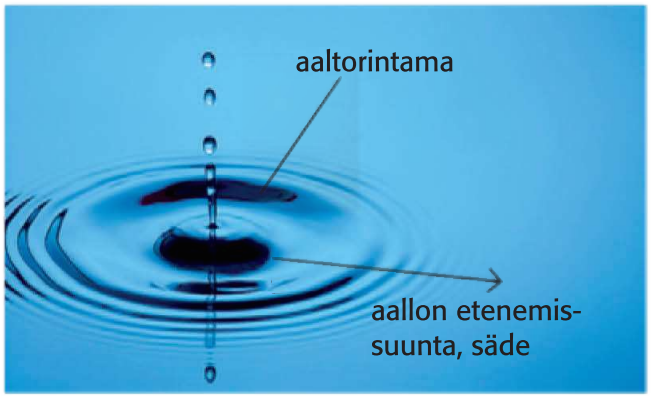


# 5 Aaltojen heijastuminen ja taittuminen



Harmoninen jousivoima on aineen rakenneosien välisten kytkentöjen malli. Aaltoliikkeen nopeus on sitä suurempi, mitä vahvempi aineen rakenneosien välinen kytkentä on.

**Aaltojen etenemissuunta muuttuu rajapinnassa**
Aaltoliikkeen etenemissuunta muuttuu kahden aineen rajapinnassa, jos aaltojen nopeus muuttuu.




Säde ilmaisee vesiaaltojen etenemissuunnan. Säde on kohtisuorassa aaltorintamaa vastaan.

**Aaltorintama ja säde**
Säde ilmaisee aaltoliikkeen etenemissuunnan ja on kohtisuorassa aaltorintamaan nähden.

## Rajapinnassa aaltoliikkeen nopeus muuttuu

Aaltoliikkeen perusyhtälö $v = f\lambda$ kytkee yhteen aallon nopeuden, aallonpituuden ja värähtelytaajuuden.

Sekä mekaanisen että sähkömagneettisen aaltoliikkeen nopeus riippuu väliaineen ominaisuuksista. Kun aaltoliike etenee väliaineesta toiseen, se ylittää **rajapinnan**. Väliaineiden rajapinnassa aaltojen etenemisnopeus muuttuu, jolloin myös aaltojen etenemissuunta muuttuu. Rajapinnassa voi tapahtua heijastuminen ja taittuminen.

Kiinteissä aineissa mekaaninen aaltoliike etenee suuremmalla nopeudella kuin nesteissä ja kaasuissa, koska kiinteissä aineissa rakenneosien väliset kytkennän ovat voimakkaampia kuin nesteissä ja kaasuissa. Rakenneosien välistä kytkentää mallinnetaan harmonisen voiman mallilla.

| | **Äänen nopeus** |
|---|---|
| jää (–4 °C) | 3 200 m/s |
| vesi (20 °C) | 1 484 m/s |
| vesihöyry (100 °C) | 405 m/s |

| | **Valon nopeus** |
|---|---|
| tyhjiö | 299 790 km/s |
| vesi | 225 410 km/s |
| lasi | 199 860 km/s |

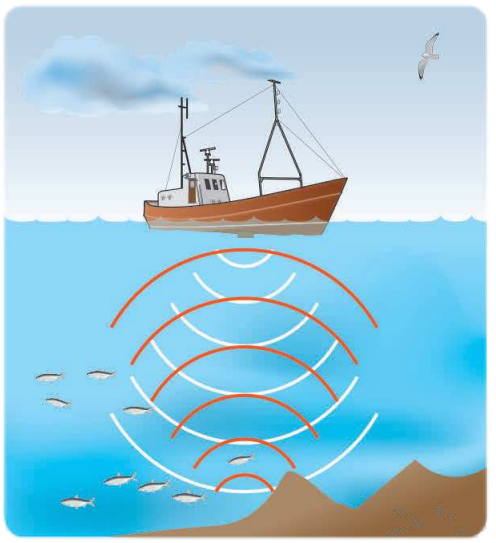
Esimerkkejä äänen ja valon nopeuksista.

## Säde ilmaisee aaltoliikkeen etenemissuunnan

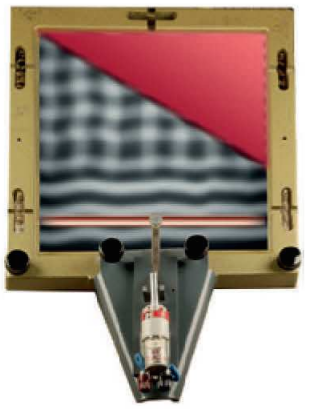
Veden pinta-aallot muodostavat **aaltorintamia**. Tietyn aaltorintaman kaikki pisteet ovat samassa vaiheessa. Aaltojen käyttäytymistä tutkittaessa tarkastellaan aineiden rajapinnoissa rintamien sijasta aallon etenemissuuntia eli **säteitä**. Säde on kohtisuorassa aaltorintamaa vastaan.

Säde on yksi aaltoliikkeen malli. Mikä tahansa aaltoliike voidaan tulkita niin, että aallot muodostavat aaltorintamia ja säde mallintaa aaltorintamien etenemissuunnan. Sädemalli on käyttökelpoinen silloin, kun kuvataan aaltoliikkeiden etenemistä, taittumista ja heijastumista.

Ultraäänikuvaus perustuu ultraäänen heijastumiseen kudoksista.



Kaikuluotauksen avulla tutkitaan merenpohjaa ja etsitään kalaparvia.



Veden pinta-aallot heijastuvat, kun ne kohtaavat rajapinnan.

**Heijastumislaki**
Aaltoliikkeen heijastuskulma $\beta$ on yhtä suuri kuin tulokulma $\alpha$:
$\beta = \alpha$.
Laki pätee kaikissa aaltoliikkeissä.

## Kaiku on äänen heijastumista

Äänen heijastuminen, kaiku, on tuttu ilmiö. Jokainen on huhuillut mäkisessä maastossa tai alikulkutunnelissa ja kuunnellut, miten kaiku vastaa.

”Kaikua” hyödynnetään monissa laitteissa. Kalastajat etsivät kaikuluotauksen avulla kalaparvia ja tutkijat tutkivat merenpohjaa. Kaikuluotauksessa lähetetään ultraääntä veteen, ja kun se kohtaa esteen, osa siitä heijastuu takaisin. Matkaan käytetyn ajan perusteella voidaan laskea kohteen etäisyys, ja heijastusten perusteella voidaan arvioida veden alla olevien kohteiden koko. Myös lepakot suunnistavat ultraäänen avulla. Lepakot suunnistavat ultraäänen avulla. Lepakon lähettämä ultraääni heijastuu esineistä, jolloin lepakko tietää niiden paikat ja osaa valita lentoreitin.

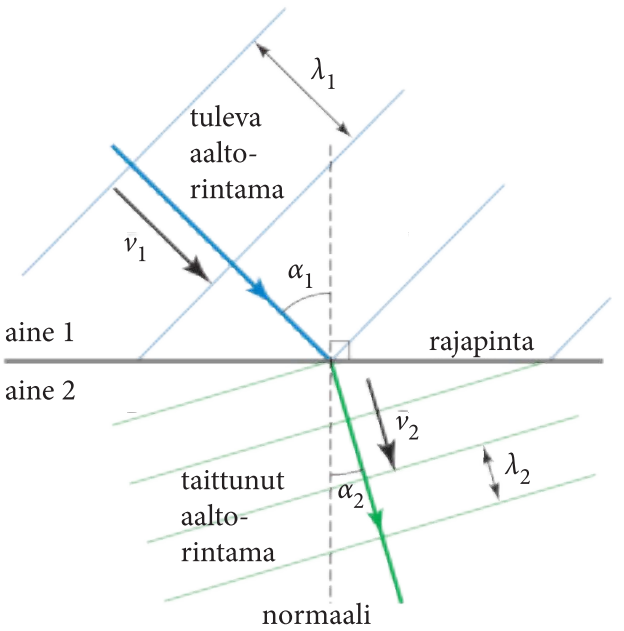
Seuraavassa tarkastellaan heijastumislakia veden aaltojen avulla. Heijastumislaki on malli, jonka avulla voidaan selittää kaikkien aaltoliikkeiden heijastuminen.

## Heijastumislaki pätee kaikille aaltoliikkeille

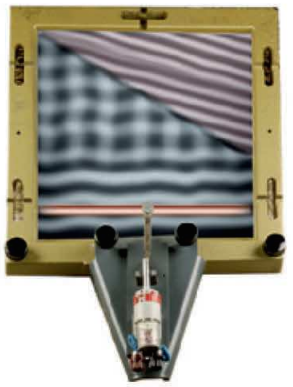
Vesialtaan kuvasta nähdään, että veden pinta-aallot heijastuvat kohdatessaan rajapinnan. Kuvassa näkyy aaltorintamia. Säteet ovat aaltorintamia vastaan kohtisuorassa.

Tulevan säteen ja heijastavan pinnan normaalin välistä kulmaa sanotaan aaltojen **tulokulmaksi** $\alpha$. Heijastuvan säteen ja pinnan normaalin välinen kulma on **heijastuskulma** $\beta$.

Heijastumislain mukaan tulokulma ja heijastuskulma ovat yhtä suuret.




Kuvaan on piirretty tulevia ja heijastuneita aaltorintamia ja niiden etenemissuunnat eli säteet. Tulevat aaltorintamat heijastuvat rajapinnasta.



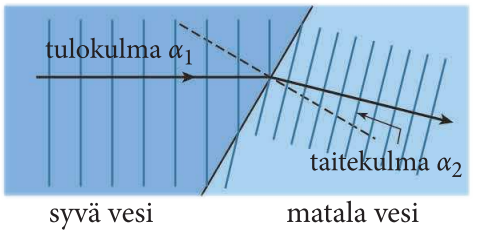
Pinta-aaltojen etenemisnopeus muuttuu, kun veden syvyys muuttuu. Altaaseen on asetettu värillinen lasilevy veden alle. Heijastumisen lisäksi rajapinnassa tapahtuu taittuminen.

**Taittuminen ja nopeuden muutos**
Jos aaltoliikkeen etenemisnopeus pienenee aaltojen mennessä rajapinnan yli, aaltoliike taittuu normaaliin päin.
Tällöin $\alpha_2 < \alpha_1$.

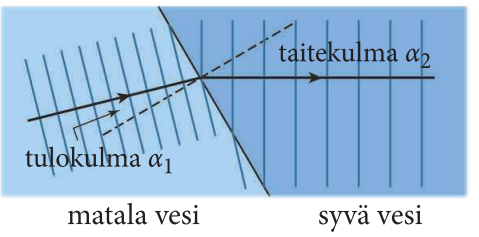
## Vesiaallot taittuvat veden syvyyden muuttuessa

Veden pinta-aaltojen etenemisnopeus ja aallonpituus riippuvat veden syvyydestä. Veden aaltoliikkeelle veden syvyyden muutos on siten rajapinta.

Vesialtaan kuvasta havaitaan, että aaltorintama sekä heijastuu että menee korotetun pohjan muodostaman rajapinnan läpi, ja samalla sen suunta muuttuu. Aaltoliikkeen aallonpituuden ja suunnan muuttumista rajapinnassa sanotaan **taittumiseksi**.

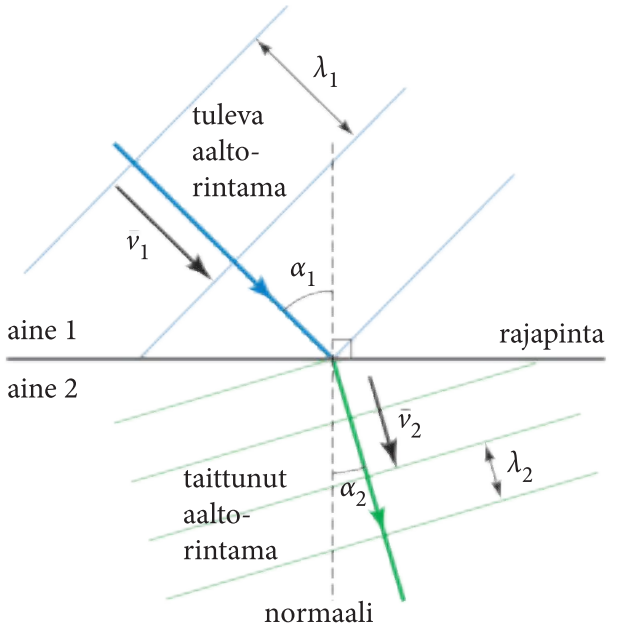



Aaltorintaman nopeus pienenee aaltojen edetessä rajapinnan yli. Nopeuden pienentyessä aallonpituus pienenee. Havaitaan, että taittuminen tapahtuu normaaliin päin. Heijastuneet aallot on tässä jätetty piirtämättä.




Kuvan tilanteessa aaltorintaman nopeus suurenee aaltojen edetessä rajapinnan yli. Nopeuden suurentuessa aaltojen aallonpituus suurenee. Havaitaan, että taittuminen tapahtuu normaalista poispäin.

Kun veden syvyys pienenee, aaltoliikkeen nopeus pienenee ja veden aaltorintamat kääntyvät rannan suuntaisesti.




**Taittumislaki**

Kun aallot taittuvat, tulokulma $\alpha_1$ ja taitekulma $\alpha_2$ riippuvat toisistaan taittumislain mukaisesti:

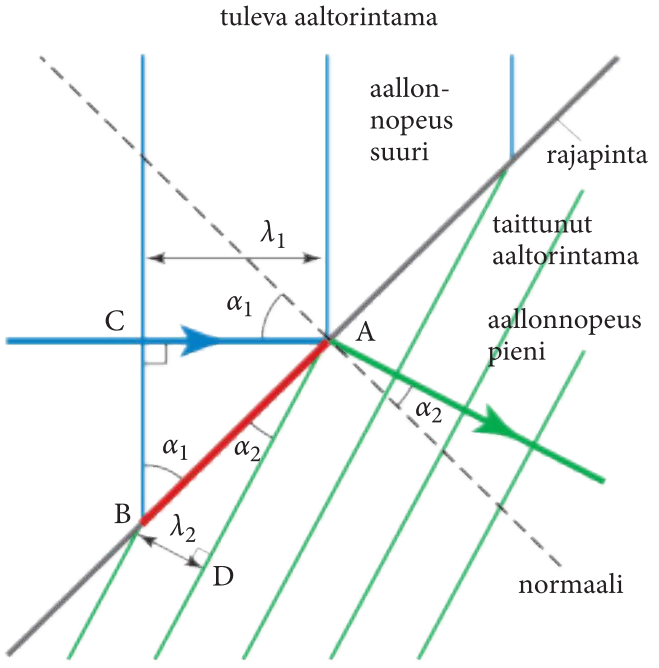
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12},$$

jossa

$v_1$ on aallon nopeus aineessa 1,

$v_2$ on aallon nopeus aineessa 2 ja

$n_{12}$ on rajapinnan taitesuhde aaltoliikkeille aineesta 1 aineeseen 2.




Kuvan tilanteessa aaltoliikkeen nopeus pienenee aaltojen edetessä rajapinnan yli. Taittuneiden aaltojen ohella havaittaisiin myös heijastuneita aaltoja. Ne on tässä jätetty piirtämättä selkeyden vuoksi.

## Taittumislaki pätee kaikille aaltoliikkeille

Kun aaltoliike ylittää rajapinnan, jossa aaltojen nopeus pienenee, pienenee myös aallonpituus. Aallonpituus $\lambda_2$ on rajapintaan tulevien aaltojen aallonpituutta $\lambda_1$ pienempi.

Rajapintaan tulevan aaltoliikkeen tulokulman $\alpha_1$ ja taitekulman $\alpha_2$ sinien suhde on yhtä suuri kuin aaltoliikkeiden nopeuksien suhde näissä aineissa:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Suhdetta $\frac{v_1}{v_2}$ kutsutaan **taitesuhteeksi** $n_{12}$. Aaltojen etenemisnopeus riippuu väliaineesta, joten taitesuhde $n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{f\lambda_1}{f\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ on jokaiselle aineparille ominainen vakio.

Jos aaltoliike kulkee aineesta 2 aineeseen 1, taitesuhde on edellisen käänteisluku $n_{21} = \frac{1}{n_{12}}$.

Kun aaltoliike kohtaa rajapinnan, tapahtuu aina heijastumista ja usein myös taittumista. Heijastuminen ja taittuminen esiintyvät kaikissa aaltoliikkeissä ja noudattavat heijastumis- ja taittumislakia.

## Ekstra: Taittumislain johtaminen

Tarkastellaan tulevaa ja taittunutta aaltoliikettä geometrisesti. Kuvan rajapintaan on piirretty punaisella jana $AB$.

Jana $AB$ on aaltorintamien välimatkan perusteella määräytyvien suorakulmaisten kolmioiden yhteinen hypotenuusa. Kuvaan merkityn ylemmän kolmion $ABC$ kulma on tulokulman $\alpha_1$ suuruinen, koska tämän kulman kyljet ovat kohtisuorassa tulokulman kylkiä vastaan. Vastaavalla tavalla taitekulman $\alpha_2$ suuruinen kulma löytyy alemmasta kolmiosta $ABD$.

Näistä kolmioista voidaan lukea $\sin\alpha_1 = \frac{\lambda_1}{AB}$ ja $\sin\alpha_2 = \frac{\lambda_2}{AB}$.

Jakamalla yhtälöt puolittain saadaan $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\frac{\lambda_1}{AB}}{\frac{\lambda_2}{AB}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$.

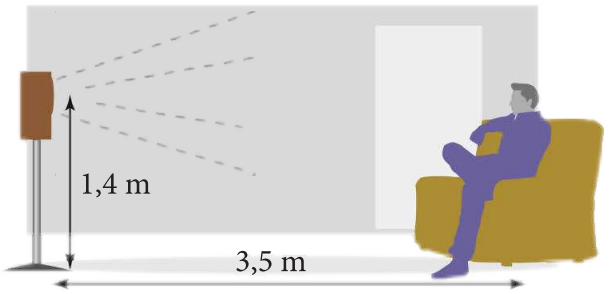
Koska taajuus ei muutu aallon kulkiessa rajapinnan yli, aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$ mukaan $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{v_1}{f}}{\frac{v_2}{f}} = \frac{v_1}{v_2}$. Vastaava tulos voidaan johtaa myös tapauksessa, jossa aaltorintaman nopeus kasvaa sen edetessä rajapinnan yli. Tällöin taittuminen tapahtuu normaalista poispäin.

## Esimerkki 1 — Aaltoliikkeen heijastuminen

**Tarkastellaan kuvan tilannetta.**

**a) Kuinka suuri aikaero on äänellä, joka tulee kaiuttimesta suoraan korvaan, ja äänellä, joka heijastuu lattiasta? Äänen nopeus on 343 m/s.**

**b) Piirrä lattiaan tulevat äänen aaltorintamat ja lattiasta heijastuneen äänen aaltorintamat.**




### Ratkaisu

$v_{ä} = 343$ m/s, $s_1 = 3{,}5$ m, $h = 1{,}4$ m, $\Delta t = ?$

**a)** Matka suoraan on $s_1 = 3{,}5$ m. Tasaisen liikkeen mallin $s = vt$ mukaan suoraan etenemiseen kuluu aikaa $t_1 = \dfrac{s_1}{v_{ä}} = \dfrac{3{,}5\text{ m}}{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}010204$ s.

Ääni heijastuu lattiasta korvaan henkilön ja kaiuttimen puolivälistä.

Lattiasta heijastunut ääni etenee matkan

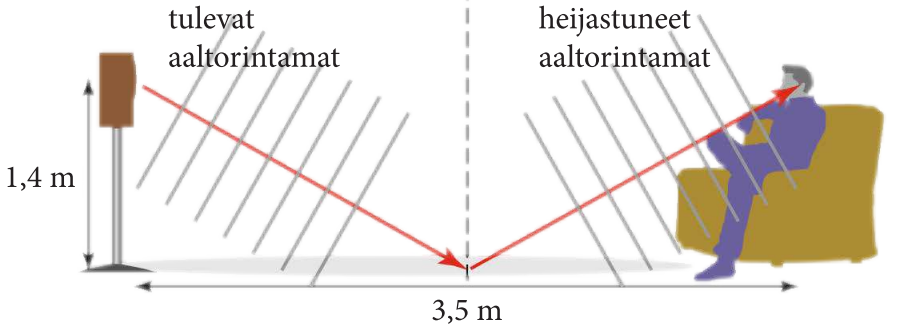
$s_2 = 2 \cdot \sqrt{\left(\dfrac{3{,}5\text{ m}}{2}\right)^2 + (1{,}4\text{ m})^2} = 4{,}48219$ m, johon menee aikaa

$t_2 = \dfrac{s_2}{v_{ä}} = \dfrac{4{,}48219\text{ m}}{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}013068$ s.

Aikaero on

$\Delta t = t_2 - t_1 = 0{,}013068\text{ s} - 0{,}010204\text{ s} = 0{,}002864\text{ s} \approx 2{,}86\text{ ms}.$

**b)**




### Vastaus

**a)** Aikaero on 2,86 ms.

## Esimerkki 2 — Taittumislaista taitekulman ratkaiseminen

**Räjäytyksen jälkeen tärinäaalto, jonka nopeus maaperässä on 17,5 m/s, kohtaa kahden maalajin rajapinnan. Aaltoliikkeen tulokulma on 14,5° ja rajapinnan taitesuhde 1,75. Laske**

**a) aaltoliikkeen taitekulma**

**b) taittuneen aaltoliikkeen nopeus.**

### Ratkaisu

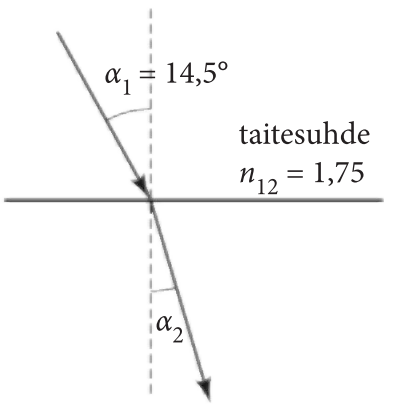
$\alpha_1 = 14{,}5°, \quad v_1 = 17{,}5\ \text{m/s}, \quad n_{12} = 1{,}75$

**a)** $\alpha_2 = ?$

Taittumislain mukaan $\dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n_{12}$, josta saadaan

$$\sin\alpha_2 = \frac{\sin\alpha_1}{n_{12}} = \frac{\sin 14{,}5°}{1{,}75} = 0{,}14307$$

ja taitekulma $\alpha_2 = 8{,}2255° \approx 8{,}23°$.




**b)** $v_2 = ?$

Rajapinnan eri puolilla etenevien aaltoliikkeiden nopeuksien ja taitesuhteen välinen yhtälö on $n_{12} = \dfrac{v_1}{v_2}$, josta saadaan aaltoliikkeen nopeus väliaineessa 2:

$$v_2 = \frac{v_1}{n_{12}} = \frac{17{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}75} = 10{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vastaus

a) Taitekulma on 8,23°.

b) Nopeus väliaineessa 2 on 10,0 m/s.

## Esimerkki 3 — Tulevien ja taittuneiden aaltorintamien piirtäminen

**Maanjäristyksen synnyttämä pitkittäinen P-aalto etenee maankuoressa nopeudella 6,72 km/s. Toisessa kiviaineksessa P-aallon nopeus on 8,07 km/s.**

**a) Mihin suuntaan aalto jatkaa matkaansa, kun se saapuu rajapintaan 36,2°:n kulmassa?**

**b) Piirrä maanjäristysaallon tulevat ja taittuneet aaltorintamat ja säteet.**

### Huomaa!

- Piirretään rajapinta ja sen normaali.
- Piirretään säteet oikeissa kulmissa.
- Piirretään aaltorintamat säteitä vastaan kohtisuoraan. Aaltorintamien välimatka on aallonpituus.
- Kun tuleva aaltorintama kohtaa rajapinnan, jatketaan piirtämistä taittuneen aallon aaltorintamalla.

### Ratkaisu

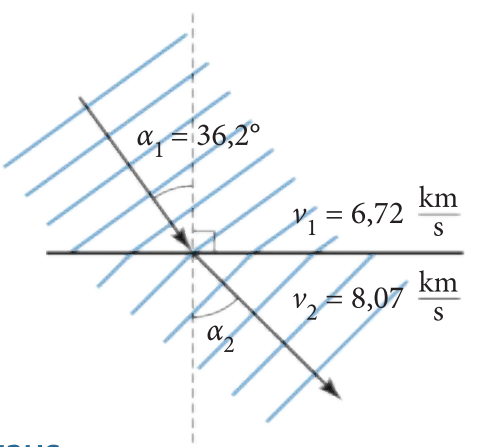
$v_1 = 6{,}72\ \text{km/s}, \quad v_2 = 8{,}07\ \text{km/s}, \quad \alpha_1 = 36{,}2°, \quad \alpha_2 = ?$

**a)** Tehtävässä on annettu aallon tulokulma ja aallon nopeudet rajapinnan eri puolilla. Taittumislaista $\dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \dfrac{v_1}{v_2}$ saadaan taitekulman sini

$$\sin\alpha_2 = \frac{v_2 \sin\alpha_1}{v_1} = \frac{8{,}07\ \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot \sin 36{,}2°}{6{,}72\ \frac{\text{km}}{\text{s}}} = 0{,}70925.$$

Taitekulma on $\alpha_2 = 45{,}174° \approx 45{,}2°$.

**b)**




### Vastaus

**a)** Aallon taitekulma on $\alpha_2 = 45{,}2°$.

## Esimerkki 4 — Taittuminen normaaliin päin ja normaalista poispäin

**Aaltoliikkeen tulokulma on 20,0° ja taitesuhde on**
**a)** $n_{12} = 1{,}33$
**b)** $n_{12} = 0{,}788$.
**Kuinka suuri aaltoliikkeen taitekulma on näissä tapauksissa?**
**Mihin suuntaan taittuminen tapahtuu?**

### Ratkaisu

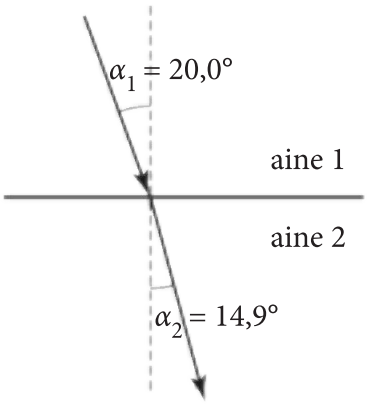
$\alpha_1 = 20{,}0°, \quad n_{12} = 1{,}33$ ja $n_{12} = 0{,}788, \quad \alpha_2 = ?$

Tulokulma $\alpha_1$ ja taitekulma $\alpha_2$ mitataan pinnan normaalin suhteen. Taittumislain mukaan $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n_{12}$, josta saadaan taitekulman sinik-si $\sin\alpha_2 = \frac{\sin\alpha_1}{n_{12}}$. Kulma ratkaistaan laskimella.

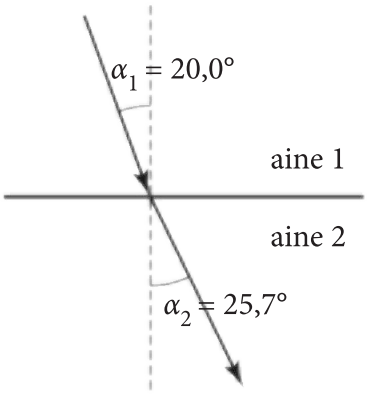
**a)** Annetut lähtöarvot ovat tulokulma $\alpha_1 = 20{,}0°$ ja taitesuhde $n_{12} = 1{,}33$. Sijoitetaan annetut arvot taittumislakiin:

$\sin\alpha_2 = \frac{\sin 20{,}0°}{1{,}33} = 0{,}2572$, josta taitekulma $\alpha_2 = 14{,}904° \approx 14{,}9°$.

Taittuminen tapahtuu normaaliin päin.




**b)** Lähtöarvot ovat nyt tulokulma $\alpha_1 = 20{,}0°$ ja taitesuhde $n_{12} = 0{,}788$. Taittumislaista saadaan $\sin\alpha_2 = \frac{\sin 20{,}0°}{0{,}788} = 0{,}43404$, josta taitekulma $\alpha_2 = 25{,}724° \approx 25{,}7°$. Taittuminen tapahtuu normaalista poispäin.




### Huomaa!

Kun taitesuhde $n_{12} > 1$, taittuminen tapahtuu normaaliin päin.

Kun taitesuhde $n_{12} < 1$, taittuminen tapahtuu normaalista poispäin.

### Vastaus

**a)** Taitekulma on 14,9°.
**b)** Taitekulma on 25,7°.

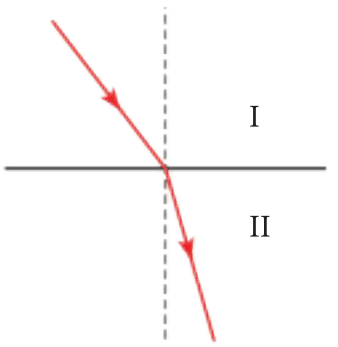
**Tiivistelmä**

- Säde on malli, joka ilmaisee aaltoliikkeen etenemissuunnan.
- Säde on kohtisuorassa aaltorintamaan nähden.
- Aallon heijastuskulma $\beta$ on yhtä suuri kuin tulokulma $\alpha$.
- Aaltoliike taittuu rajapinnassa taittumislain $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$ mukaisesti.
- Rajapinnassa taajuus ei muutu.

## Perustehtävät

**66.** **a)** Mitä tarkoitetaan aaltoliikkeen säteellä?
**b)** Aaltoliikkeen tulokulma on 9°. Kuinka suuri on aaltoliikkeen heijastuskulma?

**67.** Aaltoliike taittuu kuvan esittämällä tavalla. Miten aaltoliikkeen **a)** nopeus, **b)** aallonpituus ja **c)** taajuus muuttuvat rajapinnassa?

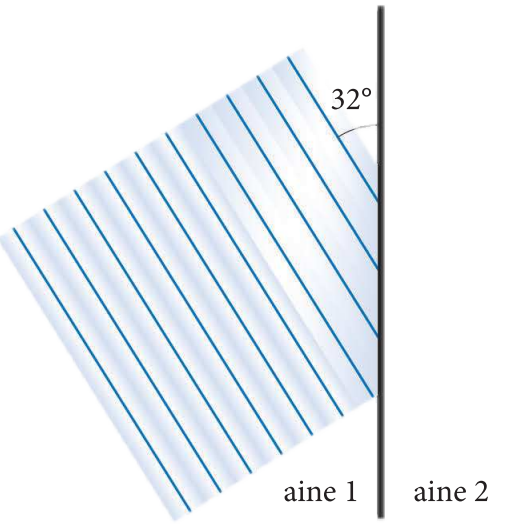



**68.** Äänen nopeus ilmassa on 343 m/s ja vedessä 1 484 m/s, kun lämpötila on 20 °C. Laske ilma–vesi-rajapinnan taitesuhde. Esim. 2

**69.** Äänen tulokulma kahden aineen rajapintaan on 14,5°. Pinnan taitesuhde on 1,23. Ratkaise taitekulma $\alpha_2$ lausekkeesta $\sin\alpha_2 = \frac{\sin 14{,}5°}{1{,}23}$. Esim. 2

**70.** Ääniaaltojen tulokulma kahden aineen rajapintaan on 12,3°. Rajapinnan taitesuhde on 1,85. Kuinka suuria ovat aaltoliikkeen **a)** heijastuskulma ja **b)** taitekulma? Esim. 1 ja 2

**71.** Aaltorintamat tulevat kuvan osoittamalla tavalla kahden aineen rajapintaan. Pinnan taitesuhde on 0,70, ja aaltorintama saapuu 32°:n kulmassa rajapinnasta mitattuna. Piirrä kuvio aaltorintamien etenemisestä aineessa 2. Esim. 3




**72.** Aaltoliikkeen tulokulma on 23°. Aaltoliike kohtaa rajapinnat, joiden taitesuhde on 1) $n_{12} = 1{,}50$, 2) $n_{12} = 0{,}82$.
**a)** Kuinka suuri aaltoliikkeen taitekulma on näissä tapauksissa?
**b)** Mihin suuntaan taittuminen tapahtuu? Esim. 4

**73.** Maanjäristysaallon etenemisnopeus on 25 m/s. Se tulee kahden aineen rajapintaan tulokulmassa 17°. Rajapinnan taitesuhde on 1,8. Laske
**a)** aaltojen taitekulma
**b)** taittuneen aallon nopeus. Esim. 4

## Soveltavat tehtävät

**74.** Ääniaallot kohtaavat tyynen vedenpinnan 11°:n tulokulmassa. Laske taitekulma, kun kyseisen äänen aallonpituus on ilmassa 0,85 m ja vedessä 3,7 m.

**75.** Äänen nopeus ilmassa on 340 m/s ja vedessä 1 480 m/s. Ääni tulee ilmasta veteen 10,0°:n tulokulmassa.

**a)** Laske taitekulma.

**b)** Kuinka suuressa kulmassa ääni heijastuu veden pinnasta?

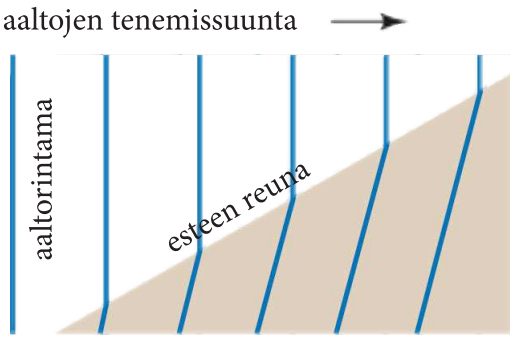
**c)** Piirrä kuva, jossa näkyvät tulevat, heijastuneet ja taittuneet aaltorintamat.

**76.** Vesialtaassa etenee tasoaaltoja, joiden taajuus on 7,1 Hz. Aallot kohtaavat veden alle jäävän, allasta madaltavan esteen, jonka reuna on aaltojen kannalta rajapinta. Ennen estettä vesiaaltojen aallonpituus on 3,2 cm ja esteen päällä 2,6 cm. Esteen reuna on suora ja 30°:n kulmassa aaltojen etenemissuuntaan nähden.

**a)** Kuinka suuri on vesiaaltojen nopeus ennen estettä?

**b)** Kuinka suuri on vesiaaltojen taajuus ja nopeus esteen päällä?

**c)** Laske vesiaaltojen taitekulma rajapinnassa. (Yo kevät 2011, teht. 4)



kuva ylhäältä katsottuna

**77.** Kaiutin, josta kuuluu 480 Hz:n taajuinen ääni, suunnataan ilmasta kohti veden pintaa niin, että ääniaallot kohtaavat veden pinnan 7,5°:n tulokulmassa.

**a)** Laske taitekulma. Piirrä kuva.

**b)** Laske tämän äänen aallonpituus ilmassa ja vedessä.

**c)** Kuinka suuri äänen taajuus on vedessä?

**78.** Valtamerien pohjalla tapahtuvat maanjäristykset voivat synnyttää meren pinnalla tsunami-aaltoja, joiden aallonpituus on jopa 100…400 km. Kun aallonpituus on suuri verrattuna veden syvyyteen, pinta-aaltojen nopeus saadaan likimain yhtälöstä $v = \sqrt{gh}$, missä $h$ on meren syvyys ja $g$ putoamiskiihtyvyys. Tarkastellaan nopeudella 710 km/h aavalla merellä etenevää tsunamia, jonka aallonpituus on 200 km ja amplitudi 0,5 m.

**a)** Kuinka kauan kestää tietyssä havaintopaikassa yhden aallon ohikulku (jaksonaika)?

**b)** Miten syvä on meri matalikolla, jossa aallon nopeus on pienentynyt arvoon 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$?

**c)** Kuinka suuri on aallon amplitudi tällä matalikolla, jos oletetaan, että aallon kokoa kuvaava suure, aallonpituuden ja amplitudin tulo, pysyy vakiona? (Yo syksy 1995, teht. 3)

**79.** Aaltorintama etenee 2,5 m syvässä vedessä ja lähestyy rantaa. Aaltojen etenemissuunta muodostaa 30°:n kulman rantaviivan kanssa. Vesi mataloituu niin, että syvyys on 1 metri. Pinta-aaltojen nopeus saadaan likimain yhtälöstä $v = \sqrt{gh}$, missä $h$ on veden syvyys.

**a)** Mikä on aaltojen uusi etenemissuunta tässä syvyydessä?

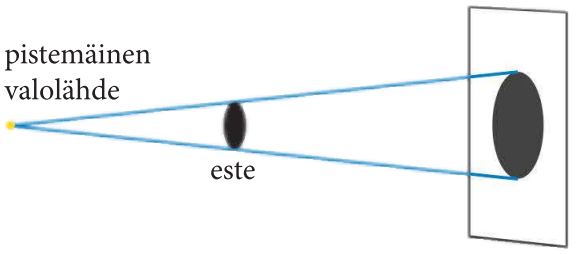
**b)** Pohdi, miten aallot kohtaavat tasaisesti mataloituvan rannan. Oletetaan veden syvyys pieneksi verrattuna aallonpituuteen.

**80.** Selvitä tietolähteistä:

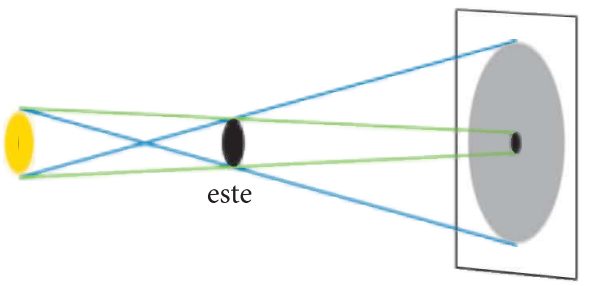
**a)** Miksi ihmisellä on korvalehdet?

**b)** Mihin perustuu ihmisen kyky hahmottaa kuulemalla ympärillään oleva tila?

# 6 Valon käyttäytyminen aineiden rajapinnassa




Pistemäinen valonlähde aiheuttaa esteen taakse terävärajaisen kokovarjon.




Laajapintainen valonlähde aiheuttaa esteen taakse koko- ja puolivarjon. Valon kulkua kuvaavat valonsäteet ovat hieman erisuuntaiset. Siten puolivarjon reuna on epämääräinen.

## Valo etenee homogeenisessa aineessa suoraviivaisesti

Säteet ilmaisevat aaltojen etenemissuunnan. Valo nähdään, kun valo kulkee pölyn tai vesihöyryn läpi. Valo kulkee homogeenisessa väliaineessa suoraviivaisesti.

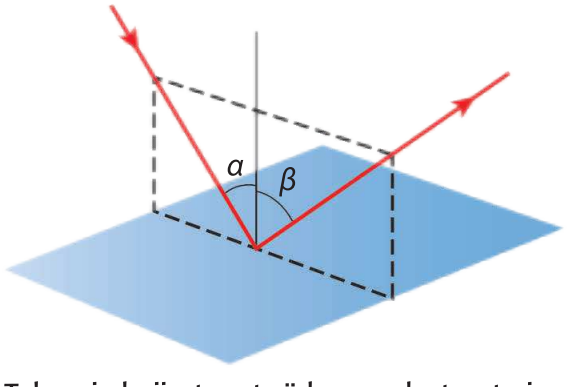
Koska valo etenee suoraviivaisesti, se ei pääse läpinäkymättömän esineen taakse. Sinne muodostuu **varjo**. Monet optiset ilmiöt perustuvat siihen, että nähdyssä ilmiössä valon koetaan kulkevan suoraviivaisesti niissäkin tilanteissa, joissa sen kulkusuunta muuttuu heijastumisen tai taittumisen vuoksi.

## Valon heijastuminen

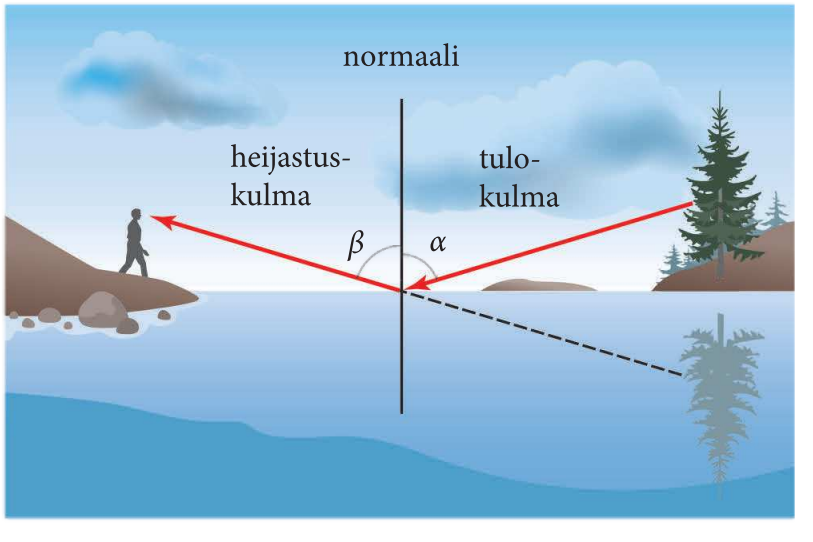
Edellisessä luvussa tarkasteltiin aaltoliikkeen heijastumista ja taittumista. Kaikkien aaltoliikkeiden tapaan myös valo heijastuu ja taittuu kahden aineen rajapinnassa.

Hyvä esimerkki valon heijastumisesta nähdään tyynen veden pinnassa, kun vastarannan kohteet näkyvät siinä ylösalaisin. Kuvan muodostuminen voidaan selittää heijastumislain avulla. Tuleva ja heijastunut säde muodostavat pinnan normaalin kanssa yhtä suuret kulmat: heijastuskulma $\beta$ = tulokulma $\alpha$. Säteet ja pinnan normaali ovat samassa tasossa.

**Heijastuslaki**
$\beta = \alpha$,
jossa
$\alpha$ = tulokulma
$\beta$ = heijastuskulma




Tuleva ja heijastunut säde muodostavat pinnan normaalin kanssa yhtä suuret kulmat: heijastuskulma $\beta$ = tulokulma $\alpha$. Säteet ja pinnan normaali ovat samassa tasossa.




Ilma ja vesi muodostavat kahden aineen rajapinnan, jossa valo heijastuu ja taittuu. Heijastuksessa vastarannan kohteet näkyvät ylösalaisin.

Timantteja käytetään sormuksissa koristeena, koska ne taittavat voimakkaasti valoa.

## Valon nopeus väliaineessa ja taitekerroin

Valon nopeus on suurin tyhjiössä, jossa se on vakio $c_0 = 299\,792\,458$ m/s. Väliaineissa valon nopeus on pienempi kuin valon tyhjiönopeus. Tyhjiönopeuden $c_0$ ja väliainenopeuden $c_A$ suhdetta kutsutaan **taitekertoimeksi.** Aineen A taitekerroin on $n_A = \frac{c_0}{c_A}$.

Mitä suurempi aineen taitekerroin on, sitä enemmän aine taittaa valoa rajapinnassa normaaliin päin ja sitä pienempi valon nopeus on. Taitekerroin on aina suurempi kuin yksi. Ilman taitekerroin on hyvin lähellä yhtä (1,00028), joten valon nopeus ilmassa on likimain sama kuin tyhjiössä.

Aineen kykyä taittaa valoa sanotaan aineen **optiseksi tiheydeksi**. Sen suuruuden ilmaisee taitekerroin. Kahdesta aineesta se, jolla on suurempi taitekerroin, on optisesti tiheämpää. Optisesti tiheämmässä aineessa valo etenee hitaammin kuin optisesti harvemmassa aineessa.

**Aineen taitekerroin**

Aineen A taitekerroin määritellään

$$n_A = \frac{c_0}{c_A},$$

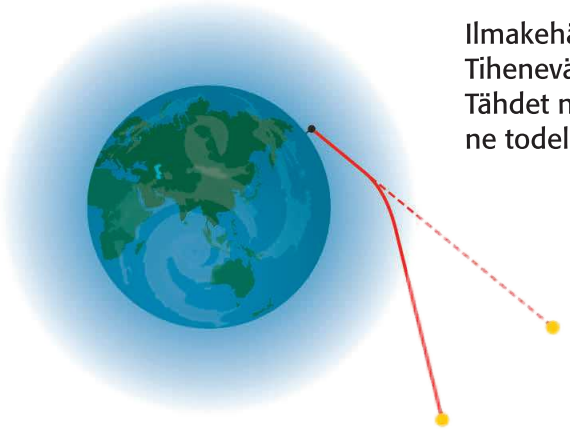
jossa

$c_0$ on valon nopeus tyhjiössä ja

$c_A$ on valon nopeus väliaineessa A.

| Aine | Taitekerroin *n* |
|---|---|
| jää | 1,309 |
| piilasi | 1,613 |
| timantti | 2,417 |
| vesi | 1,333 |
| ilma | 1,00028 |

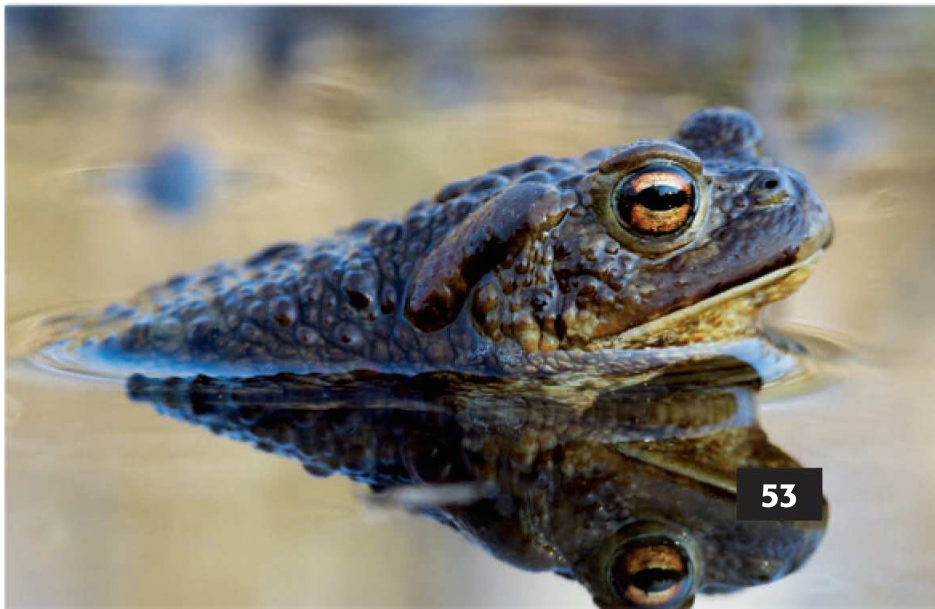
Taulukossa on esitetty aineiden taitekertoimia, kun valon aallonpituus on 589,3 m. Aineen taitekerroin on hieman erilainen eri aallonpituuksilla. Ilman taitekertoimena voidaan yleensä käyttää arvoa 1,000.

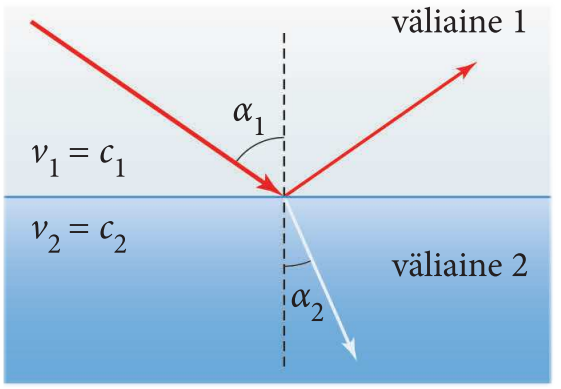


Ilmakehä ei ole homogeeninen. Tihenevässä ilmakehässä valo kaartuu. Tähdet nähdään korkeammalla kuin ne todellisuudessa ovat.

Koppakuoriaisen varjon muodostuminen perustuu valon suoraviivaiseen kulkuun. Valo ei pääse suoraan koppakuoriaisen taakse, ja sinne muodostuu varjo.

Heijastuksessa sammakon kuva näkyy ylösalaisin.






**Rajapinnan taitesuhde**
Rajapinnan taitesuhde $n_{12}$ valolle on taitekertoimien $n_2$ ja $n_1$ suhde $n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$.

Vesi taittaa valoa, koska valon nopeus on vedessä eri kuin ilmassa.

**Valon taittumislaki eli Snellin laki**
Muodossa $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$ taittumislaki tunnetaan Snellin lakina, jossa
$\alpha_1$ on tulokulma
$\alpha_2$ on taitekulma
$n_1$ on aineen 1 taitekerroin
$n_2$ on aineen 2 taitekerroin.

## Rajapinnan taitesuhde valolle on taitekertoimien suhde

Valon nopeus eri aineissa saadaan laskettua valon tyhjiönopeuden ja taitekertoimien avulla. Valon nopeus aineessa 1 on $c_1 = \frac{c_0}{n_1}$ ja aineessa 2 $c_2 = \frac{c_0}{n_2}$.

Kun valo kulkee aineesta 1 aineeseen 2,

taittumislaki $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}$

tulee muotoon $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2}$

Valon nopeuksien suhde taitekertoimien avulla on

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\frac{c_0}{n_1}}{\frac{c_0}{n_2}} = \frac{c_0}{n_1} \cdot \frac{n_2}{c_0} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}.$$

On huomattava, että valon taitekertoimien suhde on käänteinen valon nopeuksien suhteelle.

## Valon taittumislaki ilmaistaan Snellin lakina

Aalto-opin perusyhtälö on $v = f\lambda$. Kun valo kulkee aineesta 1 aineeseen 2, taajuus ei muutu. Valon taittumislaki voidaan kirjoittaa muotoon

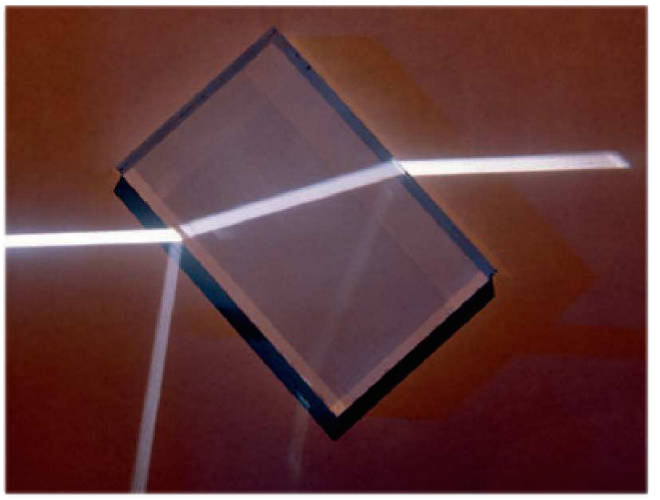
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{f\lambda_1}{f\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}.$$

eli

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Kun yhtälö kerrotaan ristiin, saadaan laki, jota kutsutaan Snellin laiksi hollantilaisen Willebrord Snellin (1591–1626) mukaan

$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$.

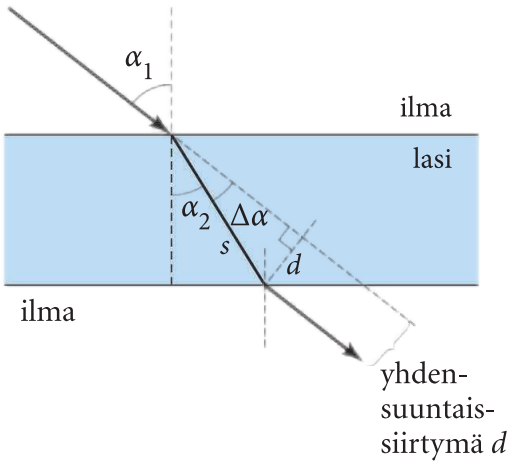


Kun valo kulkee tasapaksun lasilevyn läpi, sen kulkusuunta on sama molemmilla puolilla lasia. Tapahtuu yhdensuuntaissiirtymä.

## Tasapaksussa lasilevyssä tapahtuu yhdensuuntaissiirtymä

Tasapaksun lasilevyn, esimerkiksi ikkunalasin, molemmat sivut muodostavat rajapinnan ilman kanssa. Valo taittuu molemmissa rajapinnoissa.

Vinosti tasapaksuun lasilevyyn osuva valonsäde taittuu ensimmäisessä rajapinnassa normaaliin päin ja toisessa rajapinnassa normaalista poispäin. Valon kulkusuunta on sama molemmilla puolilla lasia. Lasilevyssä tapahtuu **yhdensuuntaissiirtymä**.

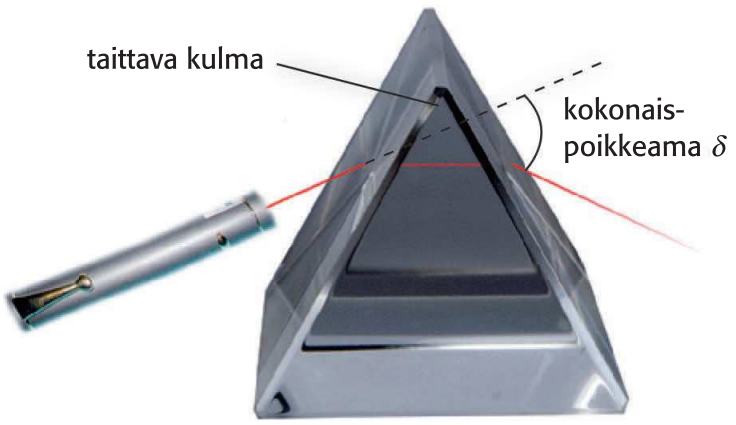



## Prisman rajapinnat taittavat valoa samaan suuntaan

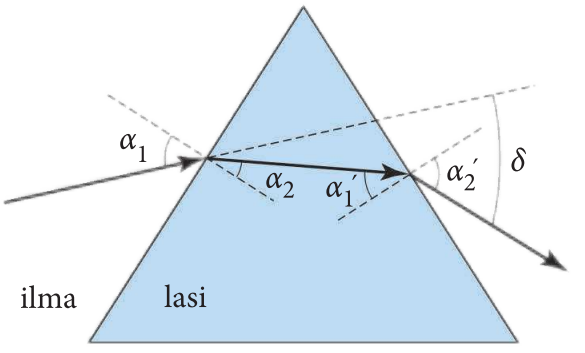
**Prismaksi** kutsutaan kiilan muotoista läpinäkyvää lasi- tai muovikappaletta. Kun valonsäde kulkee prisman läpi, säde taittuu kummassakin rajapinnassa taittumislain mukaisesti.

Prismoja käytetään esimerkiksi kaukoputkissa, kiikareissa ja kameroissa kääntämään valon kulkusuuntaa. Näin saadaan laite lyhemmäksi tai väärinpäin oleva kuva käännetyksi.

Prisman taittavaksi kulmaksi sanotaan taittavien sivujen välistä kulmaa. Prismaan tulevan ja prismasta poistuvan säteen välinen kulma on **kokonaispoikkeama** $\delta$.




Prismaan tulevan ja prismasta poistuvan säteen välinen kulma on kokonaispoikkeama $\delta$.



## Esimerkki 1 — Taitekerroin ja valonnopeus vedessä

**Kuinka suuri valon nopeus on vedessä?**

### Ratkaisu

Valonnopeus tyhjiössä $c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $c_{\text{vesi}} = ?$

Jotta valon nopeus vedessä voidaan laskea, on tiedettävä veden taitekerroin. Eri aineiden taitekertoimet löytyvät taulukkokirjoista. Veden taitekerroin on $n_{\text{vesi}} = 1{,}333$.

Valon nopeus vedessä voidaan ratkaista yhtälöstä $n_{\text{vesi}} = \frac{c_0}{c_{\text{vesi}}}$.

Valon nopeus vedessä on

$$c_{\text{vesi}} = \frac{c_0}{n_{\text{vesi}}} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}333} = 2{,}2491 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2{,}249 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vastaus

Valon nopeus vedessä on noin 224 900 km/s.

## Esimerkki 2 — Valon nopeus väliaineessa riippuu taitekertoimesta

**Erään lasilaadun taitekerroin siniselle valolle on $n_{\text{s}} = 1{,}643$ ja punaiselle valolle $n_{\text{p}} = 1{,}618$.**

**a) Kuinka suuri näiden valoaaltojen etenemisnopeuksien ero on tästä lasista tehdyssä valokaapelissa?**

**b) Kirjan käsikirjoitusdataa siirretään valokaapelia pitkin Oulusta Helsinkiin 650 kilometrin matka. Kuinka suuri aikaero syntyy siirrossa näiden valoaaltojen aallonpituuksien välillä?**

### Ratkaisu

$n_{\text{s}} = 1{,}643$, $n_{\text{p}} = 1{,}618$, $s = 650$ km, $c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$,

a) $\Delta c = ?$, b) $\Delta t = ?$

**a)** Aineen taitekerroin on $n_{\text{A}} = \frac{c_0}{c_{\text{A}}}$, joten valon nopeus väliaineessa on $c_{\text{A}} = \frac{c_0}{n_{\text{A}}}$.

Sinisen valon nopeus on lasissa

$$c_{\text{s}} = \frac{c_0}{n_{\text{s}}} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}643} = 1{,}824\,71 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Punaisen valon nopeus on lasissa

$$c_{\text{p}} = \frac{c_0}{n_{\text{p}}} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}618} = 1{,}852\,90 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Nopeuksien ero on $\Delta c = c_{\text{p}} - c_{\text{s}} = 0{,}028\,19 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2{,}82 \cdot 10^6 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

**b)** Sinisen ja punaisen valon kulkuajat ovat

$$t_{\text{s}} = \frac{s}{c_{\text{s}}} = \frac{650\,000 \text{ m}}{1{,}824\,71 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}003\,562\,2 \text{ s} \quad \text{ja}$$

$$t_{\text{p}} = \frac{s}{c_{\text{p}}} = \frac{650\,000 \text{ m}}{1{,}852\,90 \cdot 10^8 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}003\,508\,0 \text{ s}.$$

Aikaero on $\Delta t = t_{\text{s}} - t_{\text{p}} = 5{,}420 \cdot 10^{-5}$ s $\approx 0{,}054$ ms.

### Vastaus

**a)** Nopeuksien ero on $2{,}82 \cdot 10^6$ m/s.

**b)** Aikaero on 0,054 ms.

## Esimerkki 3 — Valon taajuus, nopeus ja aallonpituus väliaineessa sekä taitekerroin

**Keltainen valo, jonka aallonpituus on 550 nm, kulkee ilmasta veteen 48°:n kulmassa. Veden taitekerroin on 1,33.**

**a) Määritä valon taajuus, nopeus ja aallonpituus vedessä.**

**b) Kuinka paljon valonsäteen suunta muuttuu, kun se kulkee ilmasta veteen?**

### Ratkaisu

$\lambda_{\text{ilma}} = 550 \cdot 10^{-9}\ \text{m}$, $\alpha_1 = 48°$, $c_0 = 2{,}998 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $n_{\text{vesi}} = 1{,}33$, $n_{\text{ilma}} = 1{,}00$

**a)** $f = ?$, $c_{\text{vesi}} = ?$, $\lambda_{\text{vesi}} = ?$

Kun aaltoliike ylittää kahden aineen rajapinnan, taajuus ei muutu, mutta nopeus ja aallonpituus muuttuvat. Valon nopeus ilmassa on hyvin lähellä valon tyhjiönopeutta.

Taajuus

$$f_1 = f_2 = \frac{c_0}{\lambda_{\text{ilma}}} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{550 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}4509 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \approx 0{,}55\ \text{PHz}.$$

Nopeus

$$c_{\text{vesi}} = \frac{c_0}{n_{\text{vesi}}} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}33} = 2{,}254 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 225\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

Aallonpituus

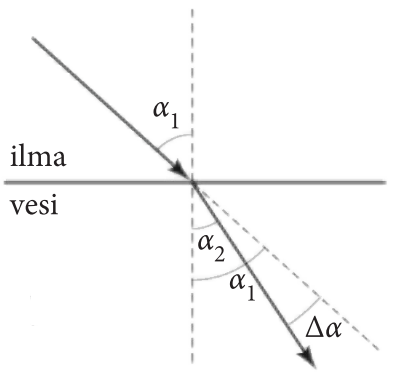
$$\lambda_{\text{vesi}} = \frac{\lambda_{\text{ilma}}}{n_{\text{vesi}}} = \frac{550 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{1{,}33} = 413{,}53 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \approx 414\ \text{nm}.$$

**b)** $\Delta\alpha = ?$

Ilman taitekerroin on $n_{\text{ilma}} = 1{,}00$, joten taittumislain perusteella saadaan $\sin\alpha_2 = \frac{n_{\text{ilma}} \cdot \sin\alpha_1}{n_{\text{vesi}}} = \frac{1{,}00 \cdot \sin 48°}{1{,}33} = 0{,}5588$ ja taitekulma $\alpha_2 = 33{,}97°$.

Valonsäteen suunnan muutos on

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 48° - 33{,}97° = 14{,}03° \approx 14°.$$




### Vastaus

**a)** Valon taajuus on $f = 0{,}55\ \text{PHz}$.
Valon nopeus on $c_{\text{vesi}} = 225\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$.
Valon aallonpituus on $\lambda_{\text{vesi}} = 414\ \text{nm}$.

**b)** Valonsäteen suunta muuttuu 14°.

## Esimerkki 4 — Tasapaksussa lasilevyssä tapahtuu yhdensuuntaissiirtymä

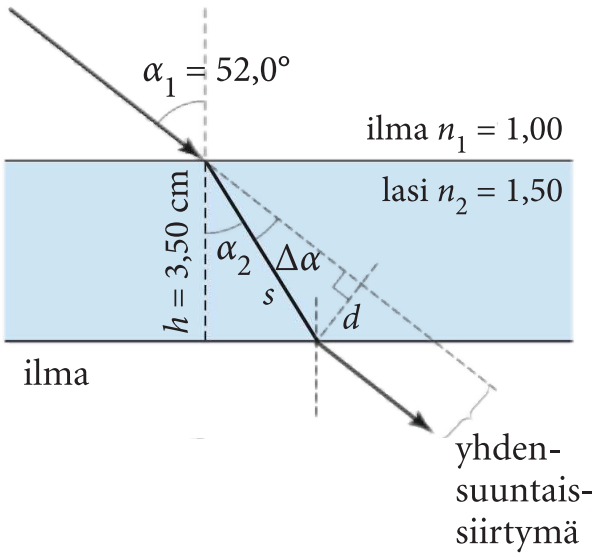
**Lasersäde saapuu tulokulmassa 52,0° ilmassa olevaan lasilevyyn, jonka paksuus on 3,50 cm. Lasin taitekerroin on 1,50. Kuinka suuri yhdensuuntaissiirtymä tapahtuu, eli kuinka paljon lasersäde siirtyy sivusuunnassa?**

### Ratkaisu

$\alpha_1 = 52{,}0°, \quad h = 3{,}50\ \text{cm}, \quad n_1 = 1{,}00, \quad n_2 = 1{,}50, \quad d = ?$

Lasketaan taittumislaista $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ taitekulma ensimmäisessä rajapinnassa:

$$\sin\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha_1 = \frac{1{,}00}{1{,}50}\cdot\sin 52{,}0° = 0{,}5253, \text{ joten } \alpha_2 = 31{,}688°.$$




Kuviosta saadaan $\cos\alpha_2 = \frac{h}{s}$, josta

$$s = \frac{h}{\cos\alpha_2} = \frac{3{,}50\ \text{cm}}{\cos 31{,}688°} = 4{,}113\ \text{cm}.$$

Lasersäde muuttaa suuntaa kulman

$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 52{,}0° - 31{,}688° = 20{,}312°$

verran, ja lasersäde poikkeaa lasissa matkan

$d = s\cdot\sin\Delta\alpha = 4{,}113\ \text{cm}\cdot\sin 20{,}312° = 1{,}428\ \text{cm}.$

### Vastaus

Yhdensuuntaissiirtymä on 1,43 cm.

## Esimerkki 5 — Prisma taittaa valoa molemmissa rajapinnoissa samaan suuntaan

**Lasersäde suunnataan ilmasta lasiprismaan 45,0°:n tulokulmassa. Lasin taitekerroin on 1,50 ja prisman taittava kulma 65,0°.**

**a) Laske tarvittavat kulmat ja piirrä lasersäteen kulku prisman läpi.**

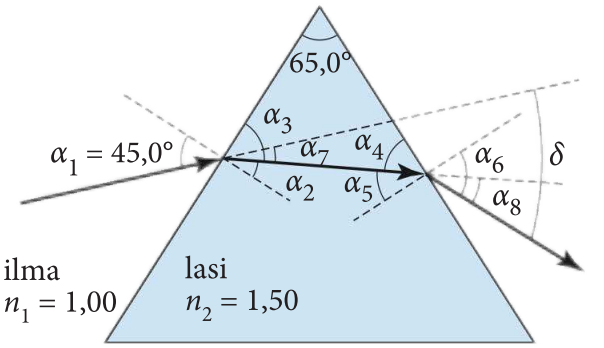
**b) Kuinka suuri lasersäteen kokonaispoikkeama on?**

### Ratkaisu

$\alpha_1 = 45{,}0°$, $n_1 = 1{,}00$, $n_2 = 1{,}50$, prisman taittava kulma $65{,}0°$

**a)** Prisman läpi kulkeva lasersäde taittuu kaksi kertaa: ensimmäisen kerran etupinnassa pinnan normaaliin päin ja toisen kerran takapinnassa pinnan normaalista poispäin. Tulo- ja taitekulmat noudattavat rajapinnoissa taittumislakia:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{ja} \quad \frac{\sin\alpha_5}{\sin\alpha_6} = \frac{n_1}{n_2}.$$




Ensimmäisessä rajapinnassa taitekulman sini on

$$\sin\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha_1 = \frac{1{,}00}{1{,}50}\cdot\sin 45{,}0° = 0{,}4714$$

ja kulma $\alpha_2 = 28{,}125°$.

Lasketaan lasersäteen tulokulma $\alpha_5$ toisessa rajapinnassa:

$$\alpha_3 = 90° - \alpha_2 = 90° - 28{,}125° = 61{,}875°$$
$$\alpha_4 = 180° - \alpha_3 - 65{,}0° = 180° - 61{,}875° - 65{,}0° = 53{,}125°$$
$$\alpha_5 = 90° - \alpha_4 = 90° - 53{,}125° = 36{,}875°.$$

Taittuminen toisessa rajapinnassa:

$$\frac{\sin\alpha_5}{\sin\alpha_6} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\sin\alpha_6 = \frac{n_2}{n_1}\sin\alpha_5 = \frac{1{,}50}{1{,}00}\cdot\sin 36{,}875° = 0{,}900$$

ja kulma $\alpha_6 = 64{,}158°$.

**b)** Kokonaispoikkeama on kuvion mukaan $\delta = \alpha_7 + \alpha_8$.

Lasketaan vielä tarvittavat kulmat:

$$\alpha_7 = \alpha_1 - \alpha_2 = 45{,}0° - 28{,}125° = 16{,}875°$$
$$\alpha_8 = \alpha_6 - \alpha_5 = 64{,}158° - 36{,}875° = 27{,}283°.$$

Kokonaispoikkeama on

$$\delta = \alpha_7 + \alpha_8 = 16{,}875° + 27{,}283° = 44{,}158° \approx 44{,}2°.$$

### Vastaus

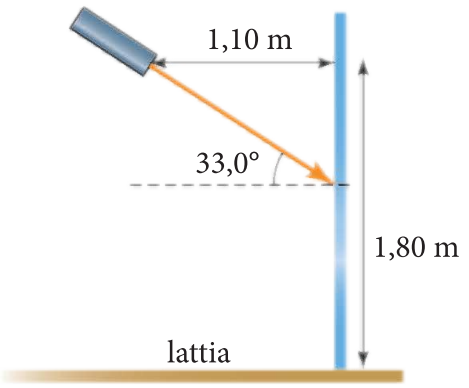
**b)** Lasersäteen kokonaispoikkeama on 44,2°.

**Tiivistelmä**

- Valo etenee suoraviivaisesti homogeenisessa aineessa.
- Varjo muodostuu läpinäkymättömän esineen taakse.
- Valon heijastuskulma ja tulokulma ovat yhtä suuret.
- Aineen A taitekerroin on valon tyhjiönopeuden ja valon nopeuden väliaineessa A suhde: $n_A = \frac{c_0}{c_A}$.
- Valon taittumislaki eli Snellin laki on $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$.
- Tasapaksussa lasilevyssä tapahtuu yhdensuuntaissiirtymä.

## Perustehtävät

**81.** Peili on kohtisuorassa lattiaa vasten. Lasersäde suunnataan 33,0°:n tulokulmassa peiliin kuvan mukaisesti. Kuinka kaukana peilistä lattialla nähdään heijastunutta laservaloa?



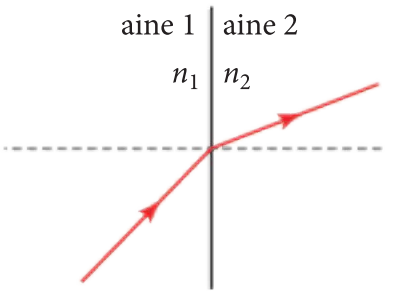

**82.** **a)** Etsi taulukkokirjasta veden taitekerroin.
**b)** Etsi taulukkokirjasta kruunulasin taitekerroin. Esim. 1
**c)** Mikä ero on käsitteillä taitekerroin ja taitesuhde?

**83.** **a)** Kuinka suuri on valon nopeus piilasissa?
**b)** Valon nopeus vedessä on $2{,}254 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Laske veden taitekerroin tälle valolle. Esim. 1

**84.** Miksi ääni taittuu tullessaan ilmasta veteen normaalista poispäin mutta valo normaaliin päin?

**85.** Laske taitekulma, kun lasersäde tulee ilmasta veteen 35°:n tulokulmassa. Piirrä kuva, jossa näkyvät tuleva, heijastunut ja taittunut valonsäde. Esim. 3

**86.** **a)** Mitä tarkoitetaan käsitteellä optinen tiheys?
**b)** Kumman aineen taitekerroin on suurempi oheisessa kuvassa?
**c)** Kummassa aineessa valon nopeus on suurempi?

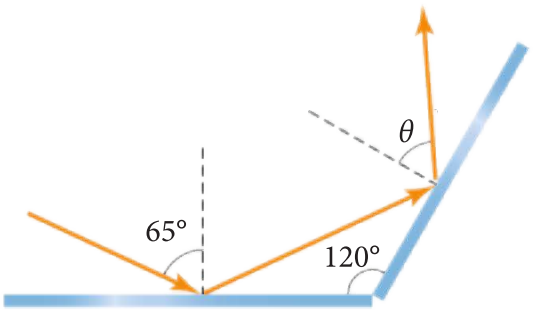



**87.** Miten valon **a)** taajuus, **b)** aallonpituus ja **c)** nopeus muuttuvat, kun valo kulkee optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään aineeseen?

**88.** **a)** Missä tilanteessa yhdensuuntaissiirtymä tapahtuu? Esim. 4
**b)** Mitä lasersäteelle tapahtuu, kun se kulkee prisman läpi? Esim. 5

## Soveltavat tehtävät

**89.** Kaksi peiliä on 120°:n kulmassa toisiinsa nähden. Lasersäde suunnataan ensimmäiseen peiliin 65°:n kulmassa. Kuinka suuressa kulmassa $\theta$ lasersäde heijastuu toisesta peilistä?

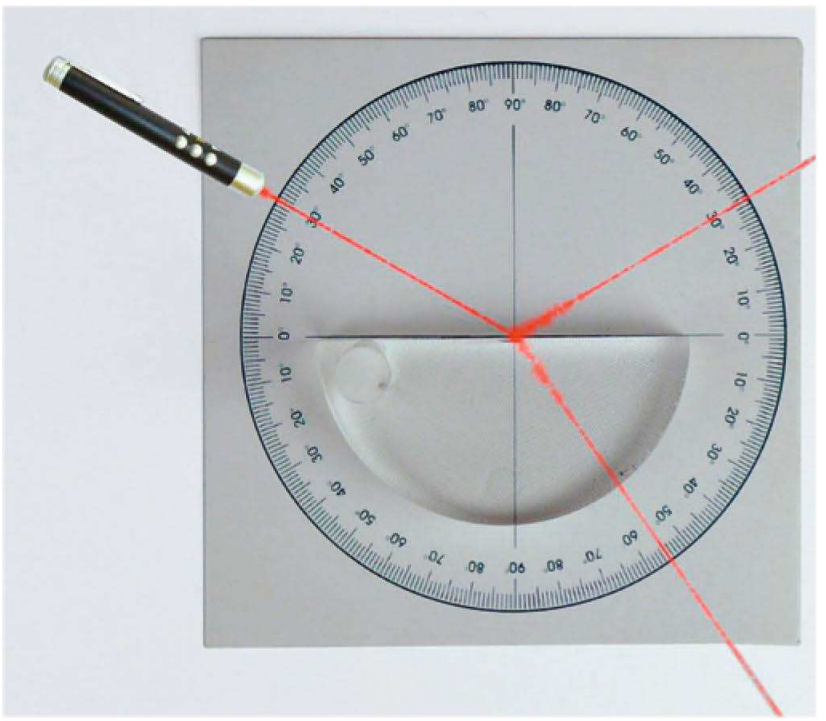



**90.** Selosta lyhyesti, miksi posliinimukin pohjalla reunan takana näkymättömissä oleva kolikko voi tulla näkyviin, kun mukiin kaadetaan vettä. Piirrä kolikosta silmään tuleva valonsäde.

**91.** Oheisessa kuvassa laservalo saapuu ilmasta puoliympyrän muotoiseen muovilevyyn. Tuleva säde on vasemmalla.

**a)** Tulkitse kuva.

**b)** Laske muovin taitekerroin.



**92.** Valo tulee ilmasta lasiin tulokulmassa 43,0°. Taitekulma on 27,0°. Valon aallonpituus on 550 nm. Kuinka suuria valon nopeus, taajuus ja aallonpituus ovat lasissa?

**93.** Puolijohdelaser lähettää valoa tietoliikennekaapelin valokuituun, jonka taitekerroin on 1,43.

**a)** Kuinka suuri on valon nopeus valokuidussa?

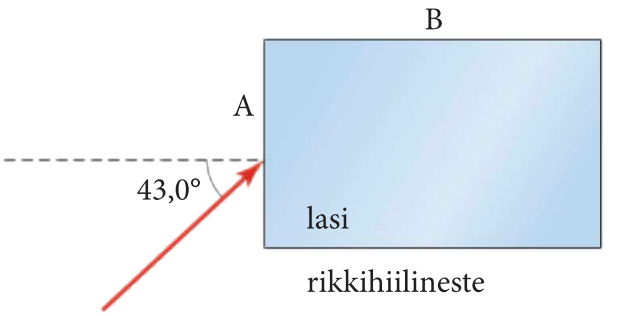
**b)** Mikä on laservalon aallonpituus valokuidussa, kun valon aallonpituus tyhjiössä on 1 670 nm?

**c)** Kuinka suuri on valon taajuus valokuidussa?

**94.** Lasersäde suunnataan tulokulmassa 65,0° ilmassa olevaan lasilevyyn, jonka paksuus on 2,3 cm. Lasin taitekerroin on 1,5. Kuinka suuri yhdensuuntaissiirtymä tapahtuu?

**95.** Prisman taittava kulma on 38° ja taitekerroin 1,7. Valonsäde osuu 30°:n tulokulmassa prisman etupintaan. Kuinka suuri valonsäteen taitekulma on, kun valo poistuu prismasta?

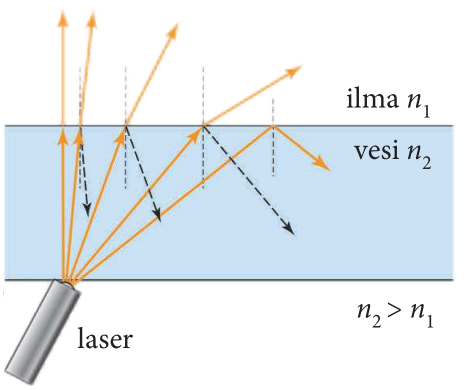
**96.** Lasikuutio on upotettu rikkihiilinesteeseen eli hiilidisulfidi-nesteeseen, joka on huoneen lämpötilassa väritön neste. Rikkihiilen taitekerroin on 1,63, ja lasin taitekerroin on 1,52. Lasersäde kohtaa lasin pisteessä A. Missä kulmassa valo poistuu sivun B kautta?



# 7 Valon ja äänen kokonaisheijastuminen

Kilpikonnan kuva muodostuu, kun kilpikonnasta tuleva valo kokonaisheijastuu veden ja ilman rajapinnasta.

**Aalto-opillisesti harva ja tiheä aine**
Kahdesta aineesta sitä, jossa aaltoliikkeen nopeus on suurempi, sanotaan aalto-opillisesti (valolle optisesti) harvemmaksi aineeksi.



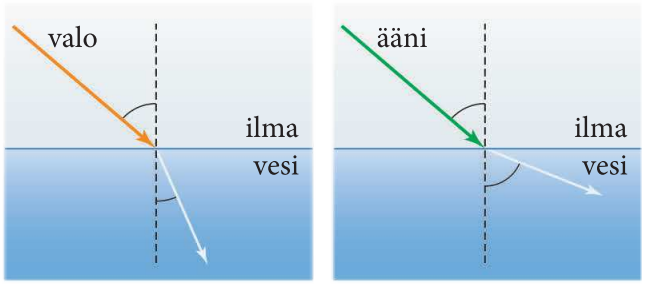

**Kokonaisheijastuminen**
Kokonaisheijastumisessa aaltoliike ei pääse taittumaan toiseen aineeseen vaan heijastuu.

Kokonaisheijastus voi tapahtua vain, jos aaltoliike tulee riittävän suuressa kulmassa aalto-opillisesti tiheämmästä aineesta aalto-opillisesti harvempaan aineeseen.

## Ilman ja veden rajapinta äänelle ja valolle

Kun valo kulkee ilmasta veteen, valon nopeus pienenee ja valonsäde taittuu rajapinnan normaaliin päin. Vesi on valolle optisesti tiheämpää kuin ilma.

Äänen nopeus taas kasvaa, kun ääni tulee ilmasta veteen. Äänen etenemissuunta eli säde taittuu normaalista poispäin. Kahdesta aineesta sitä, jossa aaltoliikkeen nopeus on suurempi, sanotaan **aalto-opillisesti harvemmaksi aineeksi**. Äänelle vesi on aalto-opillisesti harvempaa kuin ilma.




Valon nopeus ilmassa on lähes yhtä suuri kuin tyhjiössä ($2{,}998 \cdot 10^8$ m/s). Vedessä valon nopeus on noin $2{,}254 \cdot 10^8$ m/s. Äänen nopeus ilmassa (20 °C) on noin 340 m/s sekä vedessä (20 °C) noin 1 480 m/s.

## Kokonaisheijastumisessa aaltoliike ei läpäise rajapintaa

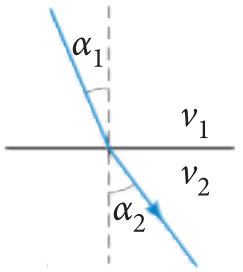
Suunnataan lasersäde vedestä ilmaan. Vedessä valon nopeus on pienempi kuin ilmassa. Kun valo tulee vedestä ilmaan, rajapinnassa valon nopeus kasvaa ja valonsäde taittuu normaalista poispäin.

Kun laseria kallistetaan niin, että tulokulma suurenee, myös taitekulma suurenee. Seuraavaan taulukkoon on mitattu, miten taitekulma muuttuu tulokulman suurentuessa.

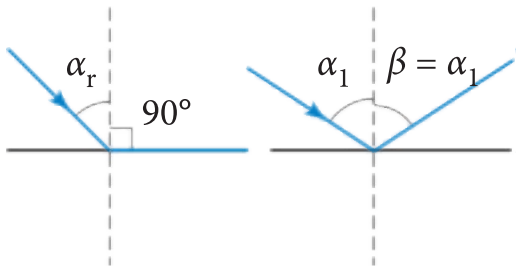
| **Tulokulma** $\alpha_1$ | **Taitekulma** $\alpha_2$ |
|---|---|
| 0° | 0° |
| 5° | 6,67° |
| 20° | 27,06° |
| 40° | 58,75° |
| 50° | ei voi määrittää |

Jossain vaiheessa valo ei enää pääse taittumaan ilmaan, vaan se heijastuu kokonaan. Tällaista ilmiötä sanotaan **kokonaisheijastukseksi**.

Kokonaisheijastus voi tapahtua kaikilla aaltoliikkeillä, jos aaltoliike tulee riittävän suuressa kulmassa aalto-opillisesti tiheämmästä aineesta aalto-opillisesti harvemman aineen rajapintaan.




Aaltoliike taittuu aineessa 2 normaalista poispäin. Aaltoliikkeen nopeus aineessa 2 on suurempi kuin aineessa 1, $v_2 > v_1$.




Jos tulokulma on rajakulman suuruinen, aaltoliike taittuu ”rajapinnan suuntaisesti”. Tätä suuremmilla kulmilla tapahtuva kokonaisheijastuminen.

**Kokonaisheijastuksen rajakulma**

$$\sin\alpha_r = \frac{v_1}{v_2},$$

jossa aaltoliikkeen nopeus aineessa 2 ($v_2$) on suurempi kuin aineessa 1 ($v_1$).

## Kokonaisheijastuksen rajakulman laskeminen

Etsitään aaltoliikkeen **kokonaisheijastuksen rajakulma**. Jos aaltoliikkeen nopeus aineessa 2 on suurempi kuin aineessa 1 ($v_2 > v_1$), aaltoliikkeen etenemissuunta eli säde taittuu aineessa 2 normaalista poispäin.

Jos tulokulmaa $\alpha_1$ suurennetaan, myös taitekulma $\alpha_2$ suurenee. Jollain tulokulman arvolla, rajatapauksessa, säde taittuu ”rajapinnan suuntaisesti”, jolloin taitekulma on 90°. Kokonaisheijastuksen rajakulma $\alpha_r$ toteuttaa taittumislain mukaan yhtälön

$$\frac{\sin\alpha_r}{\underbrace{\sin 90^\circ}_{=1}} = \frac{v_1}{v_2}.$$

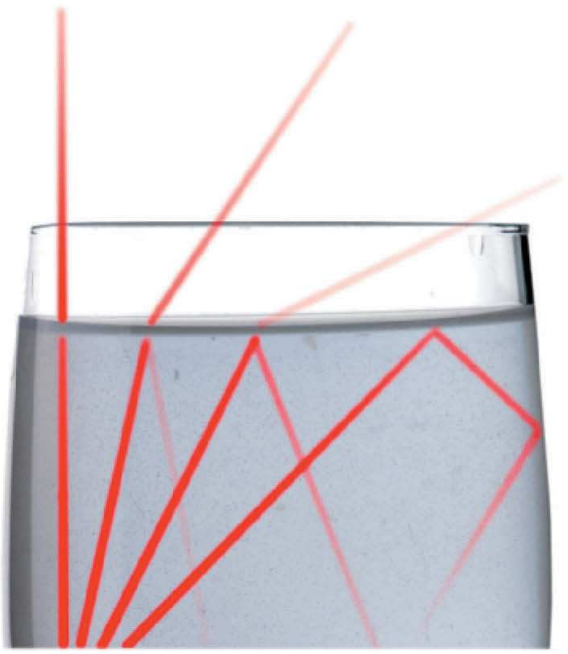
Rajakulmaa $\alpha_r$ suuremmilla tulokulmilla aaltoliike ei pääse taittumaan toiseen aineeseen, vaan se heijastuu kokonaan takaisin.

Yleensä rajapinnassa aaltoliikkeen energia jakaantuu heijastuvan ja taittuvan aaltoliikkeen kesken. Jos rajapintaan tuleva aaltoliike kokonaisheijastuu, aaltojen suunta muuttuu ilman, että aaltoliikkeen energia pienenee.

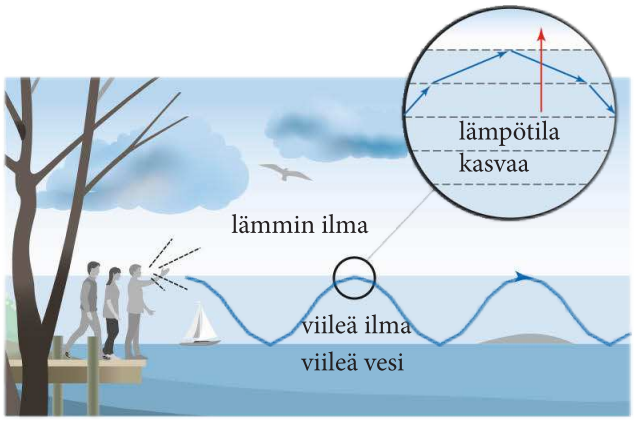
## Valon kokonaisheijastuksen rajakulma taitekertoimien avulla

Valon kokonaisheijastumisen rajakulma voidaan määrittää taitekertoimien avulla. Kun valo kulkee aineesta 1 aineeseen 2, rajakulma saadaan yhtälöstä $\sin\alpha_r = n_{12} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$, jossa aineen 1 taitekerroin on $n_1$ ja aineen 2 taitekerroin on $n_2$.

Valon kokonaisheijastuminen voidaan laskea joko taitekertoimien tai valon nopeuksien avulla. Äänellä ei ole taitekerrointa.



Valo voi kokonaisheijastua tullessaan vedestä vesi-ilmarajapintaan. Ilmaan taittuva valonsäde himmenee, kun tulokulma kasvaa. Samalla veteen heijastuva valonsäde kirkastuu.



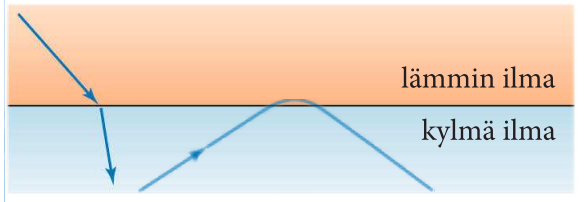

Kesäiltana veden pinnalle voi muodostua ilmakerros, jossa ääni etenee hyvinkin kauas.

## Ääni kokonaisheijastuu ilma–vesi-rajapinnassa

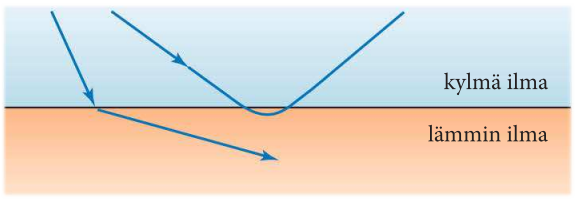
Tyynenä kesäiltana veden äärellä keskustelu saattaa kuulua selvästi hyvinkin kauas. Viileän veden pinnalla on viileä ilmakerros, jossa ääni etenee. Koska lämmin ilma on ääniopillisesti harvempaa kuin viileä ilma eli äänen nopeus on suurempi lämpimässä ilmassa kuin viileässä ilmassa, ääni taittuu jatkuvasti niin, että se pysyy viileässä ilmakerroksessa. Myös vesi on aalto-opillisesti harvempaa kuin ilma, joten ääni kokonaisheijastuu veden pinnasta. Illalla rannalla ei siis kannata juoruilla.

## Kangastus syntyy lämpimän ja kylmän ilman rajapintaan

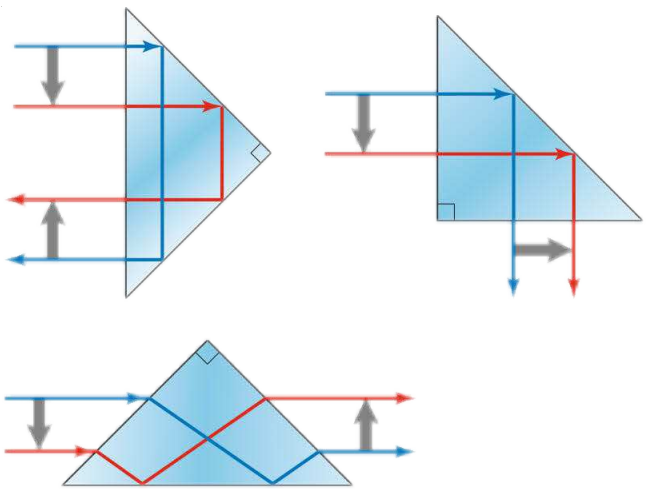
Ilma ei ole optisesti homogeeninen, jos sen lämpötila vaihtelee. Lämpötilan muuttuessa muuttuu myös ilman taitekerroin: lämmin ilma on valo-opillisesti harvempaa ja kylmä ilma valo-opillisesti tiheämpää. Kun valo kulkee erilämpöisten ilmakerrosten läpi, valo taittuu kohti kylmempää ilmaa. Jos valo taittuu erilämpöisissä kerroksissa useita kertoja peräkkäin, se näyttää heijastuvan. Tällöin nähdään kangastus.




Yläpuolinen kangastus syntyy, kun meren pinnalla oleva ilma on kylmempää kuin ylempänä oleva. Lämmin ilma heijastaa saaresta tulevan valon, jolloin saari näkyy horisontin yläpuolella ylösalaisin kääntyneenä.



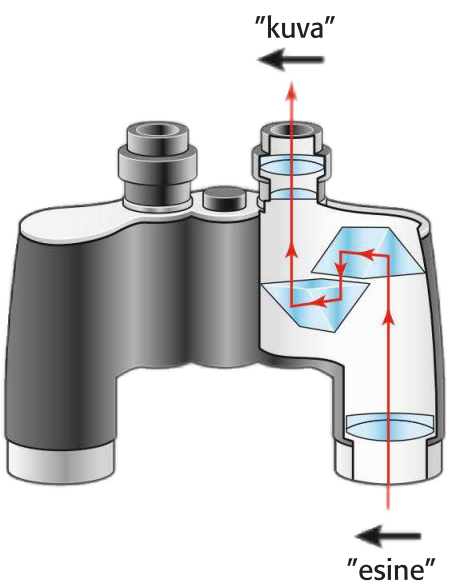

Tumma asfaltti imee tehokkaasti auringon säteilyä, jolloin asfaltin yläpuolella oleva ilma lämpenee. Lämpimän ilman ja sen yläpuolella olevan kylmän ilman rajapinta taittaa valoa niin, että tien pinnassa näkyy taivas kangastuksena. Alapuolinen kangastus syntyy valon tullessa kylmästä ilmakerroksesta lämpimään ilmakerrokseen.



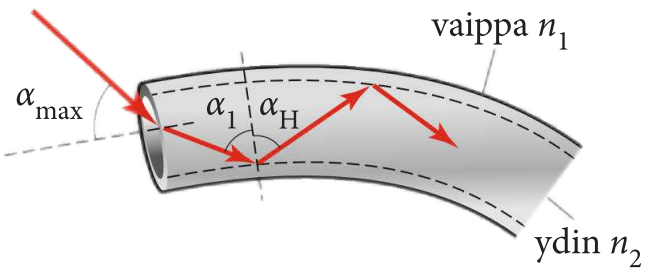
Valon kulkusuunta voidaan muuttaa kokonaisheijastavan prisman avulla. Kokonaisheijastavan prisman etu peiliin verrattuna on se, että kokonaisheijastuksessa ei tapahdu energiahäviötä (valon määrä ei vähene). Paksuista nuolista nähdään, miten kuva kääntyy.

## Kokonaisheijastus optisissa laitteissa

Kokonaisheijastuksella on tärkeä merkitys optisissa laitteissa. Valon kulkua voidaan ohjata kokonaisheijastuksen avulla haluttuun suuntaan ilman, että valo heikkenee. Ilman ja lasin välinen kokonaisheijastuksen rajakulma on pienempi kuin 45°, joten suorakulmaista prismaa voidaan käyttää **kokonaisheijastavana prismana**.




Prismakiikarissa kuva käännetään oikeinpäin kahden kokonaisheijastavan prisman avulla.

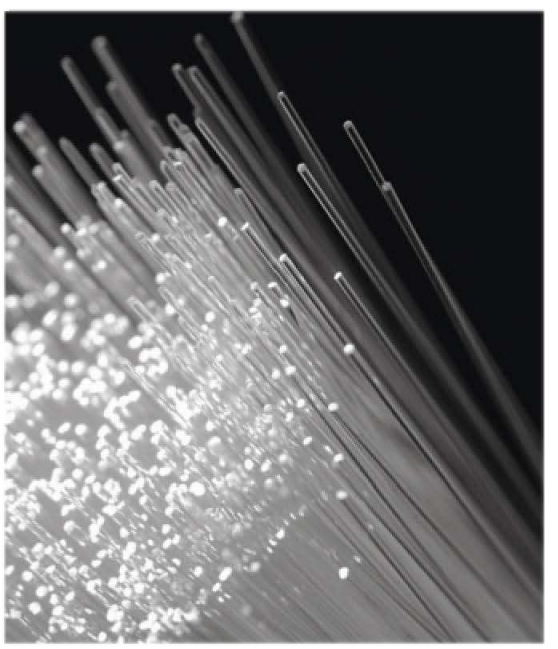



Valo etenee optisessa kuidussa niin, että se kokonaisheijastuu vaipan ja ytimen rajapinnasta. Vaippa on optisesti harvempaa kuin ydin; vaipan taitekerroin $n_1$ on pienempi kuin ytimen taitekerroin $n_2$. Suurin tulokulma, jolla valonsäteet pääsevät kuituun, on $\alpha_{max}$. Sitä suuremmilla tulokulmilla säteet taittuvat vaippaan.

## Optisen kuidun toiminta perustuu kokonaisheijastukseen

Optisissa kuiduissa informaatiota siirretään valon avulla paikasta toiseen. Optisessa kuidussa valo etenee ja kokonaisheijastuu vaipan ja ytimen rajapinnasta. Kuidun pinta on optisesti harvempaa kuin kuidun ydin, eli vaipan taitekerroin on pienempi kuin ytimen.

Valon etenemisen ja kokonaisheijastuksen edellytys optisessa kuidussa on, että valonsäde tulee riittävän pienessä kulmassa kuidun päähän.



Paksu valokaapeli sisältää suuren määrän ohuita kuituja. Jokaisen kuidun leikkauspintaan syntyy valopiste. Yksittäisen kuidun ytimen halkaisija on 9 µm. Kuitu murtuu helposti.

## Esimerkki 1 — Valon kokonaisheijastuminen ilman ja veden rajapinnassa

**a) Kuinka suuri valon kokonaisheijastuksen rajakulma on veden ja ilman rajapinnassa?**
**b) Mitä valolle tapahtuu, kun se tulee vedessä lähes pinnan suuntaisesti veden ja ilman rajapintaan?**
**c) Mitä valolle tapahtuu, kun se tulee ilmassa lähes pinnan suuntaisesti ilman ja veden rajapintaan?**

### Ratkaisu

$n_1 = 1{,}33, \quad n_2 = 1{,}00$

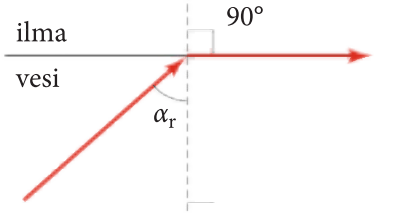
**a)** $\alpha_r = ?$

Valon nopeus vedessä on pienempi kuin ilmassa. Siten valo voi kokonaisheijastua, kun se kulkee vedestä ilmaan. Lasketaan kokonaisheijastuksen rajakulma taitekertoimien avulla. Rajatapauksessa valonsäde taittuu ”veden pinnan suuntaisesti”, jolloin taitekulma on 90°. Kokonaisheijastuksen rajakulma $\alpha_r$ toteuttaa taittumislain mukaan yhtälön

$$\frac{\sin\alpha_r}{\underbrace{\sin 90^\circ}_{=1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin\alpha_r = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}00}{1{,}33} = 0{,}7519,$$

josta $\alpha_r = 48{,}755^\circ \approx 48{,}8^\circ$.




**b)** Rajakulmaa $\alpha_r = 48{,}8^\circ$ suuremmilla tulokulmilla valo ei enää pääse vedestä ilmaan, vaan se heijastuu kokonaan takaisin.

**c)** Ilmasta tuleva valo ei kokonaisheijastu vaan heijastuu osittain ja taittuu osittain veteen.

### Vastaus

**a)** Kokonaisheijastuksen rajakulma on 48,8°.

## Esimerkki 2 — Äänen kokonaisheijastuminen ilman ja veden rajapinnassa

**Ville huutaa laiturilla suu veteen päin. Missä kulmassa ääni pääsee ilmasta veteen? Äänen nopeus on ilmassa 340 m/s ja vedessä 1 480 m/s.**

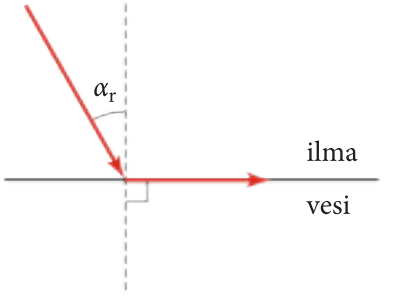
### Ratkaisu

$v_1 = 340$ m/s, $\quad v_2 = 1\,480$ m/s $\quad \alpha_r = ?$

Ääni tulee ilmasta veteen. Koska vesi on ääniaalloille aalto-opillisesti harvempaa kuin ilma (äänen nopeus on vedessä suurempi kuin ilmassa), taittuminen tapahtuu vedessä pinnan normaalista poispäin. Jos äänen tulokulma on riittävän suuri, ääni kokonaisheijastuu eikä sitä voi kuulla vedessä. Kun taitekulma on 90°, niin taittumislain mukaan

$$\sin\alpha_r = \frac{v_1}{v_2} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1480\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}22973$$

ja $\alpha_r = 13{,}281^\circ \approx 13^\circ$.




Villen täytyy suunnata huutonsa melko suoraan alaspäin. Hänen äänensä voi tulla korkeintaan 13°:n kulmassa veden pintaan (mitattuna pinnan normaalista), jotta ääni pääsee veteen. Suuremmilla tulokulmilla ääni ei pääse veteen.

### Vastaus

Ääni voi tulla veden pintaan korkeintaan 13°:n tulokulmassa.

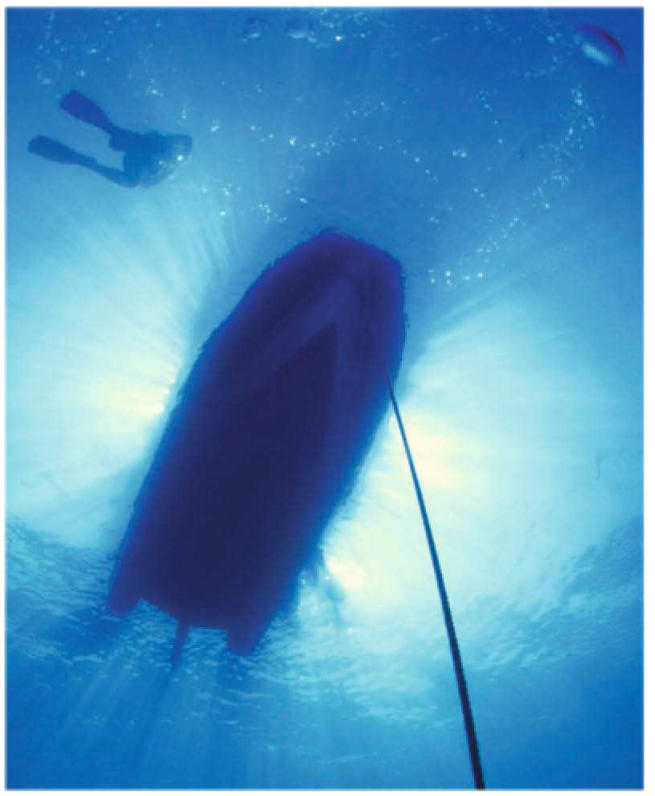
## Esimerkki 3 — Kokonaisheijastus

**Sukeltaja työskentelee 8,0 m:n syvyydessä. Veden pinta on täysin tyyni, ja veden taitekerroin on 1,33.**

**a) Millainen on se alue sukeltajan yläpuolella, josta valo pääsee pinnan läpi veteen?**

**b) Laske alueen mitat.**

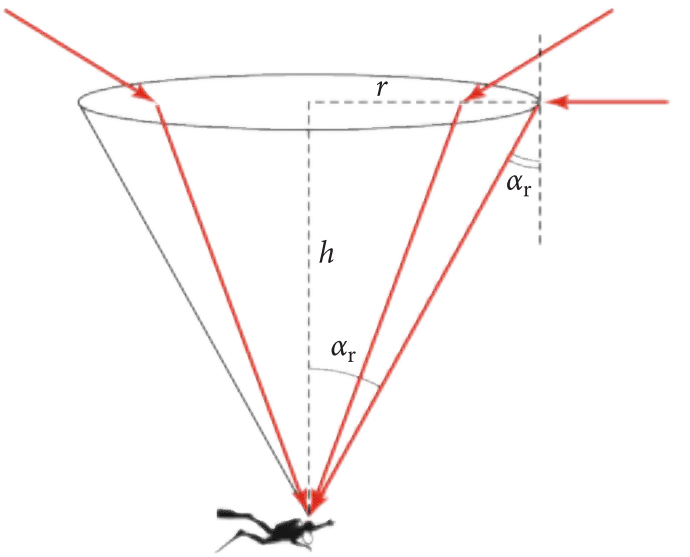
**c) Minkälaisena sukeltaja näkee alueen ulkopuolisen veden pinnan?**



### Ratkaisu

$h = 8{,}0$ m, $n_1 = 1{,}33$, $n_2 = 1{,}00$

**a)** Valo tulee sukeltajan yläpuolelta ympyrän muotoisesta alueesta ja taittuu sukeltajan silmään. Sukeltaja on valokartion kärjessä. Huippukulman puolikas on yhtä suuri kuin kokonaisheijastuksen rajakulma $\alpha_r$ valon käänteisen kulun vuoksi.




**b)** Kokonaisheijastuksen rajakulma $\alpha_r$ toteuttaa taittumislain mukaan yhtälön $\frac{\sin\alpha_r}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}00}{1{,}33}$.

Rajakulma on $\alpha_r = 48{,}7535° \approx 48{,}8°$.

Kuvan perusteella $\frac{r}{h} = \tan\alpha_r$, josta kartion pohjaympyrän säteeksi saadaan $r = h\tan\alpha_r = 8{,}0\text{ m} \cdot \tan 48{,}7535° = 9{,}123\text{ m} \approx 9{,}1\text{ m}$.

**c)** Ympyrän ulkopuolinen alue on peilipinta, joka heijastaa vedestä tulevaa valoa.

### Vastaus

**a)** Sukeltaja on valokartion kärjessä.

**b)** Kartion pohjan säde on 9,1 m.

**Tiivistelmä**

- Kahdesta aineesta sitä, jossa aaltoliikkeen nopeus on suurempi, sanotaan aalto-opillisesti (valolle optisesti) harvemmaksi aineeksi.
- Kokonaisheijastus voi tapahtua vain, jos aaltoliike tulee riittävän suuressa kulmassa aalto-opillisesti tiheämmästä aineesta aalto-opillisesti harvempaan aineeseen.
- Kokonaisheijastuksessa aaltoliike ei pääse taittumaan toiseen aineeseen vaan heijastuu.
- Valon kulkusuunta voidaan muuttaa kokonaisheijastavan prisman avulla.
- Optisessa kuidussa valo etenee kokonaisheijastuen vaipan ja ytimen rajapinnasta.

## Perustehtävät

**97.** **a)** Piirrä kuva, jossa on ilma–vesi-rajapinta ja ilmasta veteen kulkeva lasersäde.
**b)** Piirrä kuvaan kaksi uutta lasersädettä, joista toinen tulee rajapintaan kokonaisheijastumisen rajakulmassa ja toinen kokonaisheijastuu.
**c)** Milloin ja miksi valo kokonaisheijastuu ilman ja veden rajapinnassa? Esim. 1

**98.** **a)** Piirrä kuva, jossa esität ilmasta veteen kulkevan äänen etenemisen sädemallilla.
**b)** Piirrä kuvaan äänen etenemistä mallintavat säteet, joista toinen tulee rajapintaan kokonaisheijastumisen rajakulmassa 13° ja toinen kokonaisheijastuu.
**c)** Milloin ja miksi ääni kokonaisheijastuu ilman ja veden rajapinnassa? Esim. 2

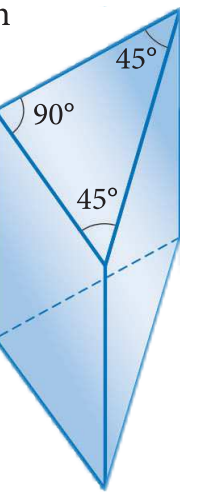
**99.** Keltainen valo, jonka aallonpituus on 550 nm, kulkee ilmasta veteen 48°:n kulmassa. Veden taitekerroin on 1,33.
**a)** Laske, miten valo taittuu, kun se kulkee ilmasta veteen.
**b)** Tapahtuuko kokonaisheijastuminen, kun valon tulokulmaa suurennetaan? Esim. 1

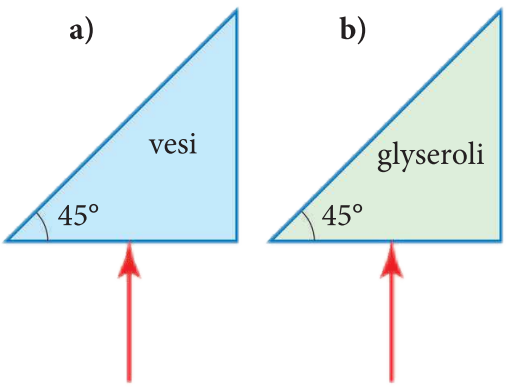
**100.** Äänen nopeus on ilmassa 340 m/s ja vedessä 1 480 m/s.
**a)** Laske äänen taitekulma vedessä, kun ääniaaltojen tulokulma on 11°. Miten ääni taittuu tullessaan ilmasta veteen?
**b)** Jos rajapinnassa tapahtuu kokonaisheijastuminen, laske kokonaisheijastumisen rajakulma. Esim. 2

**101.** Rikkihiili eli hiilidisulfidi on huoneenlämpötilassa väritön neste, jonka taitekerroin on 1,63.
**a)** Kummassa suunnassa, ilmasta rikkihiileen vai rikkihiilestä ilmaan, kulkeva valo voi kokonaisheijastua?
**b)** Laske kokonaisheijastuksen rajakulma. Esim. 1

**102.** Läpinäkyvän kiinteän aineen taitekerroin voidaan määrittää mittaamalla kokonaisheijastuksen rajakulma. Läpinäkyvän kappaleen sisään ohjataan lasersäde. Kuinka suuri taitekerroin aineella on, kun siitä valmistettu kappale on ilmassa ja kokonaisheijastuksen rajakulmaksi mitataan 40,5°? Esim. 1

**103.** Ohutseinäinen prisma-astia täytetään
**a)** vedellä (taitekerroin1,33),
**b)** glyserolilla (taitekerroin 1,47).
Laske tarvittavat kulmat ja jatka lasersäteen kulkua. Esim. 2



## Soveltavat tehtävät

**104.** Selitä, miksi et näe keitinlasissa olevaa kolikkoa, kun katsot keitinlasia suoraan sivusta.

**105.** Sukeltaja lähettää valomerkkejä veden pinnalla veneessä olevalle toverilleen. Kuinka suuri valon tulokulma voi olla, jotta valo havaitaan veden pinnan yläpuolella? Taitekerroin vedelle on 1,33 ja ilmalle 1,00.

**106.** Kaiutin, josta kuuluu 480 Hz:n taajuinen ääni, suunnataan ilmasta kohti veden pintaa niin, että ääniaallot kohtaavat veden pinnan 7,0°:n tulokulmassa.

**a)** Laske taitekulma. Piirrä kuva.

**b)** Laske tämän äänen aallonpituus ilmassa ja vedessä.

**c)** Mitä tapahtuu, jos tulokulma on 16°?

**107.** Vastaa perustellen, mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa ja mitkä eivät.

**a)** Valon kokonaisheijastuminen voi tapahtua vain, jos valo tulee kahden aineen rajapintaan pienemmän taitekertoimen omaavan aineen puolelta.

**b)** Ilmassa olevasta äänilähteestä veden pintaan tulevat aallot voivat kokonaisheijastua.

**c)** Kahdesta aineesta optisesti harvempi on se, jossa valon nopeus on pienempi.

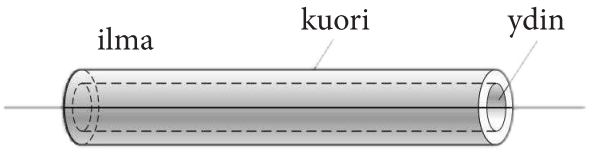
**d)** Ääniaallot voivat kokonaisheijastua tyynen veden pinnasta.

**108.** **a)** Kuinka suuri valon kokonaisheijastumisen rajakulma on lasille, jonka taitekerroin on 1,50?

**b)** Käytössäsi on lasiprisma, jonka kulmat ovat 90°, 45° ja 45°. Lasin taitekerroin on 1,5. Miten saat muutetuksi tällaisella prismalla valonsäteen kulkusuuntaa 90° ja 180° ilman, että säde himmenee merkittävästi? Piirrä kuva säteiden kulusta. Perustele vastauksesi.

**109.** Ville on pudottanut kellon kirkasvetisen järven pohjaan. Hän etsii sitä tähystämällä veneestä kasvot hyvin lähellä veden pintaa. Kuinka lähelle pudotuskohtaa Villen on päästävä, jotta hän voisi nähdä kellon 2,0 m:n syvyydessä?

**110.** Pitkä suora optinen kuitu muodostuu ytimestä ja sitä ympäröivästä kuoresta. Kuidun päät ovat kohtisuorassa kuidun akselia vasten. Kuinka suuren kulman kuidun ydinosan päähän osuva valo muodostaa kuidun akselin kanssa, kun valo poistuu kuidun toisesta päästä? Kuidun ytimen taitekerroin on 1,47 ja kuoren 1,45. (Yo syksy 1988, teht. 9)




**111.** Vedellä täytetyn akvaarion pohjalla olevasta lampusta tuleva valo osuu akvaarion pystysuoraan lasiseinään siten, että tulokulma on suurempi kuin 52°. Näkyykö lamppu kyseisen seinän läpi akvaarion ulkopuolelta katsottuna? Ilman taitekerroin on 1,00, veden 1,33 ja lasin 1,52. (Yo kevät 1992, teht. 3)

**112.** Tarkastele valoaaltojen ja ääniaaltojen kokonaisheijastumista ilman ja veden rajapinnassa. (Yo kevät 2001, teht. 5)

# 8 Linssit kokoavat ja hajottavat valoa

Tiettävästi ensimmäinen todiste silmälasien käytöstä Euroopassa on Tomasso da Modenan vuonna 1352 maalaama fresko.

Polttolasi on kupera linssi, joka kokoaa auringosta tulevat valonsäteet pienelle alueelle, jossa lämpötila voi nousta satoihin asteisiin. Polttolaseja tiedetään käytetyn jo antiikin aikoina.

**Kupera ja kovera linssi**
Kupera linssi on keskeltä paksu.
Kovera linssi on keskeltä ohut.

## Sädeoptiikan perusteet

Kaikkien optisten laitteiden toiminta perustuu aiemmissa luvuissa käsiteltyihin aaltoliikkeen ja erityisesti valon kulkuun liittyviin periaatteisiin ja lakeihin. Geometrisessa optiikassa valon kulkua tarkastellaan sädemallin avulla.

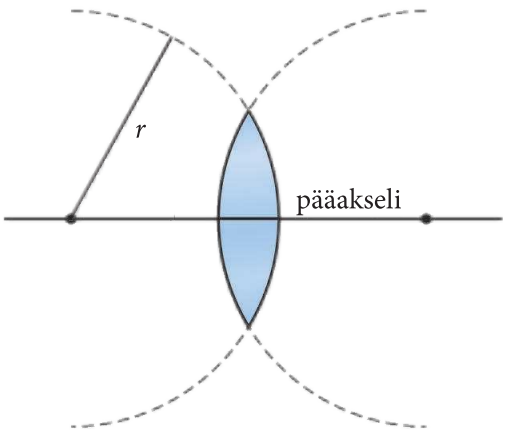
Valo kulkee homogeenisessa väliaineessa suoraviivaisesti. Monet optiset ilmiöt perustuvat siihen, että valon koetaan kulkevan suoraviivaisesti niissäkin tilanteissa, joissa sen kulkusuunta muuttuu heijastumisen tai taittumisen vuoksi.

**Geometrisen optiikan peruslait ovat**
1. valon suoraviivainen kulku
2. heijastumislaki
3. taittumislaki.

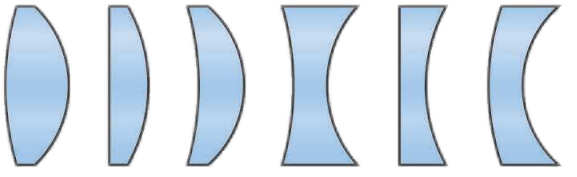
## Kupera ja kovera linssi

Polttolasi on kupera **linssi**. Linssejä on useimmissa optisissa laitteissa. Tällaisia optisia laitteita ovat muun muassa silmälasit, kamerat, kiikarit ja mikroskoopit. Myös silmässä on linssi.

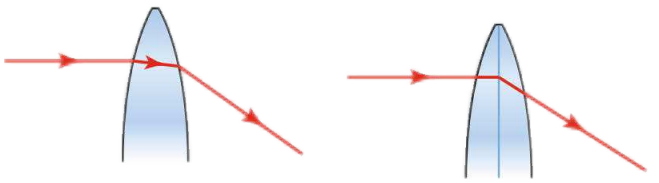
Tavallinen linssi on kahden pallopinnan tai pallopinnan ja tason rajaama läpinäkyvä kappale. Jos linssi on keskeltä paksumpi kuin reunoista, se on **kupera**. Jos taas keskikohta on reunoja ohuempi, linssi on **kovera**.



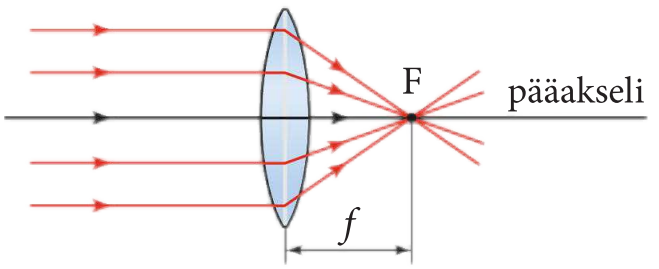

Linssin pintojen **kaarevuuskeskipisteiden** kautta kulkevaa suoraa sanotaan linssin **pääakseliksi**. Pääakseli on kohtisuorassa linssin pintoja vastaan, ja se kulkee linssin keskipisteen kautta.



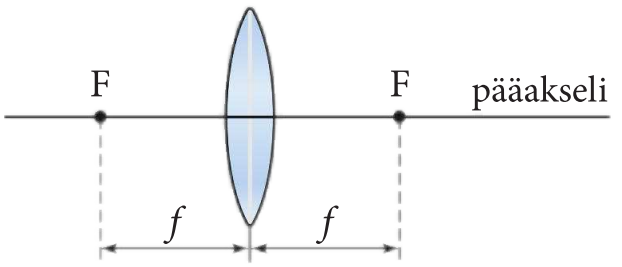
Vasemmalla olevat kolme linssiä ovat kuperia: kaksoiskupera, tasokupera ja koveran kupera. Oikealla olevat kolme linssiä ovat koveria: kaksoiskovera, tasokovera ja kuperan kovera.



Linsseissä valonsäde piirretään yksinkertaisuuden vuoksi taittumaan linssin keskellä.




Kupera linssi taittaa pääakselin suunnassa etenevät valonsäteet polttopisteeseen F. Siksi kuperaa linssiä sanotaan kokoavaksi linssiksi.

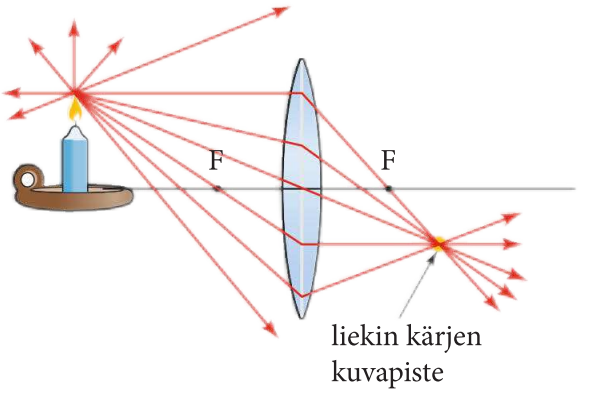



Polttopisteen merkki on F ja polttovälin *f*. Linssillä on kaksi polttopistettä.

## Kuvan muodostuminen kuperassa linssissä

Linssin läpi kulkeva valonsäde taittuu linssin molemmissa pinnoissa ja kulkee linssin sisällä suoraviivaisesti. Usein valonsäde piirretään yksinkertaisuuden vuoksi ikään kuin se taittuisi linssin keskellä.

Kun kuperan linssin ympärillä on ainetta, jonka taitekerroin on pienempi kuin linssin, linssin läpi kulkevat yhdensuuntaiset valonsäteet taittuvat kohti pääakselia. Kupera linssi siis kokoaa yhdensuuntaisen valonsädekimpun. Pääakselin suuntaiset valonsäteet taittuvat ohuessa kuperassa linssissä niin, että ne kulkevat linssin jälkeen saman pääakselilla olevan pisteen kautta. Tätä pistettä sanotaan linssin **polttopisteeksi,** ja sen tunnus on F. Linssillä on kaksi polttopistettä. Polttopisteen etäisyyttä linssin keskipisteestä sanotaan linssin **polttoväliksi**, ja sen tunnus on *f*. Polttovälin *f* yksikkö on 1 m (metri).

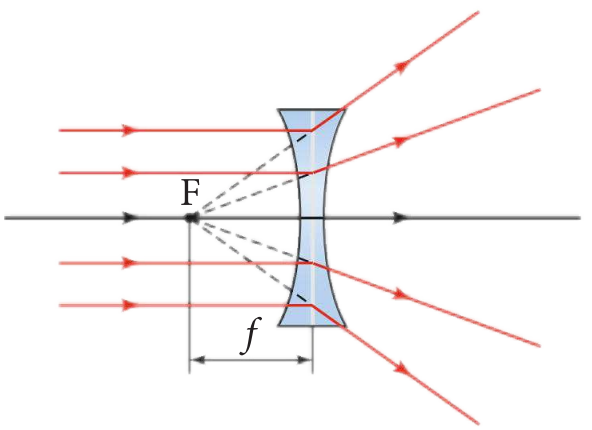



Liekin kärki valaisee joka suuntaan. Kupera linssi taittaa liekin kärjestä lähtevän valon niin, että taittuneiden säteiden leikkauspisteeseen muodostuu liekin kärjen kuva. Kuva on todellinen, koska se on säteiden leikkauspisteessä.

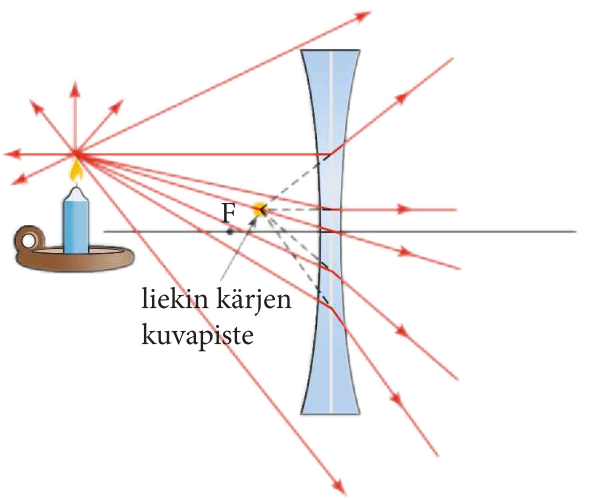
## Kuvan muodostuminen koverassa linssissä

Kovera linssi hajottaa yhdensuuntaisen valonsädekimpun. Jos valonsäteet saapuvat ohueen koveraan linssiin pääakselin suuntaisesti, ne kulkevat linssin jälkeen niin, että ne näyttävät tulevan samasta pisteestä. Tätä pistettä sanotaan koveran linssin **valepolttopisteeksi**. Koveralla linssillä on kaksi valepolttopistettä.

Kuvan tai valekuvan paikka voidaan määrittää piirtämällä säteitä, joiden kulku tunnetaan. Näitä säteitä kutsutaan **erityisiksi valonsäteiksi**. Kuvan paikka voidaan määrittää myös laskemalla kuvausyhtälön avulla.




Kovera linssi hajottaa pääakselin suuntaisen valonsädekimpun siten, että linssin jälkeen kulkevien säteiden jatkeet leikkaavat linssin valepolttopisteessä.




Kovera linssi taittaa liekin kärjestä lähtevän valon niin, että valokimppu hajoaa linssissä. Säteiden jatkeiden leikkauspisteeseen muodostuu valekuva.

Kuperan linssin piirrosmerkki.

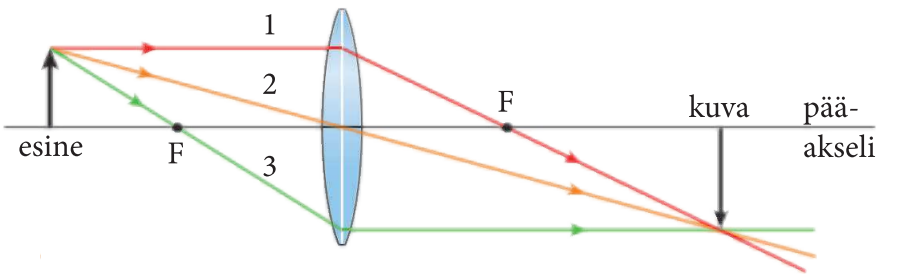
**Kuva**
Kuva muodostuu kohtaan, jossa säteet leikkaavat. Kuva saadaan näkyviin varjostimelle.

## Ohuen kuperan linssin läpi kulkevat erityiset valonsäteet

Valo lähtee esineestä kaikkiin suuntiin. Ohuen kuperan linssin esineestä muodostaman kuvan paikka saadaan, kun piirretään ainakin kaksi seuraavista erityisistä säteistä:

1. Pääakselin suuntainen säde taittuu linssissä ja kulkee linssin polttopisteen kautta.
2. Linssin keskipisteen kautta kulkeva säde kulkee linssin läpi suuntaa muuttamatta.
3. Linssin edessä olevan polttopisteen kautta kulkeva valonsäde taittuu linssissä ja kulkee linssin jälkeen pääakselin suuntaisesti.

Kuvapiste muodostuu kohtaan, jossa linssin läpi kulkeneet säteet tai niiden jatkeet leikkaavat toisensa.

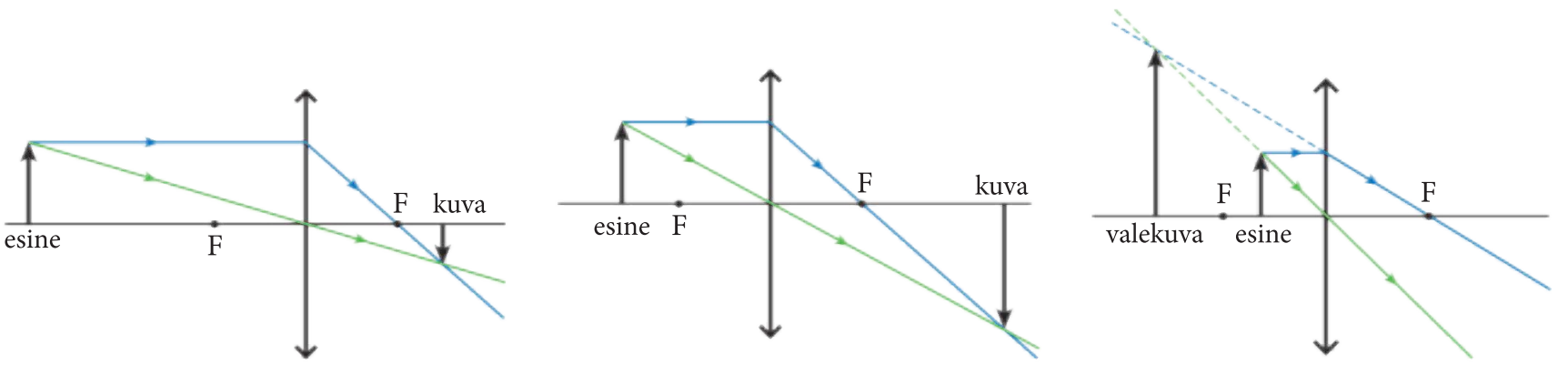



Piirroksessa on esitetty esineen kärkipisteen kuvautuminen kuperassa linssissä. Kuva on todellinen kuva.

**Kuperan linssin muodostama kuva**
Kupera linssi muodostaa ylösalaisin olevan, todellisen kuvan, jos esine on polttopistettä kauempana linssistä.
Jos esine on polttopisteen ja kuperan linssin välissä, syntyy suurennettu valekuva.
Jos esine on kuperan linssin polttopisteessä, minkäänlaista kuvaa ei synny.

## Kupera linssi muodostaa todellisen kuvan tai valekuvan

Kupera linssi muodostaa todellisen kuvan, jos esine ei ole polttovälillä. Kuva muodostuu sitä lähemmäksi linssiä, mitä kauempana esine on. Jos esine on kuperan linssin ja polttopisteen välissä, syntyy valekuva.




Kuperan linssin muodostaman kuvan paikka riippuu esineen paikasta.

Koveran linssin piirrosmerkki.

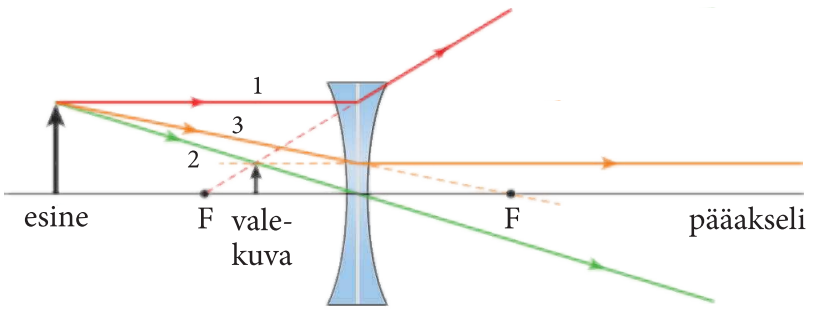
**Valekuva**
Valekuva muodostuu kohtaan, jossa säteiden jatkeet ja mahdolliset säteet leikkaavat. Valekuvaa ei saada näkyviin varjostimelle.

## Ohuen koveran linssin läpi kulkevat erityiset valonsäteet

Valo lähtee esineestä kaikkiin suuntiin. Ohuen koveran linssin tapauksessa valekuvan paikka saadaan, kun piirretään ainakin kaksi seuraavista erityisistä säteistä:

1. Pääakselin suuntainen säde taittuu linssissä, ja sen jatke kulkee linssin valepolttopisteen kautta.
2. Linssin keskipisteen kautta kulkeva säde kulkee linssin läpi suuntaa muuttamatta.
3. Linssin takana olevaa valepolttopistettä kohti kulkeva valonsäde taittuu linssissä ja kulkee linssin jälkeen pääakselin suuntaisesti.

Valekuvapiste muodostuu kohtaan, jossa säteet ja säteiden jatkeet leikkaavat toisensa.

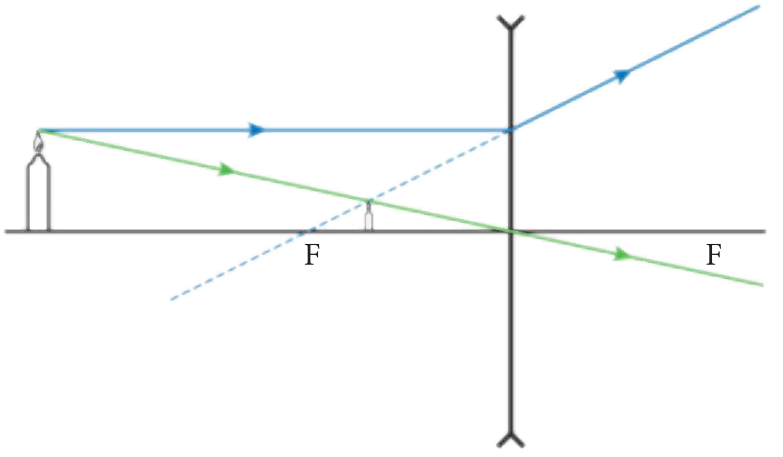



Piirroksessa on esitetty esineen kärkipisteen kuvautuminen koverassa linssissä. Muodostuu valekuva.

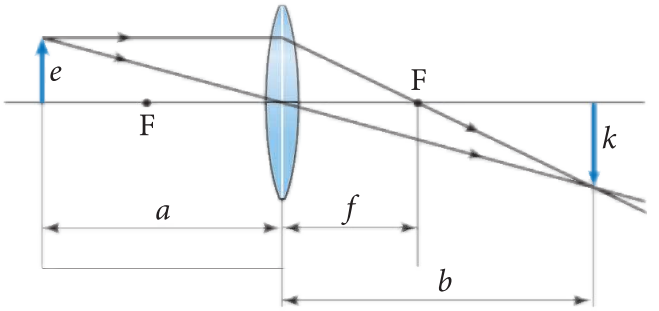
**Koveran linssin muodostama kuva**
Kovera linssi muodostaa aina pienennetyn, oikeinpäin olevan valekuvan.

## Kovera linssi muodostaa aina valekuvan

Kovera linssi muodostaa aina pienennetyn, oikeinpäin olevan valekuvan.




Koveran linssin kuva on aina pienennetty oikeinpäin oleva valekuva.




Kuvausyhtälössä käytetään seuraavia merkkisääntöjä:

| Suure | Etumerkki kuvausyhtälössä | |
|---|---|---|
| | + | – |
| $f$, polttoväli | kupera linssi | kovera linssi |
| $a$, esineen paikka | linssin edessä, todellinen esine | linssin takana, vale-esine |
| $b$, kuvan paikka | linssin takana, todellinen kuva | linssin edessä, valekuva |

Linssi päästää valon läpi. Esineen paikka on positiivinen, jos esine on linssin sillä puolella, josta valo tulee. Kuvan etäisyys on puolestaan positiivinen silloin, kun kuvan muodostavat linssin läpi menneet valonsäteet. Muissa tapauksissa paikat ovat negatiivisia.

## Linssien kuvausyhtälö ja viivasuurennos

Saksalainen matemaatikko Karl Friedrich Gauss (1777–1855) osoitti matemaattisesti, että ohuiden linssien muodostaman kuvan paikka voidaan laskea, kun linssin polttoväli ja esineen etäisyys linssistä tunnetaan.

Ohuissa linsseissä kuvan muodostuminen noudattaa likimäärin lakia

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}, \quad \text{jossa}$$

$a$ on esineen ja $b$ kuvan etäisyys linssistä ja
$f$ on linssin **polttoväli**.

Kupera linssi on kokoava linssi, ja sen polttoväli $f$ on kuvausyhtälössä positiivinen. Kovera linssi on hajottava linssi, sen polttoväli $f$ on kuvausyhtälössä negatiivinen.

Kuvauksen **viivasuurennos** on

$$m = \frac{k}{e}=\left|\frac{b}{a}\right|, \quad \text{jossa}$$

$k$ on kuvan ja $e$ esineen korkeus ja
$b$ on kuvan ja $a$ esineen etäisyys linssistä.

**Linssin taittovoimakkuus**

$D=\frac{1}{f}$,

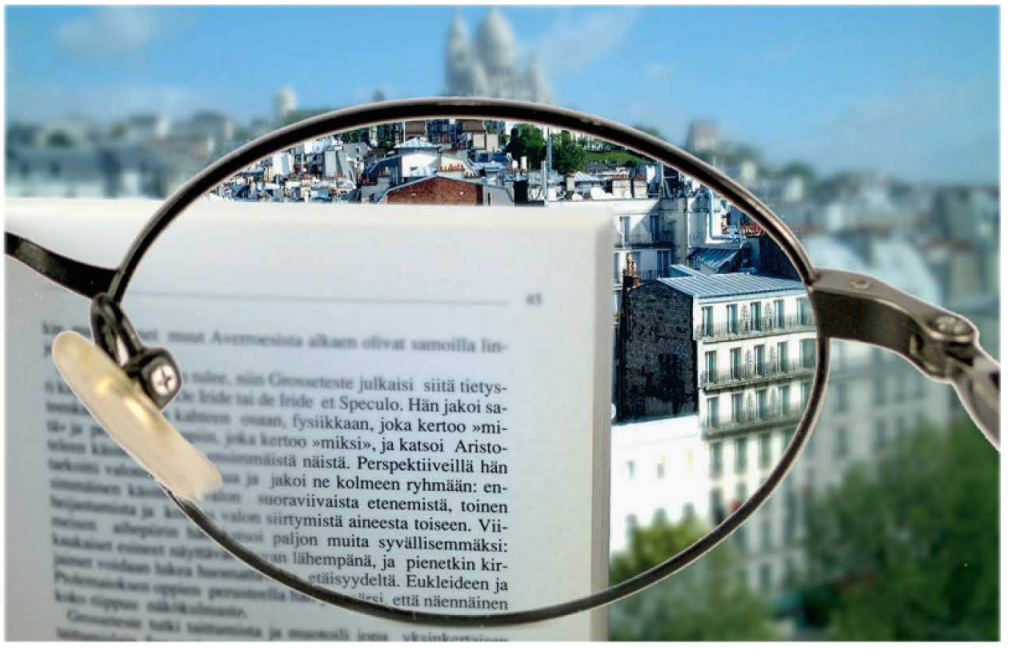
jossa $f$ on linssin polttoväli.

Taittovoimakkuuden yksikkö on

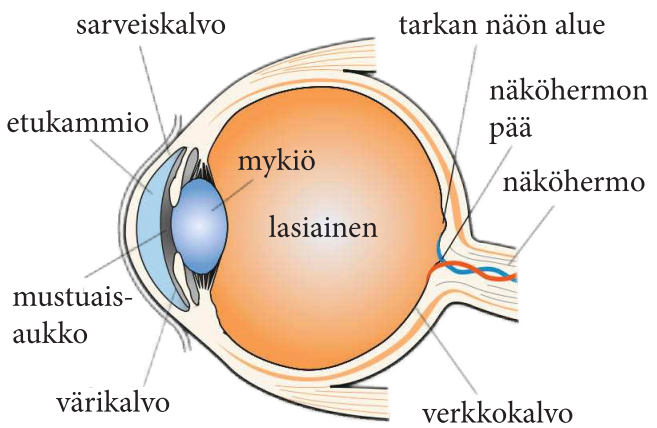
$[D]=\frac{1}{[f]}=\frac{1}{\text{m}}=\text{d}$ (dioptria).

## Linssin taittovoimakkuuden yksikkö on dioptria

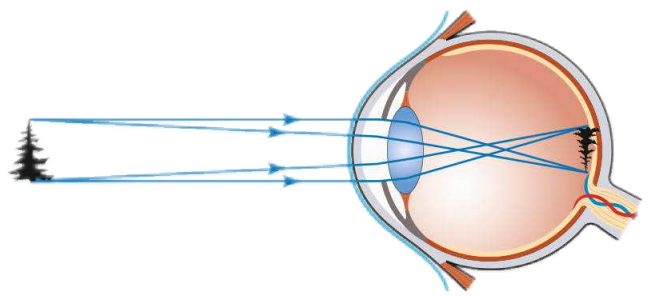
Silmälasin linssien taittokykyä kuvaa suure **taittovoimakkuus** $D$, joka on linssin polttovälin käänteisarvo. Taittovoimakkuuden yksikkö on $[D]=1\frac{1}{\text{m}}=1\,\text{d}$, dioptria. Likinäköisen ihmisen silmälasien dioptrialuku on negatiivinen. Laseja kutsutaan miinuslaseiksi. Kaukonäköisen lasien dioptrialuku on positiivinen ja lasit ovat pluslasit.



Moniteholinssissä on yhdistetty kaksi linssiä, joilla on eri polttovälit. Linssin alaosan polttoväli on lyhyt, joten se helpottaa lähelle näkemistä. Yläosan polttoväli on sellainen, että silmä tarkentuu kaukana oleviin kohteisiin.




Silmän rakenne.



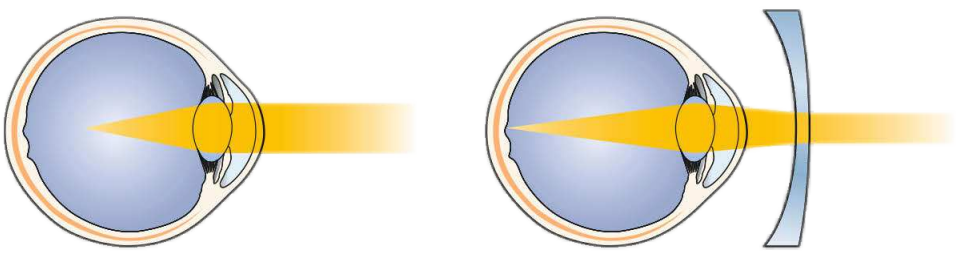
Silmään tuleva valo läpäisee sarveiskalvon, etukammion, pupillin ja lopuksi linssin, josta se kulkee lasiaisnesteen täyttämän silmämunan takaosassa olevalle verkkokalvolle.

## Silmässä on kupera linssi

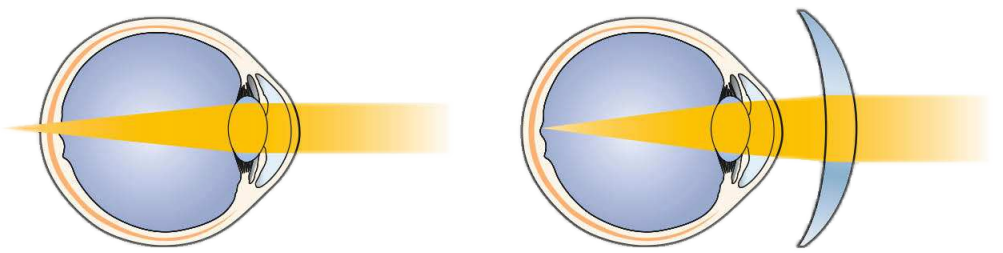
Ihmisen silmä on optinen systeemi, joka kokoaa valoa silmän takaosassa olevalle verkkokalvolle. Verkkokalvolle syntyy tällöin todellinen ylösalaisin oleva kuva. Näkeminen on kokonaisuudessaan hyvin monimutkainen tapahtuma, johon osallistuvat silmän optiikan lisäksi verkkokalvon aistinsolut, silmän näköhermot ja aivojen näkökeskus.

## Kaukonäköinen tarvitsee kuperan linssin ja likinäköinen koveran linssin

Silmän lihakset pystyvät muuttamaan silmän linssin paksuutta niin, että ihminen näkee tarkasti sekä lähelle että kauas. Kaikki ihmiset eivät kuitenkaan tähän pysty. Liki- ja kaukonäköisyys ovat melko yleisiä taittovirheitä.



Likinäön korjaaminen. Jos silmä taittaa valoa liian voimakkaasti eli jos silmämuna on polttoväliin verrattuna liian pitkä, kuva etäällä olevasta esineestä muodostuu verkkokalvon eteen. Tämä korjataan silmän eteen laitettavalla hajottavalla eli koveralla linssillä.



Pitkänäön korjaaminen. Pitkänäköisen eli kaukotaitteisen henkilön silmä taittaa valoa liian heikosti, eli silmämuna on polttoväliin verrattuna liian lyhyt. Tällöin kuva muodostuu verkkokalvon taakse. Virhe korjataan silmän eteen laitettavalla kokoavalla eli kuperalla linssillä.

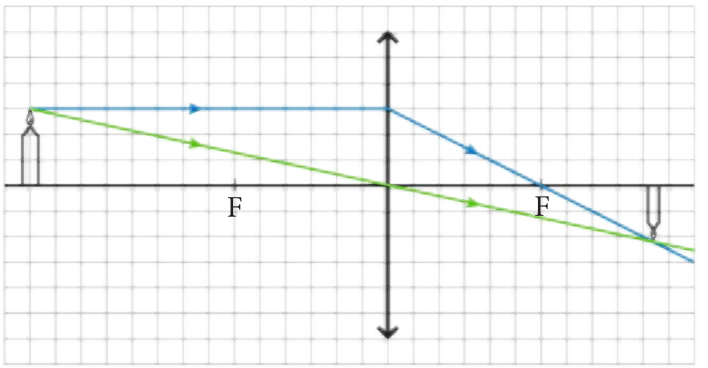
## Esimerkki 1 — Kuvan muodostuminen kuperassa linssissä

**Kynttilä on 14,0 cm:n etäisyydellä kuperasta linssistä, jonka polttoväli on 6,0 cm. Selvitä a) piirtämällä, b) laskemalla, mihin kynttilän kuva muodostuu.**
**c) Laske viivasuurennos.**
**d) Selvitä kuvan laatu.**

### Ratkaisu

kokoava linssi, $f = 6{,}0$ cm, $a = 14{,}0$ cm

**a)** Kuvassa 1 ruutu on 1,0 cm.
Piirroksesta nähdään, että kynttilän kuva muodostuu esineen paikkaan verrattuna kuperan linssin toiselle puolelle noin 10 cm:n etäisyydelle linssistä.




**b)** $b = ?$

Esineen paikka on $a = 14$ cm ja kuperan linssin polttoväli $f = 6{,}0$ cm.

Kuvausyhtälöstä $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ saadaan

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{6{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{14{,}0\text{ cm}} = 0{,}09524\,\frac{1}{\text{cm}},$$

josta kuvan paikka $b = 10{,}5\text{ cm} \approx 11\text{ cm}$.

**c)** $m = ?$

Kuvauksen viivasuurennos on $m = \left|\frac{b}{a}\right| = \frac{10{,}5\text{ cm}}{14{,}0\text{ cm}} = 0{,}75.$

**d)** Kuva on väärinpäin oleva, pienennetty, todellinen kuva.

### Vastaus

**b)** Kuvan paikka on 11 cm linssin takana.
**c)** Kuvauksen viivasuurennos on 0,75.

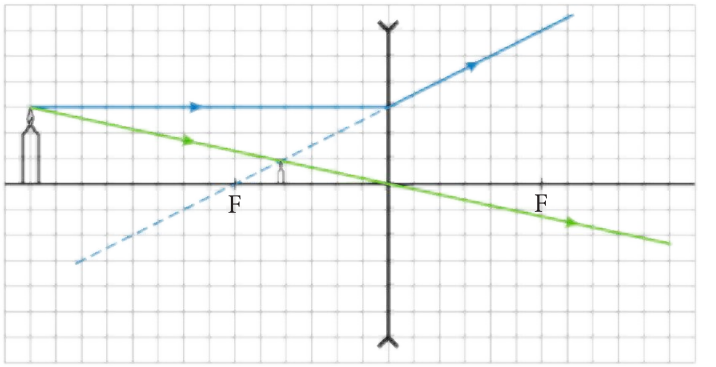
## Esimerkki 2 — Kuvan muodostuminen koverassa linssissä

**Kynttilä on 14,0 cm:n etäisyydellä koverasta linssistä, jonka polttoväli on –6,0 cm. Selvitä a) piirtämällä, b) laskemalla, mihin kynttilän kuva muodostuu.**
**c) Laske viivasuurennos.**
**d) Selvitä kuvan laatu.**

### Ratkaisu

hajottava linssi, $f = -6{,}0$ cm, $a = 14{,}0$ cm

**a)** Kuvassa 1 ruutu on 1,0 cm.
Piirroksesta nähdään, että kynttilän valekuva muodostuu hiukan yli 4 cm:n etäisyydelle linssistä. Valekuva on samalla puolella linssiä kuin kynttilä.




**b)** $b = ?$

Esineen paikka on $a = 14$ cm ja kuperan linssin polttoväli $f = -6{,}0$ cm.

Kuvausyhtälöstä $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ saadaan

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{-6{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{14{,}0\text{ cm}} = -0{,}2381\frac{1}{\text{cm}},$$

josta kuvan paikka $b = -4{,}20\text{ cm} \approx -4{,}2\text{ cm}$.

**c)** $m = ?$ Kuvauksen viivasuurennos on

$$m = \left|\frac{b}{a}\right| = \left|\frac{-4{,}20\text{ cm}}{14{,}0\text{ cm}}\right| = 0{,}300 \approx 0{,}30.$$

**d)** Kyseessä on oikeinpäin oleva, pienennetty valekuva.

### Vastaus

**b)** Valekuvan paikka on 4,2 cm linssin etupuolella.
**c)** Kuvauksen viivasuurennos on 0,30.

## Esimerkki 3 — Linssin muodostaman kuvan analysointi

**a) Selvitä, millainen linssi oheisessa kuvassa on.**
**b) Piirrä kuvaussäteet kuvan muodostumisesta.**

### Ratkaisu

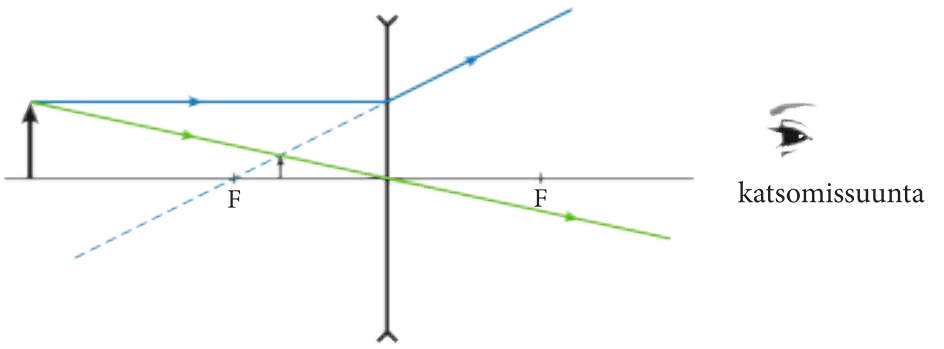
**a)** Kuva muodostuu samalle puolen linssiä kuin esine (kasvot) on, joten kyseessä on valekuva.

Valekuvan voi muodostaa sekä kupera että kovera linssi:

- Kupera linssi muodostaa polttovälillä olevasta esineestä suurennetun valekuvan.
- Kovera linssi muodostaa aina pienennetyn, oikeinpäin olevan valekuvan.

Linssi on siten kovera.

**b)** Kuvan muodostuminen koverassa linssissä:




## Esimerkki 4 — Silmälasien taittovoimakkuus

**Silmälääkäri määräsi henkilölle silmälasit, joiden taittovoimakkuus on –1,750 d.**
**a) Millaiset silmälasien linssit ovat?**
**b) Mitä näköongelmaa niillä korjataan?**
**c) Mikä linssien polttoväli on?**

### Ratkaisu

$D = -1{,}750\ \text{d}, \quad f = ?$

**a)** Koska taittovoimakkuus $D$ on negatiivinen, niin myös polttoväli on negatiivinen. Linssit ovat siis koverat.
**b)** Koverien linssien avulla korjataan likinäköä.
**c)** Linssin polttoväli on taittovoimakkuuden käänteisluku

$$D = \frac{1}{f}.$$

Ratkaisemalla tästä polttoväli saadaan

$$f = \frac{1}{D} = \frac{1}{-1{,}750\,\frac{1}{\text{m}}} = -0{,}5714\ \text{m} \approx -57{,}1\ \text{cm}.$$

### Vastaus

**a)** Silmälasien linssit ovat koverat.
**b)** Laseilla korjataan likinäköä.
**c)** Linssien polttoväli on –57,1 cm.

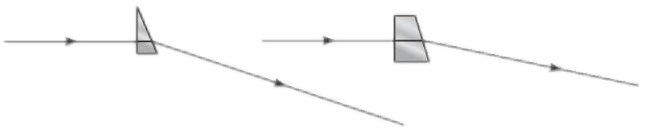
**Tiivistelmä**

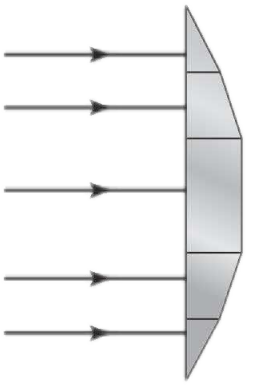
- Kupera linssi on kokoava linssi. Sen polttoväli on positiivinen.
- Kovera linssi on hajottava linssi. Sen polttoväli on negatiivinen.
- Kuperan linssi muodostaa joko todellisen, ylösalaisin olevan kuvan tai suurennetun, oikeinpäin olevan valekuvan.
- Kovera linssi muodostaa aina pienennetyn, oikeinpäin olevan valekuvan.
- Linssien kuvausyhtälö on $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$.
- Kuvauksen viivasuurennos on $m=\frac{k}{e}=\left|\frac{b}{a}\right|$.
- Linssin taittovoimakkuus on $D=\frac{1}{f}$.

## Perustehtävät

**113.** Mainitse esineitä, jotka voivat toimia linsseinä, vaikkei niitä alun perin ole linsseiksi tarkoitettukaan. Millaisia vaaratilanteita tällaisista esineistä voi aiheutua?

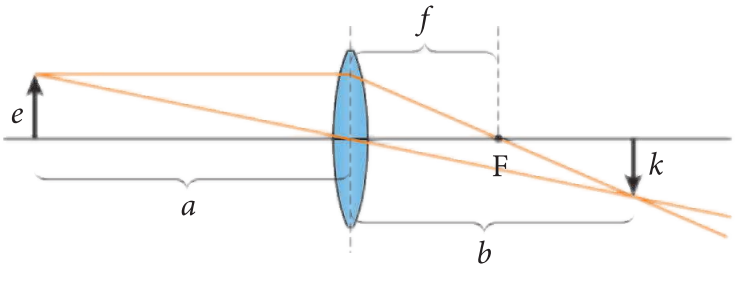
**114.** Alla olevissa kuvissa näytetään, miten valonsäde kulkee erimuotoisissa prismalaseissa.





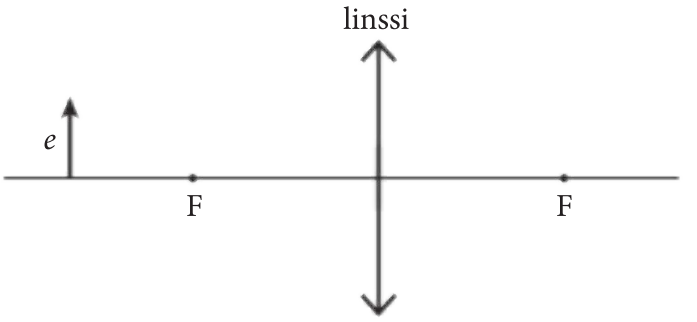
Käytä näitä kuvia apunasi ja selvitä, miten valonsäteet kulkevat oheisessa systeemissä. Esim. 1

**115.** **a)** Nimeä oheisessa kuvassa esitetyt suureet $a$, $b$, $f$, $e$ ja $k$.




**b)** Mitä tarkoitetaan linssin pääakselilla ja linssin polttopisteellä? Esim. 1

**116.** Linssin polttoväli on 3,0 cm. Esine on 5,0 cm:n päässä linssistä.




**a)** Onko linssi kokoava vai hajottava?

**b)** Piirrä pääakselin suuntainen kuvaussäde, joka lähtee esineen kärjestä.

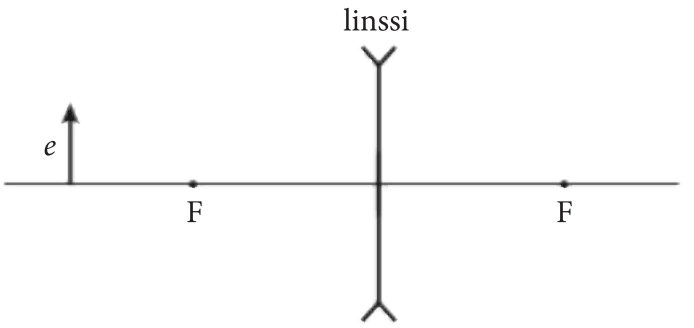
**c)** Piirrä linssin keskipisteen kautta kulkeva kuvaussäde, joka lähtee esineen kärjestä.

**d)** Mihin kuva muodostuu?

**e)** Miten voit päätellä, onko kuva todellinen vai valekuva?

**f)** Onko kuva oikeinpäin vai väärinpäin? Suurennettu vai pienennetty? Esim. 1

**117.** Linssin polttoväli on –3,0 cm. Esine on 5,0 cm:n päässä linssistä.

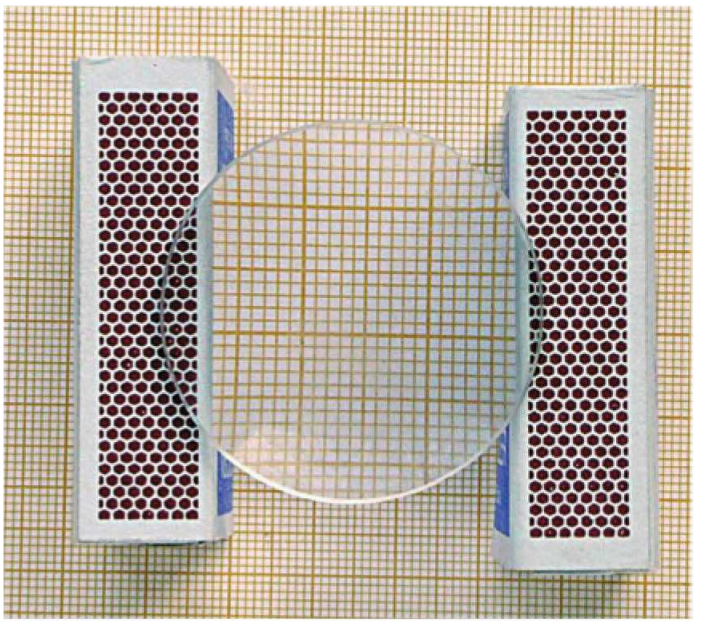



**a)** Onko linssi kokoava vai hajottava?
**b)** Piirrä pääakselin suuntainen kuvaussäde, joka lähtee esineen kärjestä.
**c)** Piirrä linssin keskipisteen kautta kulkeva kuvaussäde, joka lähtee esineen kärjestä.
**d)** Mihin kuva muodostuu?
**e)** Miten voit päätellä, onko kuva todellinen vai valekuva?
**f)** Onko kuva oikeinpäin vai väärinpäin? Suurennettu vai pienennetty? Esim. 2

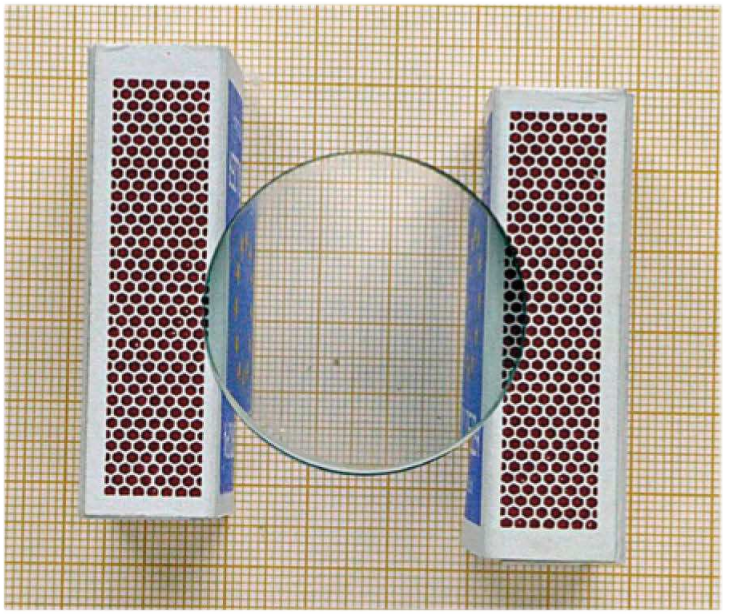
**118.** **a)** Tehtävässä 116 linssin polttoväli oli 3,0 cm ja esineen paikka oli 5,0 cm. Lakse kuvausyhtälöllä kuvan paikka ja viivasuurennos. Vertaa tulosta piirtämällä saamaasi tulokseen. Esim. 1
**b)** Tehtävässä 117 linssin polttoväli oli –3,0 cm ja esineen paikka oli 5,0 cm. Laske kuvausyhtälöllä kuvan paikka ja viivasuurennos. Vertaa tulosta piirtämällä saamaasi tulokseen. Esim. 2
**c)** Kuinka suuria ovat a)-kohdan ja b)-kohdan linssien taittovoimakkuudet? Esim. 4

**119.** Milloin linssin muodostama kuva on todellinen ja milloin valekuva?

**120.** Kuperan linssin läpi otettiin kuva millimetripaperista. Määritä kuvan avulla linssin polttoväli, kun linssi on 3,65 cm:n etäisyydellä mm-paperista.



**121.** Koveran linssin läpi otettiin kuva millimetripaperista. Määritä kuvan avulla linssin polttoväli, kun linssi on 3,65 cm:n etäisyydellä mm-paperista.



## Soveltavat tehtävät

**122.** Keskeltä paksu linssi on asetettu optiseen penkkiin. Linssin polttoväli on 2,0 cm. Valolähteen hehkulanka on 5,0 senttimetrin etäisyydellä linssistä.

**a)** Ratkaise piirtämällä ja laskemalla, mihin kohtaan hehkulangan kuva muodostuu.
**b)** Kuinka suuri kuvauksen viivasuurennos on?
**c)** Mikä kuvan laatu on?

**123.** Keskeltä ohut ja reunoilta paksu linssi on asetettu optiseen penkkiin. Linssin valepolttopisteet ovat 5,0 senttimetrin etäisyydellä linssistä. Valolähteen hehkulanka on 2,0 senttimetrin etäisyydellä linssistä.

**a)** Ratkaise piirtämällä ja laskemalla, mihin kohtaan hehkulangan kuva muodostuu.
**b)** Kuinka suuri kuvauksen viivasuurennos on?
**c)** Kuinka korkea kuva on, kun esineen korkeus on 2,0 cm?
**d)** Mikä kuvan laatu on?

**124.** Opiskelija muodostaa kuperan linssin avulla täydenkuun kuvan valkoiselle pahvilevylle. Linssin polttoväli on 20,0 cm.

**a)** Kuinka kaukana pahvi on linssistä, kun Kuusta muodostuu terävä kuva?
**b)** Kuinka suuri on Kuusta muodostuvan kuvan halkaisija?
*Opastus*: Käytä taulukkokirjan tietoja.
(Yo syksy 2006, teht. 4)

**125.** Ohutta kuperaa linssiä tutkittiin optisessa penkissä. Varjostin asetettiin 120 cm:n etäisyydelle esineestä. Kun linssi asetettiin sopivaan kohtaan esineen ja varjostimen väliin, saatiin varjostimelle terävä kuva, joka oli 2,3 kertaa esineen suuruinen. Kuinka suuri on tutkitun linssin polttoväli? Piirrä kuva. (Yo kevät 2012, teht. 5)

**126.** Linssin polttovälin määrittämiseksi linssi kiinnitettiin optiseen penkkiin 60 cm:n päähän esineestä, jonka korkeus oli 10 cm. Todellinen kuva muodostui 32 cm päähän linssistä.

**a)** Oliko linssi kupera vai kovera?
**b)** Mikä on linssin polttoväli?
**c)** Mikä on kuvan korkeus?
**d)** Mitä kuvalle tapahtuu, kun puolet linssistä peitetään pahvilla, jonka läpi valo ei pääse?
**e)** Mitä kuvalle tapahtuu, kun varjostinta siirretään 5 cm?

**127.** **a)** Esineestä, jonka korkeus on 2,0 cm, muodostetaan kuva ohutta linssiä käyttäen. Varjostimen etäisyys linssistä on 1,5 cm, ja kuvan korkeus on 3,0 cm. Laske esineen paikka ja linssin polttoväli.
**b)** Linssi pidetään paikallaan ja varjostin siirretään kauemmas linssistä. Mihin suuntaan tämän jälkeen esinettä on siirrettävä, että varjostimelle saadaan esineestä terävä kuva?

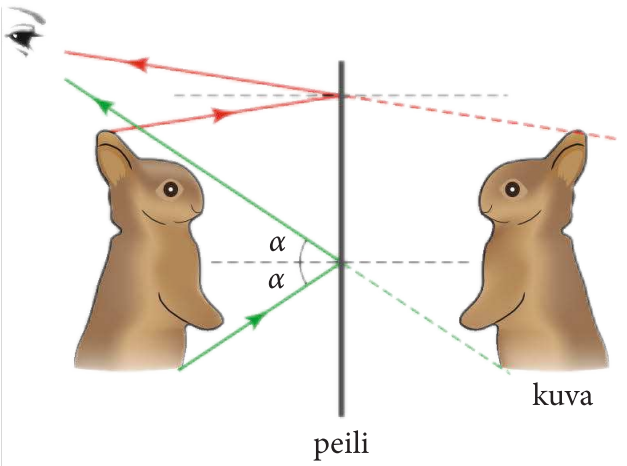
**128.** Mitä tapahtuu linssin synnyttämälle kuvalle, kun esinettä siirretään kaukaisuudesta kohti linssiä, joka on

**a)** kupera
**b)** kovera?

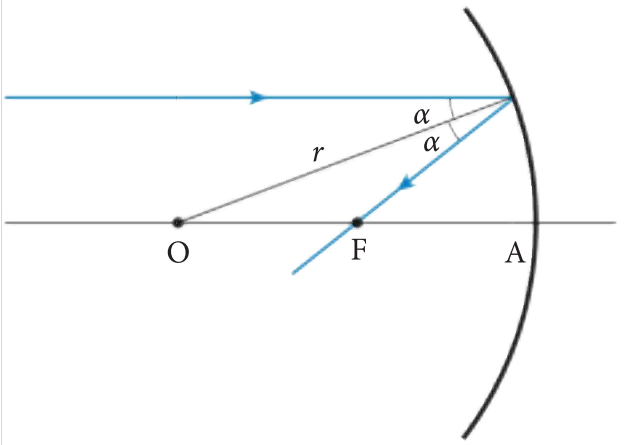
**129.** Lukulasien taittovoimakkuuden määrittämiseksi käytettiin luokassa esineenä kattolamppua ja varjostimena pöydän pintaa. Lampun etäisyydeksi pöydän pinnasta mitattiin 2,10 m. Lampun kuva syntyi pintaan lasien ollessa kahdessa eri kohdassa. Ensimmäinen kuva syntyi, kun lukulasien linssi oli 38 cm:n etäisyydellä pöydän pinnasta.

**a)** Mikä oli lukulasien taittovoimakkuus?
**b)** Kuinka kaukana lukulasit olivat pöydän pinnasta, kun toinen kuva syntyi?
**c)** Piirrä kuvio kuvan muodostumisesta kummassakin tapauksessa.

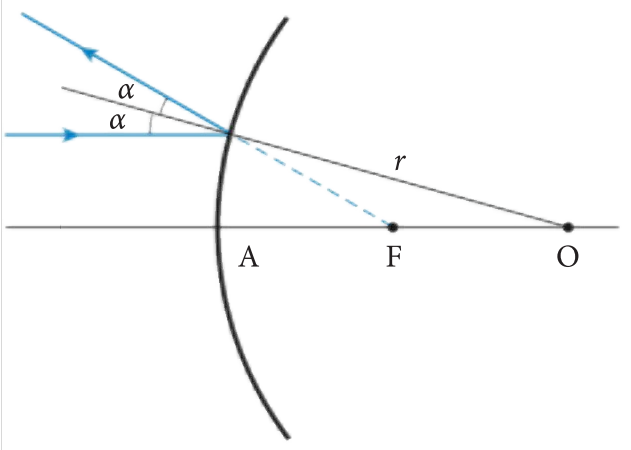
# 9 Peilit heijastavat valoa




Kanista lähtevät valonsäteet heijastuvat tasopeilistä heijastumislain mukaisesti. Jokainen kuvapiste on yhtä kaukana peilin toisella puolella kuin vastaava esineen piste.




Koveran peilin kaarevuuskeskipiste O, polttopiste F ja pääakselin suuntaisesti peiliin tulevan valonsäteen heijastuminen.




Kuperaan peiliin pääakselinsuuntaisesti tulevan valonsäteen heijastuminen.

## Tasopeili muodostaa valekuvan

Jokainen vilkaisee omaa kuvaansa peilistä monta kertaa vuorokaudessa. Tavallisesti peilikuvaa katsotaan tasopeilistä, jossa heijastava pinta on suora.

Yleisimmin tasopeili on suora lasilevy, jonka tausta on päällystetty hopealla. Tarkkuusoptiikassa ja tieteellisissä mittavälineissä käytetään usein etupinnastaan heijastavia peilejä, koska valo heijastuu lasin rajapinnoista moneen kertaan ja huonontaa peilikuvaa. Tasopeilissä syntyvä kuva on aina valekuva, koska se muodostuu säteiden jatkeille. Valo ei mene peilin taakse, joten kuvaa ei voi saada näkyviin varjostimelle.

## Pallopeilit ovat joko koveria tai kuperia

Kiiltävästä lusikasta tai kattilan kyljestä näkee itsestään hyvin erilaisen kuvan kuin tasopeilistä. Jos peilin pinta ei ole suora, kuva voi olla pienentynyt, suurentunut tai vääristynyt. Sellaisia peilejä, joiden heijastava pinta on pallopinnan osa, sanotaan **pallopeileiksi**.

Pallopeilit voivat olla **koveria** tai **kuperia**. Jos heijastava pinta on pallopinnan sisäpuolella, peiliä sanotaan koveraksi. Jos taas peilaava pinta on pallokuoren ulkopuolella, peili on kupera.

Peilin pallopinnan keskipiste on **kaarevuuskeskipiste** O. Peilin pääakseli on peilin keskipisteen A ja kaarevuuskeskipisteen kautta kulkeva suora. Kovera peili kokoaa yhdensuuntaisia valonsäteitä. Peilin pääakselin suuntaisesti peiliin tulevat valonsäteet heijastuvat niin, että ne kaikki kulkevat peilin **polttopisteen** F kautta. Kupera peili hajottaa valonsäteitä. Pääakselin suunnassa kuperaan peiliin tulevat valonsäteet heijastuvat niin, että niiden jatkeet kohtaavat peilin takana sijaitsevassa valepolttopisteessä. Nämä säännöt pätevät valonsäteille, jotka ovat lähellä peilin pääakselia.

Heijastumislaista seuraa, että loivissa peileissä sekä koveran peilin polttopiste että kuperan peilin valepolttopiste ovat peilin pääakselilla peilin ja kaarevuuskeskipisteen puolivälissä. Pallopeilin **polttoväli** $f$ on siis peilipinnan **kaarevuussäteen** $r$ puolikas.

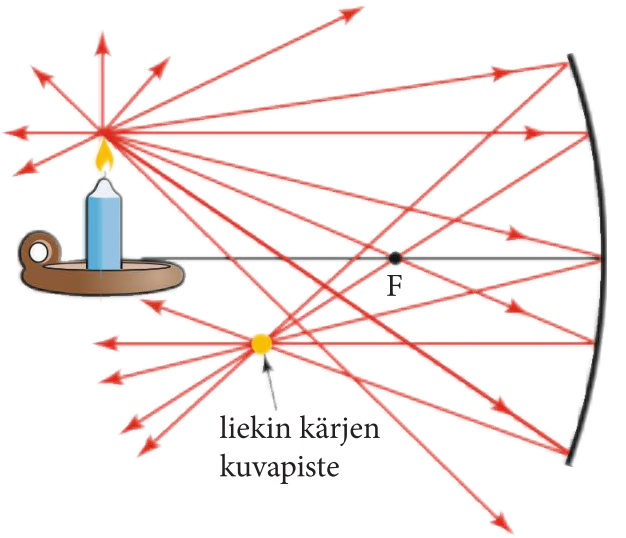
Peiliä voidaan pitää loivana, jos peilin kaarevuussäde on paljon esineen korkeutta suurempi.

Koverasta peilistä voidaan nähdä pienennetty väärinpäin oleva kuva.

## Kuvan muodostuminen peileissä

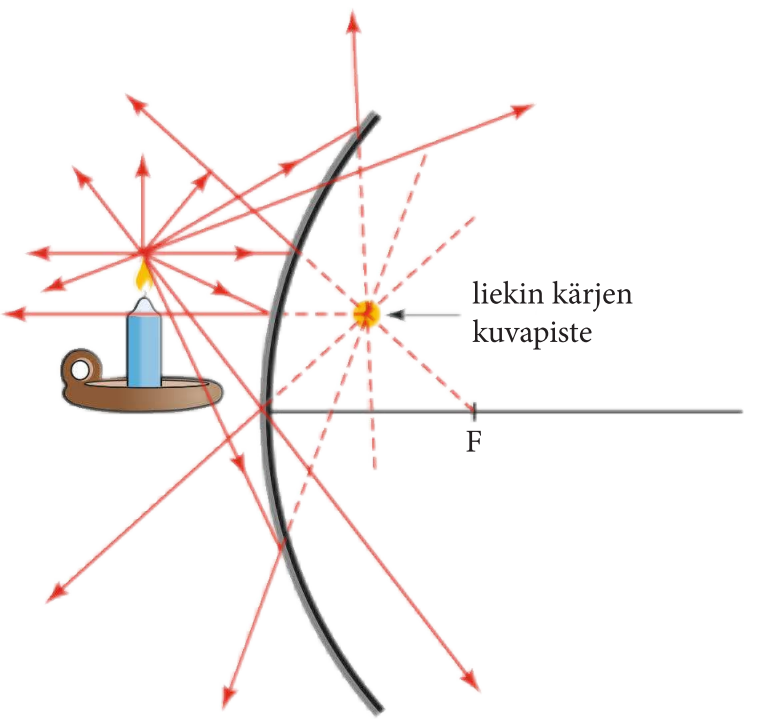
Valo lähtee esineestä kaikkiin suuntiin. Kuva muodostuu peilistä heijastuneiden säteiden tai niiden kuviteltujen jatkeiden leikkauspisteeseen. Kuva on todellinen, jos se muodostuu todellisten säteiden leikkatessa. Muuten syntyy valekuva.

Kuvan tai valekuvan paikka voidaan määrittää piirtämällä erityiset valonsäteet. Kuvan paikka voidaan määrittää myös laskemalla Gaussin kuvauslain avulla.

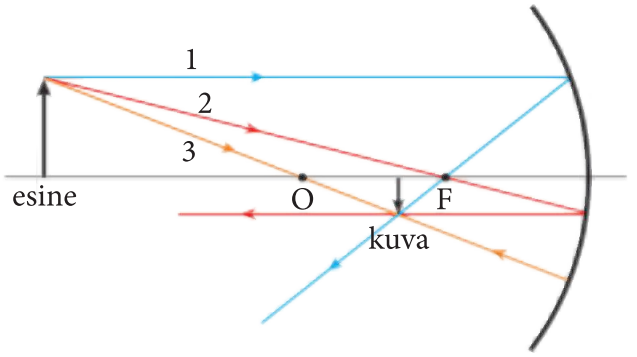



Kovera peili kokoaa valoa.

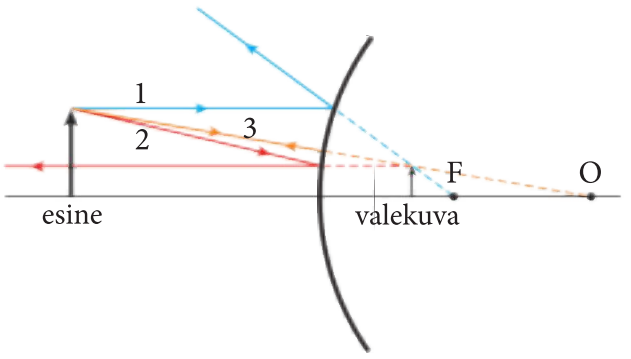
Kuperan peilin näkymä on laajempi kuin tasopeilin.




Kupera peili hajottaa valon. Valekuva muodostuu säteiden jatkeille.




Esineen kärkipisteen kuvautuminen koverassa peilissä.




Esineen kärkipisteen kuvautuminen kuperassa peilissä.

**Kuperan peilin muodostama kuva**
Kupera peili muodostaa aina pienennetyn, oikeinpäin olevan valekuvan.

**Koveran peilin muodostama kuva**
Kovera peili muodostaa todellisen, ylösalaisin olevan kuvan, kun esine on polttopistettä kauempana peilistä.
Jos esine on polttopisteen ja koveran peilin välissä, syntyy suurennettu valekuva.
Jos esine on koveran peilin polttopisteessä, kuvaa ei synny.

## Pallopeilistä heijastuvat erityiset valonsäteet

Esineen kuvan syntymistä peilissä voidaan selvittää tarkastelemalla esineen yksittäisten pisteiden kuvapisteitä loivassa peilissä.

1. Pääakselin suuntainen säde heijastuu polttopisteen kautta.
2. Polttopisteen kautta kulkeva säde heijastuu pääakselin suuntaisena.
3. Kaarevuuskeskipisteen kautta kulkeva säde osuu peiliin kohtisuoraan ja heijastuu takaisin tulosuuntaansa.

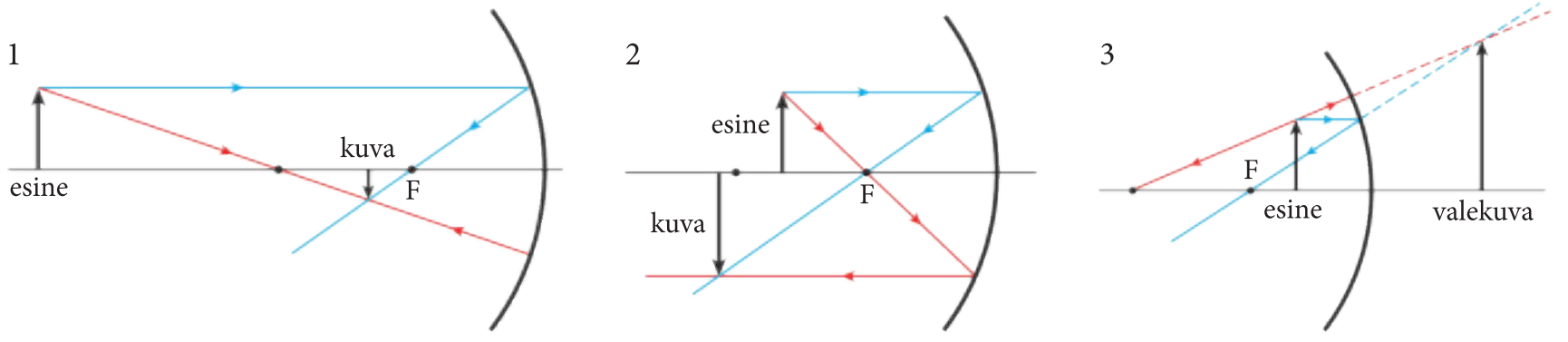
Kuvan paikan määrittämisessä voidaan käyttää neljättäkin erityistä sädettä. Peilin pääakseli on kohtisuorassa peilin pintaa vastaan, eli se on peilipinnan normaali. Peilin keskipisteeseen osuva valonsäde heijastuu siten heijastuslain mukaisesti peilin pääakseliin nähden samassa kulmassa kuin se tuli peiliin.

## Pallopeilin muodostama kuva voi olla todellinen tai valekuva

Koveran peilin kuvanmuodostus vastaa kuperan linssin kuvanmuodostusta. Kun esine on polttovälin ulkopuolella, muodostuu todellinen, ylösalaisin oleva pienennetty kuva.

Kuva on sitä suurempi, mitä lähempänä peiliä esine on. Kun esine on peilin ja polttopisteen välissä, syntyy valekuva.

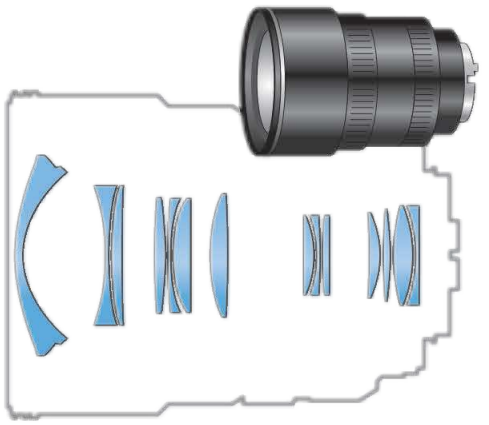
Kuperan peilin kuvanmuodostus vastaa koveran linssin kuvanmuodostusta. Kuperan peilin muodostama kuva on aina pienennetty, oikeinpäin oleva valekuva.




Koveran pallopeilin muodostama kuva riippuu esineen paikasta.

| Suure | Etumerkki kuvausyhtälössä | |
|---|---|---|
| | + | – |
| $f$, polttoväli | kovera peili | kupera peili |
| $a$, esineen paikka | peilin edessä, todellinen esine | peilin takana, vale-esine |
| $b$, kuvan paikka | peilin edessä, todellinen kuva | peilin takana, valekuva |

Peili heijastaa valon. Esineen paikka on positiivinen, jos esine on peilin sillä puolella, josta valo tulee. Kuvan etäisyys on puolestaan positiivinen silloin, kun kuva muodostuu sinne, minne valo heijastuu. Valekuva muodostuu peilin taakse eli säteiden jatkeille, ja tällöin kuvan paikka $b$ on negatiivinen.



Laadukas kameran objektiivi sisältää useita erilaisia linssejä. Näin poistetaan yksittäisten linssien aiheuttamia vääristymiä kuvassa.

**Kuvauksen viivasuurennos kahden linssin tai peilin systeemille**

$$m = m_1 m_2 = \left|\frac{k_1}{e_1}\right| \cdot \left|\frac{k_2}{e_2}\right| = \left|\frac{b_1}{a_1}\right| \cdot \left|\frac{b_2}{a_2}\right|$$

**Vale-esine**

Jos ensimmäisen linssin tai peilin muodostama kuva on toisen linssin tai peilin takana, kuva on vale-esine seuraavalle linssille tai peilille. Tällöin kuvan paikka $a$ on negatiivinen.

## Peilien kuvausyhtälö

Ohuiden linssien yhteydessä käytetty Gaussin kuvausyhtälö pätee myös peileihin. Pallopeileissä kuvan muodostuminen noudattaa likimäärin lakia

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \text{ jossa}$$

$a$ on esineen ja $b$ kuvan etäisyys peilistä,
$f$ on peilin polttoväli.

Kupera peili on hajottava peili, ja sen polttoväli $f$ on kuvausyhtälössä negatiivinen. Kovera peili on kokoava peili, ja sen polttoväli $f$ on kuvausyhtälössä positiivinen.

Kuvausyhtälö pätee sitä paremmin, mitä lähempänä esine on peilin pääakselia ja mitä pienempi esine on peilin kaarevuussäteeseen verrattuna.

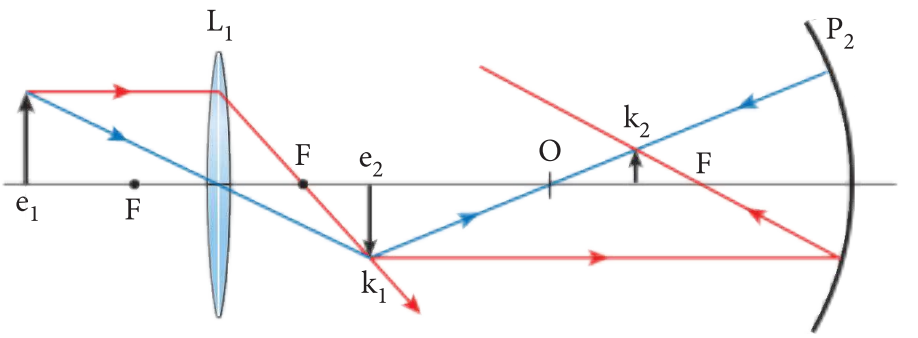
Peileille kuvauksen viivasuurennos saadaan samalla tavalla kuin linsseille. Kuvauksen viivasuurennos on $m = \frac{k}{e} = \left|\frac{b}{a}\right|$, jossa $k$ on kuvan ja $e$ esineen korkeus ja $b$ on kuvan ja $a$ esineen etäisyys linssistä.

## Peili- ja linssisysteemit

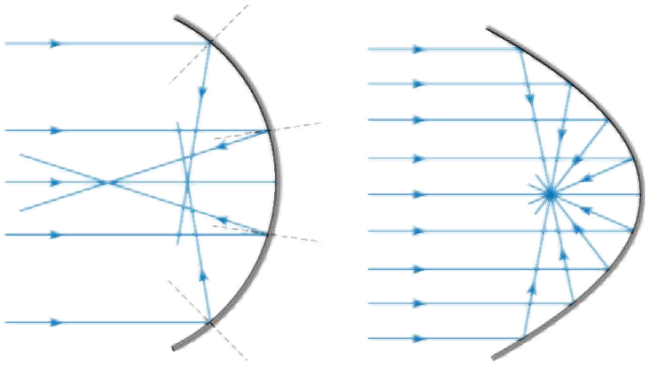
Monissa optisissa laitteissa on peräkkäin useita linssejä ja peilejä. Jokaista linssin tai peilin muodostamaa kuvaa voidaan tarkastella kuvaussäteiden ja kuvausyhtälön avulla erikseen. Edellisen linssin tai peilin kuva toimii seuraavan linssin tai peilin esineenä.

Jos ensimmäisen linssin tai peilin muodostama kuva muodostuu toisen linssin tai peilin taakse, tämä kuva on **vale-esine** seuraavalle linssille tai peilille (kuvan paikka $a$ on negatiivinen).

Peili- ja linssisysteemin viivasuurennos on yksittäisten peilien ja linssien viivasuurennosten tulo.




Linssi $L_1$ muodostaa esineestä $e_1$ kuvan $k_1$. Kuva $k_1$ on todellinen ja väärinpäin. Kuva $k_1$ on peilin $P_2$ esine $e_2$. Esineestä $e_2$ muodostetaan kuva $k_2$ peilin kuvaussäteiden avulla. Tässä tilanteessa peili kääntää kuvan oikeinpäin. Kuva $k_2$ on todellinen, pienennetty kuva.



Koverassa pallopeilissä säteet eivät kulje aivan tarkasti polttopisteen kautta. Parabolisissa peileissä yhdensuuntaiset säteet kohtaavat tarkasti yhdessä pisteessä.

## Parabolinen peili on sekä lähetin että vastaanotin

Kovera pallopeili ei tarkasti ottaen kokoa yhdensuuntaisia pääakselin suuntaisia säteitä yhteen pisteeseen. Koverassa pallopeilissä syntyy **pallopoikkeama** aivan samaan tapaan kuin kuperassa linssissä. Jos peilin halkaisija on pieni peilipinnan kaarevuussäteeseen verrattuna, virhe on pieni.

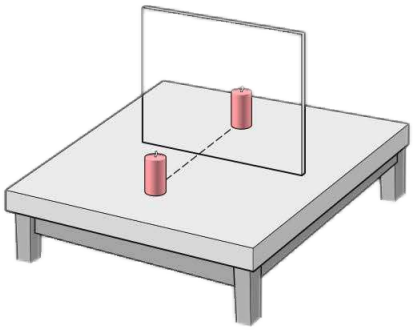
Parabolisissa peileissä yhdensuuntaiset säteet kohtaavat sen sijaan tarkasti yhdessä pisteessä. Vastaavasti parabolisen peilin polttopisteeseen asetetusta valonlähteestä saadaan tarkasti yhdensuuntainen valonsädekimppu.

Paraboliset peilit ovat tärkeitä tähtitieteessä. Sekä optisten että radioteleskooppien pääpeilit tehdään parabolisiksi, jotta kohteesta tuleva heikko säteily saataisiin mahdollisimman tarkasti talteen. Myös television lautasantennit ovat parabolisia peilejä.

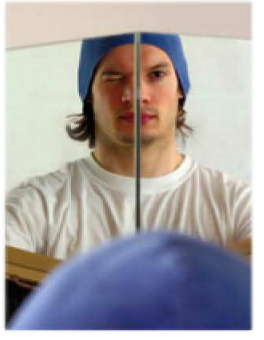
Valonheittimissä valonsäteistä saadaan yhdensuuntaisia paraboloidisilla peileillä ja kuperilla linsseillä.

## Esimerkki 1 — Kuvan muodostuminen tasopeilissä

**a) Kynttilät on asetettu hämärässä huoneessa yhtä kauas lasista sen eri puolille samaan linjaan. Mitä havaitaan, kun sytytetään edessä oleva kynttilä ja katsotaan lasin läpi?**

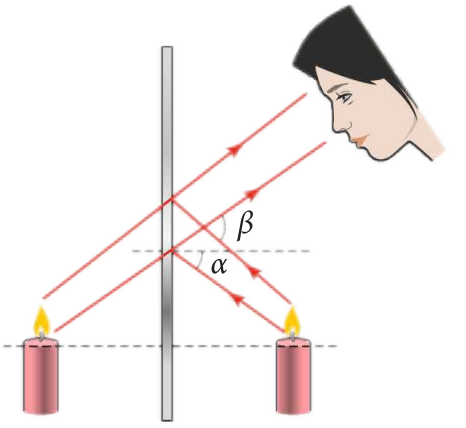


**b) Peilien välinen kulma on 90°. Kumpaa silmää opiskelija räpäyttää?**

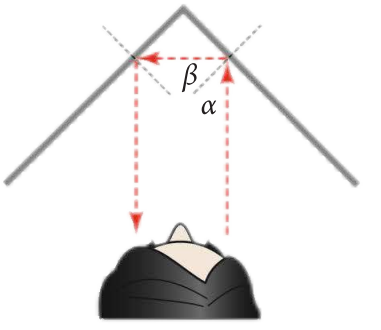


### Ratkaisu

**a)** Lasi toimii tasopeilinä. Kynttilän liekki heijastuu peilistä niin, että tulokulma ja heijastuskulma ovat yhtä suuret. Kun heijastuneille säteille piirretään jatkeet, takana oleva kynttilä ja liekin valekuva asettuvat päällekkäin. Takimmaisessa kynttilässä näyttää palavan liekki.




**b)** Oikeasta silmästä lähtevä valo heijastuu oikeanpuoleisesta peilistä heijastuslain lain mukaisesti, eli heijastuskulma $\beta$ on yhtä suuri kuin tulokulma $\alpha$. Valo heijastuu myös vasemmanpuoleisesta peilistä. Opiskelija räpäyttää oikeaa silmää.



## Esimerkki 2 — Kuvan muodostuminen koverassa peilissä

**Muurahainen on koveran pallopeilin edessä peilin pääakselilla 6,0 cm:n etäisyydellä pallopeilin keskipisteestä. Muurahainen on 2,0 mm korkea, ja pallopeilin kaarevuussäde on 4,0 cm.**

**a) Tutki kuvaussäteiden avulla, mihin muurahaisen kuva syntyy.**

**b) Ratkaise kuvan paikka kuvausyhtälön avulla.**

**c) Laske viivasuurennos.**

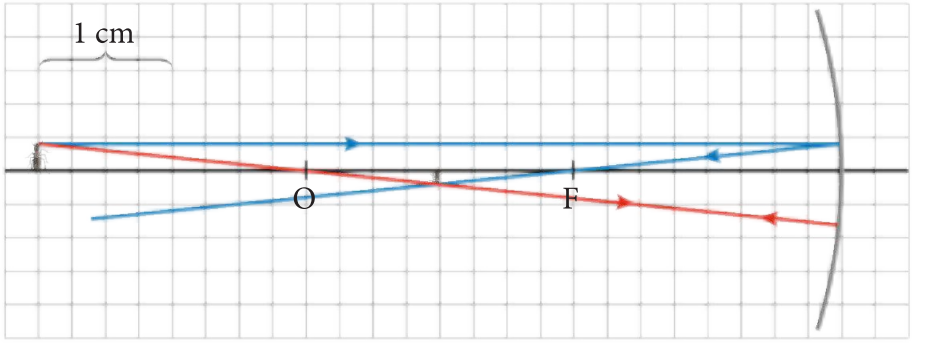
**d) Millainen kuvan laatu on?**

### Ratkaisu

kokoava peili, $r = 4{,}0$ cm, $a = 6{,}0$ cm, $e = 2{,}0$ mm

**a)** Kuvassa 1 ruutu vastaa 0,25 cm.

Pääakselilla olevat pisteet kuvautuvat aina pääakselille, joten muurahaisen alimman kohdan kuva on pääakselilla. Muurahaisen kuvan paikka saadaan selville etsimällä muurahaisen pään kuvan paikka. Etsitään se pääakselin suuntaisen säteen ja polttopisteen kautta kulkevan säteen avulla. Kuvapiste syntyy säteiden leikkauskohtaan.




**b)** $b = ?$

Esineen paikka on $a = 6{,}0$ cm ja koveran pallopeilin polttoväli

$$f = \frac{r}{2} = \frac{4{,}0\ \text{cm}}{2} = 2{,}0\ \text{cm}.$$

Kuvausyhtälöstä $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ saadaan

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{2{,}0\ \text{cm}} - \frac{1}{6{,}0\ \text{cm}} = 0{,}3333\,\frac{1}{\text{cm}},$$

josta kuvan paikka $b = 3{,}00\ \text{cm} \approx 3{,}0\ \text{cm}$.

**c)** $m = ?$

Kuvauksen viivasuurennos on $m = \left|\frac{b}{a}\right| = \frac{3{,}00\ \text{cm}}{6{,}0\ \text{cm}} = 0{,}50.$

**d)** Kuva on väärinpäin oleva, pienennetty, todellinen kuva.

### Vastaus

**b)** Kuvan paikka on 3,0 cm peilin edessä.

**c)** Viivasuurennos on 0,50.

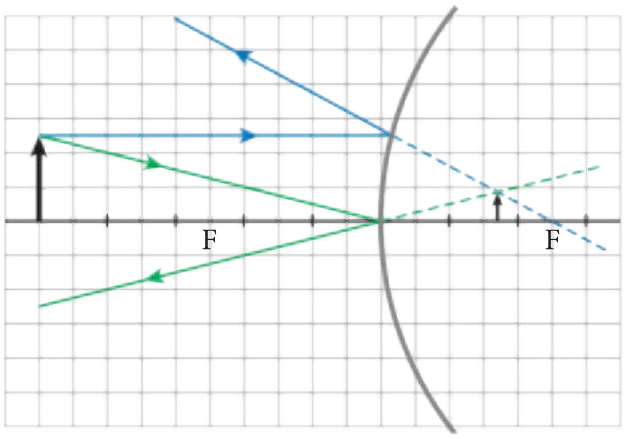
## Esimerkki 3 — Kuvan muodostuminen kuperassa peilissä

**Kynttilä, jonka korkeus on 5,0 cm, sijoitetaan 20,0 cm:n etäisyydelle kuperasta peilistä. Peilin kaarevuussäde on 20,0 cm. Selvitä a) piirtämällä, b) laskemalla, mihin kynttilän kuva muodostuu.**

**c) Laske viivasuurennos ja kuvan korkeus.**

**d) Selvitä kuvan laatu.**

a)




### Ratkaisu

hajottava peili, $r = 20{,}0$ cm, $a = 20{,}0$ cm, $e = 5{,}0$ cm

**a)** Kuvassa 1 ruutu vastaa 2,0 cm:ä. Piirroksesta nähdään, että kynttilän kuva muodostuu esineen paikkaan verrattuna kuperan peilin toiselle puolelle noin 7 cm:n etäisyydelle peilistä.

**b)** $b = ?$

Esineen paikka on $a = 20{,}0$ cm. Kuperan eli hajottavan peilin polttoväli on $f = -\frac{r}{2} = -\frac{20{,}0\text{ cm}}{2} = -10{,}0\text{ cm}$.

Kuvausyhtälöstä $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ saadaan

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{1}{-10{,}0\text{ cm}} - \frac{1}{20{,}0\text{ cm}} = -0{,}150\,\frac{1}{\text{cm}},$$

josta kuvan paikka $b = -6{,}667\text{ cm} \approx -6{,}7\text{ cm}$.

**c)** $m = ?$, $k = ?$

Kuvauksen viivasuurennos on

$$m = \frac{k}{e} = \left|\frac{b}{a}\right| = \left|\frac{-6{,}667\text{ cm}}{20{,}0\text{ cm}}\right| = 0{,}3334.$$

Kuvan korkeus on $k = me = 0{,}3334 \cdot 5{,}0\text{ cm} = 1{,}667\text{ cm} = 1{,}7\text{ cm}$.

**d)** Kuva on oikeinpäin oleva, pienennetty valekuva.

### Vastaus

**b)** Kuva on 6,7 cm:n päässä peilistä, sen takana.

**c)** Viivasuurennos on 0,333. Kuvan korkeus on 1,7 cm.

## Esimerkki 4 — Peilin muodostaman kuvan analysointi

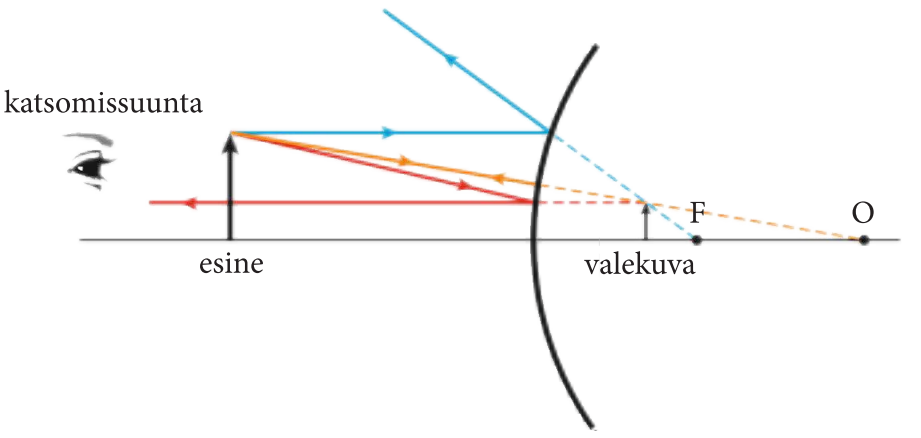
**a) Selvitä, millainen esine muodostaa oheisen kuvan.**

**b) Piirrä kuvaussäteet kuvan muodostumisesta.**

### Ratkaisu

**a)** Kuvan muodostaa heijastava pinta, ts. esine on peili.
Peilissä näkyvä kuva on oikeinpäin, ja kuva on laajalta alueelta. Kuperan peilin muodostama kuva on aina pienennetty, oikeinpäin oleva valekuva. Peili ei voi olla kovera, koska kovera peili muodostaa todellisen, ylösalaisin olevan kuvan tai suurennetun valekuvan.

**b)** Kuvan muodostuminen kuperassa peilissä:

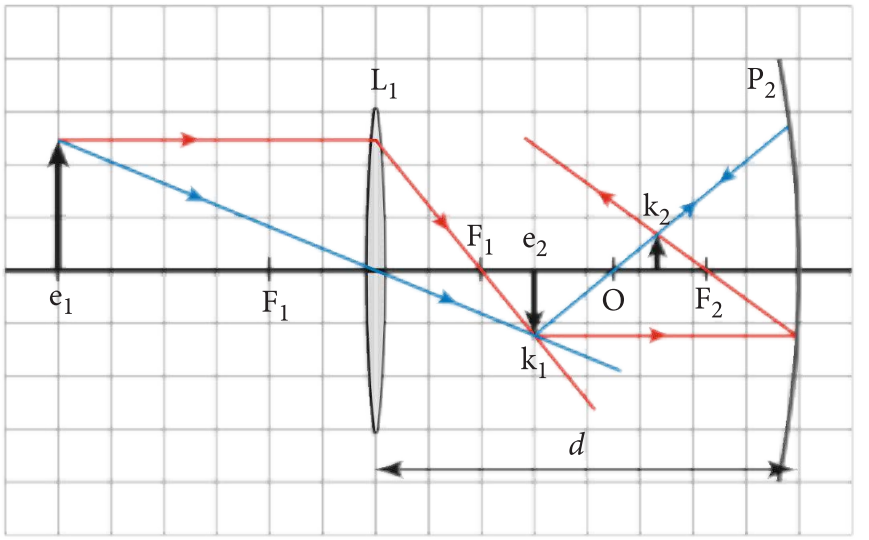


**Kynttilä on 6,0 cm:n etäisyydellä kuperasta linssistä, jonka polttoväli on 2,0 cm. Kuperan linssin taakse 8,0 cm:n päähän asetetaan kovera peili, jonka polttoväli on 1,75 cm. Selvitä a) piirtämällä, b) laskemalla, mihin kynttilän kuva muodostuu.**
**c) Laske viivasuurennos.**
**d) Selvitä kuvan laatu.**

## Ratkaisu

$a_1 = 6{,}0\ \text{cm}, \quad f_1 = 2{,}0\ \text{cm}, \quad d = 8{,}0\ \text{cm}, \quad f_2 = 1{,}75\ \text{cm}$

**a)**




**b)** $b_2 = ?$ Linssi 1 on kupera. Ratkaistaan kuvausyhtälöstä $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1}$ kuvan paikka:

$$\frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{2{,}0\ \text{cm}} - \frac{1}{6{,}0\ \text{cm}} = 0{,}3333\,\frac{1}{\text{cm}},$$

josta $b = 3{,}000\ \text{cm} \approx 3{,}0\ \text{cm}$.

Peili 2 on kovera. Linssin 1 muodostama kuva on peilille esine 2. Koska linssin ja peilin välimatka on 8,0 cm, esineen 2 paikka on $a_2 = 8{,}0\ \text{cm} - 3{,}0\ \text{cm} = 5{,}0\ \text{cm}$.

Ratkaistaan kuvausyhtälöstä $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}$ kuvan paikka:

$$\frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{a_2} = \frac{1}{1{,}75\ \text{cm}} - \frac{1}{5{,}0\ \text{cm}} = 0{,}3714\,\frac{1}{\text{cm}},$$

josta $b_2 = 2{,}6923\ \text{cm} \approx 2{,}7\ \text{cm}$.

**c)** $m = ?$ Kuvauksen viivasuurennos on

$$m = m_1 m_2 = \left|\frac{b_1}{a_1}\right| \cdot \left|\frac{b_2}{a_2}\right| = \left|\frac{3{,}0\ \text{cm}}{6{,}0\ \text{cm}}\right| \cdot \left|\frac{2{,}6923\ \text{cm}}{5{,}0\ \text{cm}}\right| = 0{,}2692 \approx 0{,}27.$$

**d)** Kuva on pienennetty, oikeinpäin oleva, todellinen kuva.

## Vastaus

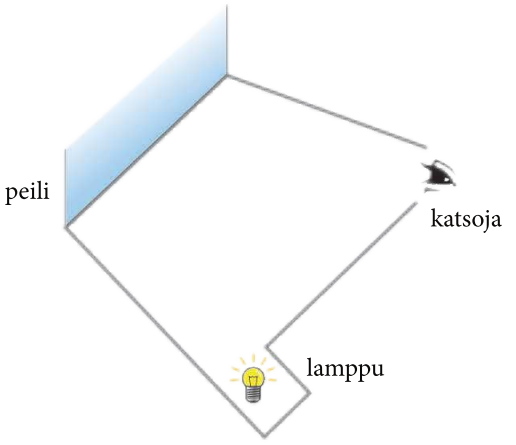
**b)** Kuva on 2,7 cm päässä peilistä, sen edessä.
**c)** Kuvauksen viivasuurennos on 0,27.

**Tiivistelmä**

- Kovera peili on kokoava peili. Sen polttoväli on positiivinen.
- Kupera peili on hajottava peili. Sen polttoväli on negatiivinen.
- Koveran peilin muodostama kuva on todellinen, ylösalaisin oleva kuva tai suurennettu valekuva.
- Kuperan peilin muodostama kuva on aina pienennetty, oikeinpäin oleva valekuva.
- Peilien kuvausyhtälö on $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$.
- Kuvauksen viivasuurennos on $m=\frac{k}{e}=\left|\frac{b}{a}\right|$.
- Peili- ja linssisysteemin viivasuurennos on yksittäisten peilien ja linssien viivasuurennosten tulo.

## Perustehtävät

**130.** Kuvan esittämän laatikon yhdellä seinällä on peili ja toiset seinät ovat mattamustia. Pienessä syvennyksessä on lamppu kuvan mukaisesti. Piirrä ne lampusta lähtevät valonsäteet, joiden avulla voit määrittää lampun kuvan paikan. Mistä voit laatikkoon katsomalla tietää, näetkö todellisen lampun vai lampun kuvan? Esim. 1




**131.** **a)** Mikä peileistä A, B tai C on kovera, mikä kupera ja mikä tasopeili?

A

B

C

**b)** Miten valo käyttäytyy kuperassa peilissä, ja millaisen kuvan peili muodostaa?

**c)** Miten valo käyttäytyy koverassa peilissä, ja millaisen kuvan peili muodostaa?
Esim. 1, 2 ja 4

**132.** Ihmisen silmät ovat noin 10 cm päälaen alapuolella. Jos henkilön pituus on 164 cm, niin kuinka korkea täytyy seinällä olevan peilin vähintään olla, jotta henkilö näkisi itsensä siitä kokonaan? Mille korkeudelle peili on asetettava? Esim. 1

**133.** Pallopeili muodostaa etäisyydellä 0,20 m olevasta esineestä todellisen kuvan 0,80 m:n etäisyydelle peilistä.

**a)** Mikä on peilin polttoväli?

**b)** Mikä on kuvan korkeus, kun esineen korkeus on 2,0 cm?

**c)** Piirrä kuvio. Esim. 2

**134.** Kuperan peilin kaarevuussäde on 6,0 cm. Esine asetetaan 5,0 cm:n päähän peilistä.

**a)** Ratkaise kuvan paikka piirtämällä.

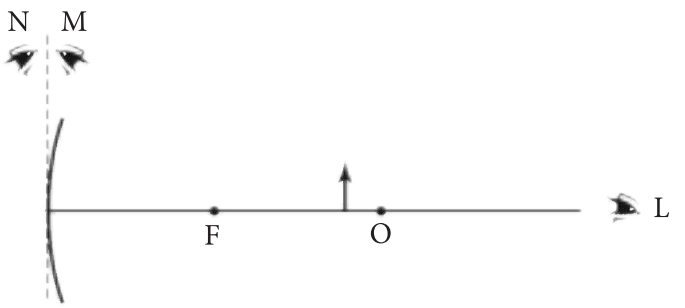
**b)** Laske kuvan paikka kuvausyhtälöllä.

**c)** Kuinka suuri on viivasuurennos?

**d)** Mikä on kuvan laatu? Esim. 3

**135.** Pieni esine on kuperan peilin pääakselilla 46 cm:n etäisyydellä peilistä, jonka kaarevuussäde on 60 cm. Määritä sekä laskemalla että piirtämällä kuvan sijainti ja laatu. (Yo kevät 2006, teht. 3)

**136.** Esine on sijoitettu kuvan mukaisesti koveran peilin eteen. Määritä kuvan paikka piirtämällä ja vastaa kysymyksiin.




**a)** Onko kuva suurempi, pienempi vai yhtä suuri kuin esine?
**b)** Onko kuva oikein vai väärin päin?
**c)** Onko kuva todellinen vai valekuva?
**d)** Voidaanko kuva nähdä: pisteestä L, pisteestä M, pisteestä N?
**e)** Voiko valo kulkea kuvan läpi? Esim. 3 ja 4
**e)** Saadaanko kuva näkyviin varjostimelle? Esim. 2 ja 4

## Soveltavat tehtävät

**137.** **a)** Mitä tarkoitetaan valekuvalla optisessa kuvauksessa?
**b)** Millä ehdoilla ohut kupera linssi ja kupera pallopeili yksinään muodostavat valekuvan pääakselilla olevasta esineestä? Esitä edellä mainitut kuvaukset piirtämällä.
(Yo kevät 1991, teht. 3)

**138.** Pallopeili muodostaa 0,20 m:n etäisyydellä olevasta esineestä todellisen kuvan, jonka etäisyys peilistä on 0,60 m.
**a)** Onko peili kupera vai kovera?
**b)** Laske peilin kaarevuussäde.
**c)** Esitä kuvan muodostuminen piirtämällä, ja perustele käyttämiesi säteiden kulku.
(Yo kevät 1984, teht. 2)

**139.** Hämähäkki, jonka korkeus on $h$, seisoo pallopeilin edessä. Peilin polttovälin itseisarvo $|f| = 40$ cm. Hämähäkistä muodostuva kuva muodostuu samoin päin kuin hämähäkki on, ja sen korkeus on $h' = 0{,}20h$.
**a)** Onko kuva todellinen vai valekuva?
**b)** Kummalla puolella peiliä kuva on?
**c)** Onko peili kupera vai kovera?

**140.** Pallopeili, jonka polttoväli on $f = -8{,}0$ cm, muodostaa esineestä kuvan 4,0 cm peilin taakse.
**a)** Missä esine on?
**b)** Onko kuva todellinen vai valekuva?
**c)** Kuinka korkea kuva on esineeseen verrattuna?

**141.** Taskupeili muodostaa katsojan kasvoista 1,5-kertaisesti suurennetun ja oikein päin olevan valekuvan, kun peiliä pidetään kasvoista 25 cm:n päässä. Mikä on peilin kaarevuussäde?

**142.** Kovera pallopeili muodostaa 9,0 cm:n päässä olevasta esineestä valekuvan 10,0 cm:n päähän peilistä. Esine siirretään 18 cm:n päähän. Määritä uuden kuvan viivasuurennos, paikka ja laatu.

**143.** Mitä tapahtuu peilin synnyttämälle kuvalle, kun esinettä siirretään kaukaisuudesta kohti peiliä, joka on
**a)** kupera
**b)** kovera?

**144.** Linssien polttovälejä tutkittiin optisessa penkissä. Eräässä mittauksessa kupera linssi muodosti 65 cm:n päässä olevasta valaisevasta esineestä todellisen kuvan 25 cm:n päähän linssistä. Kun linssin ja kuvan väliin, etäisyydelle 12 cm linssistä, asetettiin kovera linssi, kuva siirtyi 24 cm kauemmaksi. Määritä kummankin linssin polttoväli.
(Yo syksy 2000, teht. 5)
Vihje: Kahden linssin systeemissä ensimmäisen linssin muodostama kuva toimii toisen linssin esineenä. Jos tämä kuva on toisen linssin takana, se on toiselle linssille vale-esine.

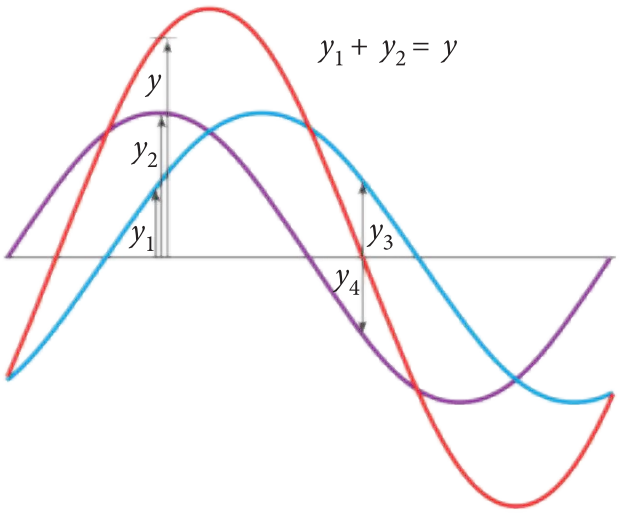
**145.** Esine, jonka korkeus on 3,0 cm, sijaitsee 30,0 cm vasemmalle koverasta linssistä, jonka polttoväli on $f = -20{,}0$ cm. Kupera linssi, jonka polttoväli on $f = +10{,}0$ cm, sijaitsee 10,0 cm edellisestä linssistä oikealle.
**a)** Missä sijaitsee tämän linssisysteemin muodostama kuva? Laske ja tarkista piirtämällä.
**b)** Mikä on kuvan korkeus?
**c)** Onko kuva todellinen vai valekuva?

# 10 Aaltoliikkeiden yhteisvaikutus

Järven pinnalla havaitaan monenkorkuisia aaltoja. Osa aalloista syntyy usean aallon yhteisvaikutuksesta. Aallot joko vahvistavat tai heikentävät toisiaan.

**Interferenssi**
Kun aallot kohtaavat, havaitaan niiden yhteisvaikutus. Aaltojen yhteisvaikutusta sanotaan interferenssiksi.

**Superpositioperiaate**
Kun aaltoja etenee samassa väliaineessa, aaltojen yhteisvaikutus missä tahansa pisteessä on yksittäisten aaltojen summa.




Jos poikkeamat ovat $y_1 = 6$ mm ja $y_2 = 11$ mm, niin $y = y_1 + y_2 = 6$ mm + 11 mm = 17 mm.
Jos poikkeamat ovat $y_3 = 6$ mm ja $y_4 = -6$ mm, niin $y = y_3 + y_4 = 6$ mm + (–6 mm) = 0 mm.

## Interferenssi on aaltojen yhteisvaikutusta

Kun veneet ohittavat toisensa tyynellä järvellä, syntyy kauniita aaltokuvioita. Yhtäällä aallot näyttävät kumoavan toisensa, toisaalla ne vahvistavat toisiaan. Kohtaan, jossa aallon harjat kohtaavat, syntyy korkea aalto. Aallon harja ja aallon pohja heikentävät toisiaan. Kohtaamisen jälkeen aaltojen muoto on sama kuin ennen kohtaamista. Aaltojen muoto ei muutu kohtaamisessa. Kun aallot kohtaavat, havaitaan niiden yhteisvaikutus. Aaltojen yhteisvaikutusta sanotaan **interferenssiksi**.

Tarkkojen havaintojen ja ennusteiden tekemiseen interferenssistä tarvitaan aaltoliikkeiden yhdistämistä kuvaavia menetelmiä. Tarkastellaan seuraavaksi superpositioperiaatetta, Huygensin periaatetta sekä aaltojen vaihetta ja vaihe-eroa.

## Summa-aalto saadaan superpositioperiaatteella

Aaltoliikkeiden yhdistämisen tarkastelussa käytetään **superpositioperiaatetta**. Kun kaksi tai useampia aaltoja etenee samassa väliaineessa, aaltojen yhteisvaikutus missä tahansa pisteessä on yksittäisten aaltojen summa. Summa-aalto saadaan laskemalla yhteen poikkeamat yksittäisissä aalloissa niiden suunnat huomioiden.

Superpositioperiaatetta voidaan käyttää sekä mekaanisilla että sähkömagneettisilla aalloilla.

Jos aallon amplitudi on niin suuri, että se muuttaa väliaineen rakennetta, superpositioperiaatetta ei voida käyttää.

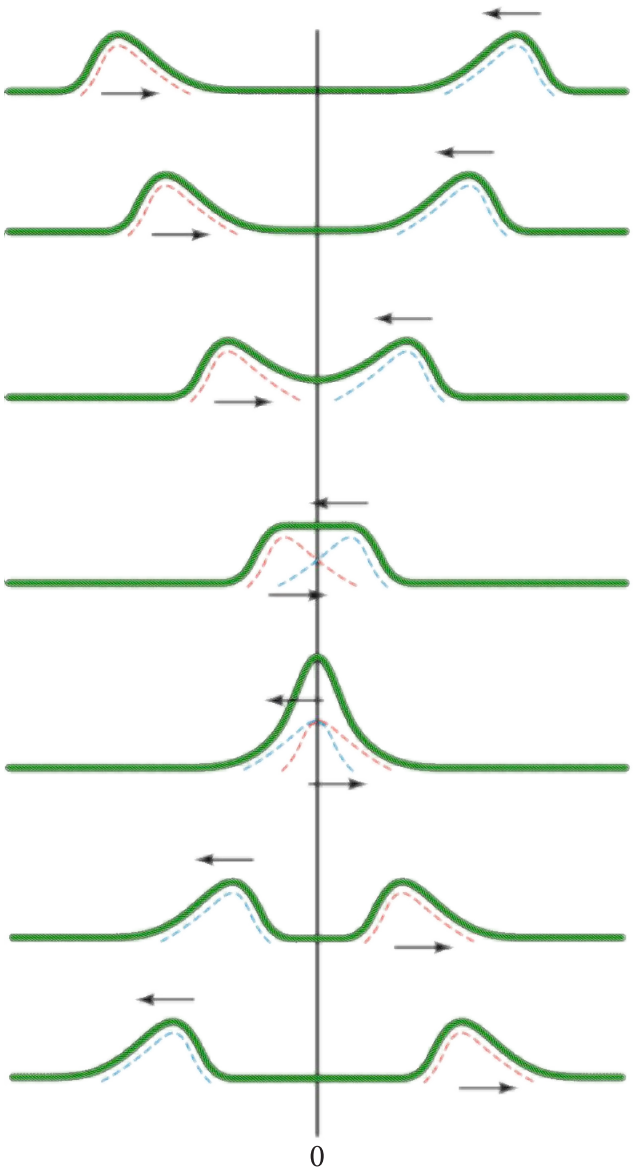
## Superpositioperiaate jousen pulssien yhdistymisessä

Yksi superpositioperiaatteen seuraus on, että aallon muoto säilyy, kun se kohtaa toisen aallon.

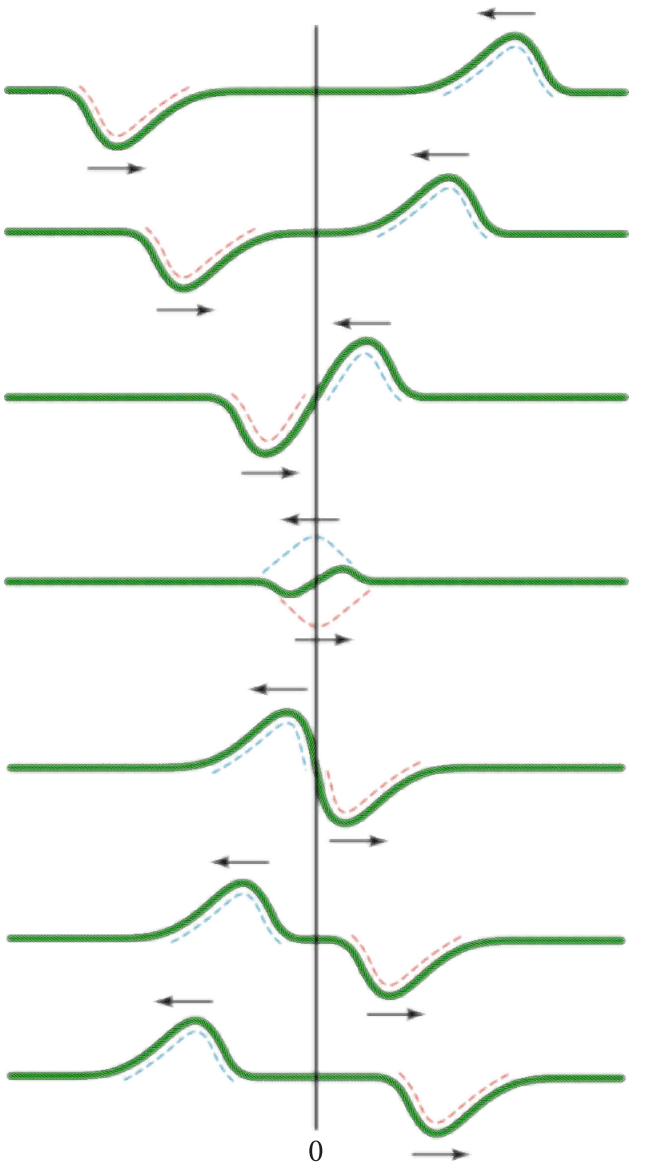
Kuvassa 1 oikealta ja vasemmalta tulevat pulssit vahvistavat toisiaan kohdatessaan. Interferenssi on vahvistava eli konstruktiivinen. Summa-amplitudi on suurempi kuin yksittäisten pulssien amplitudi. Pulssit ovat ohituksen jälkeen alkuperäisen muotoiset.

Kuvassa 2 oikealta ja vasemmalta tulevat pulssit heikentävät toisiaan, kun ne kulkevat toistensa ohi. Interferenssi on silloin heikentävä eli destruktiivinen.

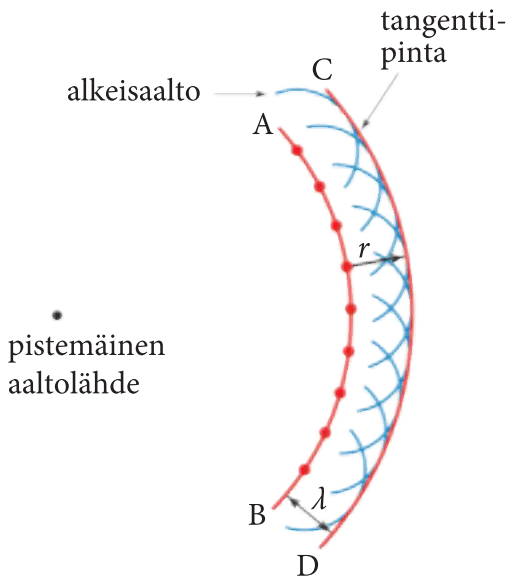
Kuvien paksu köysi on siis se, mitä havaitaan todellisuudessa. Kuviin on piirretty katkoviivoilla ”osapulssit”.




Vahvistava eli
konstruktiivinen interferenssi




Heikentävä eli
destruktiivinen interferenssi




**Huygensin periaate**
Jokainen aaltorintaman piste on uuden alkeisaallon lähde, josta aallot leviävät joka suuntaan aallon etenemisnopeudella.

**Matkaero ja vaihe-ero**
Matkaero kertoo aallon kahden kohdan etäisyyden. Kun matkaerosta vähennetään täydet aallonpituudet, saadaan vaihe-ero.

## Huygensin periaate mallintaa aaltorintaman etenemistä

Tarkastellaan seuraavaksi aaltoliikkeen etenemistä. Aaltoliikkeen ominaisuuksia voidaan tutkia vesiaaltojen avulla. Pistemäinen aaltolähde lähettää ympyräaaltoja. Aallot etenevät aallon harjojen ja pohjien muodostamina ympyrärintamina ja vaimentuvat vähitellen.

Aaltoliikkeen etenemistä mallinnetaan hollantilaisen fyysikon Christiaan Huygensin (1629–1695) esittämän periaatteen avulla: jokainen aaltorintaman piste on uuden alkeisaallon lähde, josta aallot leviävät joka suuntaan aallon etenemisnopeudella. Kuvassa aaltorintaman AB jokainen piste on uuden alkeisaallon lähde. Kuvaan on piirretty näkyviin ainoastaan osa alkeisaalloista ja aaltolähteistä.

Uusi aaltorintama syntyy, kun alkeisaallot interferoivat, ja se saadaan teknisesti piirtämällä alkeisaalloille tangenttipinta CD. Tangenttipinta CD muodostaa uuden aaltorintaman, joka on taas uusien alkeisaaltojen lähde.

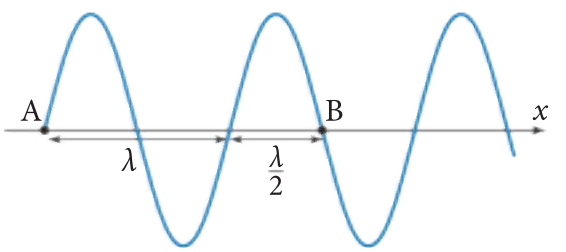
Aalto voi olla mekaaninen tai sähkömagneettinen aalto, esimerkiksi valoaalto.

## Aallon vaihe ja aallon kahden kohdan vaihe-ero

Aallon **vaihe** ilmoittaa, missä kohdassa värähdystä aallon kukin kohta on. Aina aallonpituuden $\lambda$ välein aalto on samassa vaiheessa. Matkaero ja vaihe-ero ilmoitetaan aallonpituuksina. Ne voidaan määrittää sekä yksittäiselle aallolle että kahdelle eri aallolle.

**Matkaero** $\Delta D$ kertoo aallon kahden kohdan etäisyyden. Esimerkiksi alla olevan kuvan pisteiden $A$ ja $B$ matkaero on $\Delta D = \frac{3}{2}\lambda$. Kun matkaerosta vähennetään täydet aallonpituudet, saadaan **vaihe-ero**. Vaihe-ero on siis aina suurempi tai yhtä suuri kuin nolla ja pienempi kuin $\lambda$, kun tarkastellaan yhtä aaltoa.

Vaihe-ero voidaan ilmaista myös jaksonajan $T$ avulla. Täyden aallon alku- ja loppukohdan vaihe-ero on yksi jaksonaika $T$, ja esimerkiksi kuvassa pisteiden A ja B vaihe-ero on $\frac{1}{2}T$.

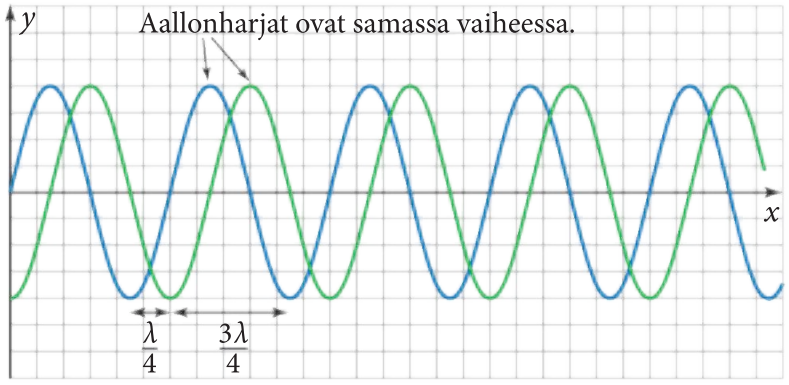



Kuvassa pisteiden $A$ ja $B$ matkaero on $\frac{3}{2}\lambda = \lambda + \frac{1}{2}\lambda$, joten vaihe-ero on $\frac{1}{2}\lambda$. Kyseiset aallon kohdat ovat vastakkaisessa vaiheessa.

## Kahden aallon vaihe-ero

Kahden aallon vaihe-ero on aaltojen samassa vaiheessa olevien pisteiden matkaero. Yleensä vaihe-ero ilmoitetaan niin, että se on suurempi tai yhtä suuri kuin nolla ja pienempi tai yhtä suuri kuin $\lambda/2$.

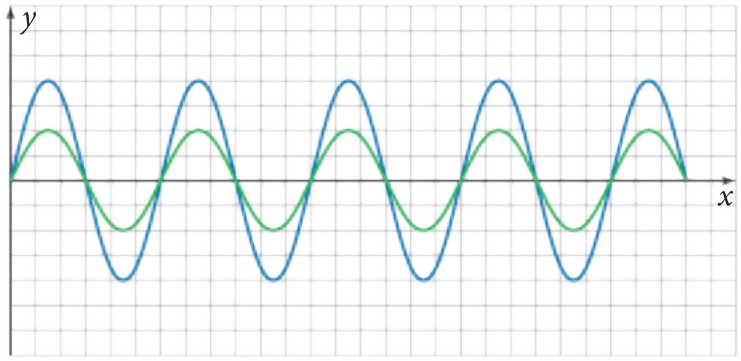
**Kuva 1**



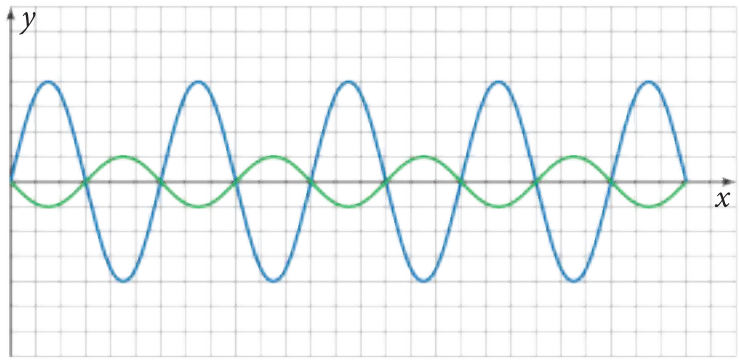

Aallonpituus on 6 ruutua, ja aaltojen matkaero on $1\frac{1}{2}$ ruutua.

**Kahden aallon vaihe-ero**
Kahden aallon vaihe-ero on aaltojen samassa vaiheessa olevien pisteiden matkaero.

Kuvasta 1 nähdään, että aaltojen samassa vaiheessa olevien pisteiden matkaero on $\frac{\lambda}{4}$ eli vaihe-ero on $\frac{\lambda}{4}$. Kahden aallon välinen vaihe-ero on käyttökelpoinen silloin, kun aaltojen aallonpituus on sama. Aaltojen aallonpituuksien ollessa eri suuria vaihe-ero ja matkaero muuttuvat koko ajan.

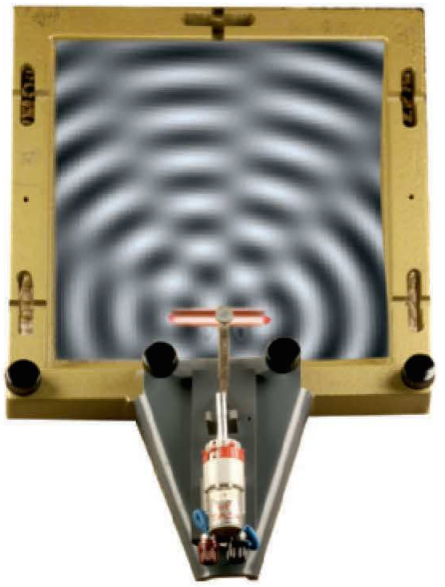



Aallot ovat samassa vaiheessa, eli niiden vaihe-ero on 0. Tämä havaitaan siitä, että esimerkiksi aaltojen harjat ovat samassa kohdassa.

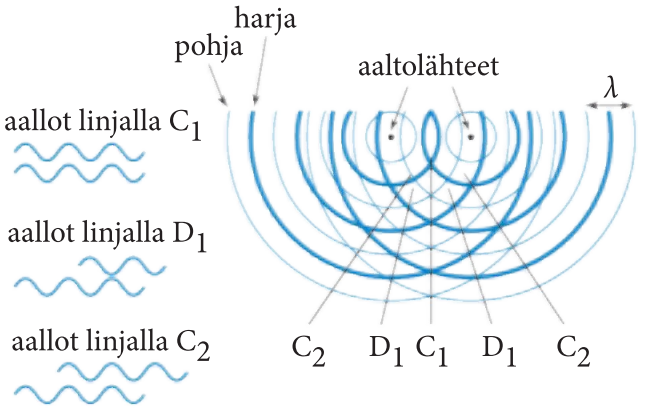



Aaltojen vaihe-ero on $\lambda/2$, eli aallot ovat vastakkaisessa vaiheessa.

Veteen heitetyn kiven synnyttämässä aaltokuviossa kaikki aallon harjat ovat samassa vaiheessa.



Vesiaallot vahvistavat toisiaan tietyissä kohdin ja heikentävät toisiaan toisissa kohdin.



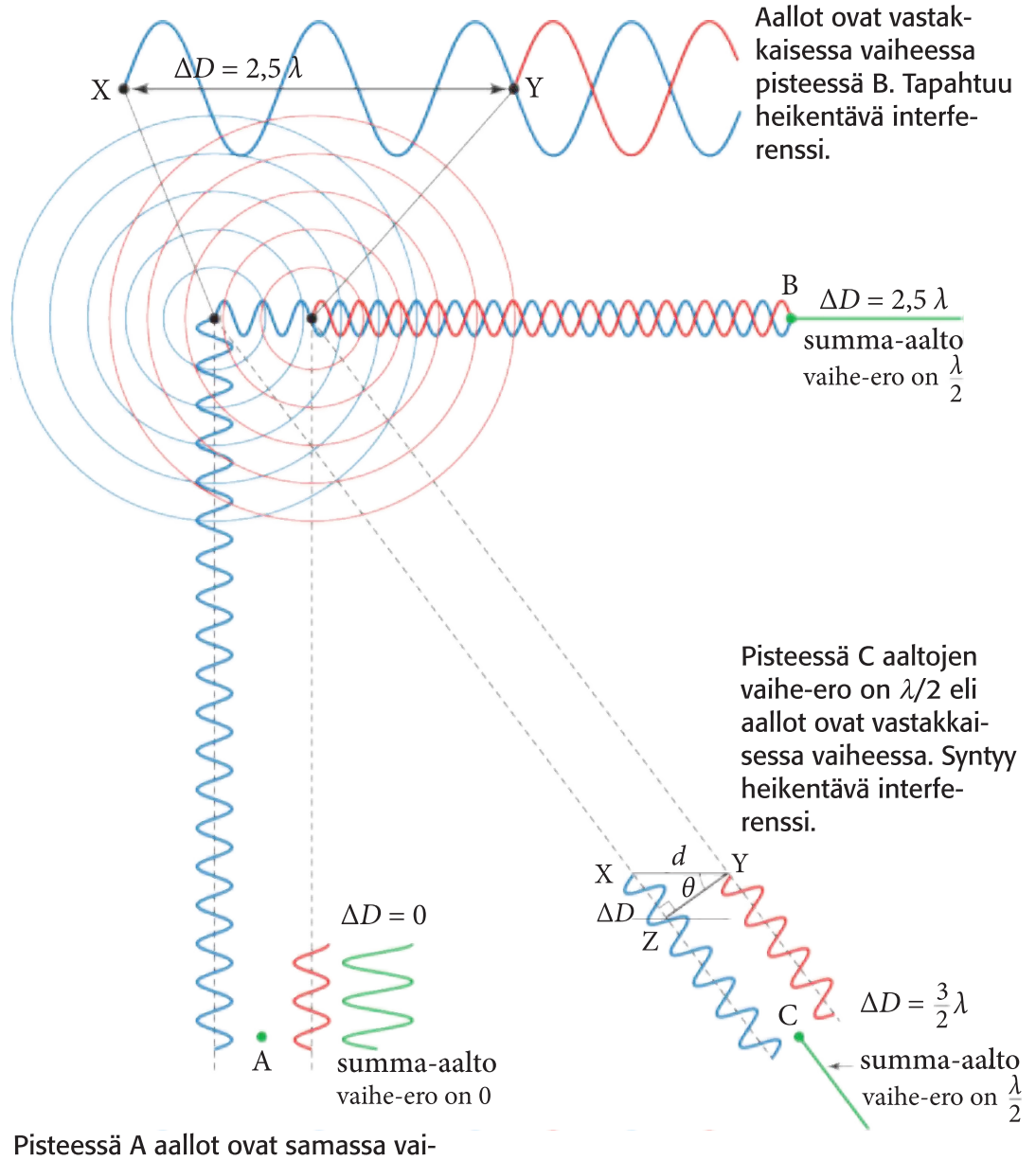

**Interferenssiehdot**
Tietyssä pisteessä syntyy **vahvistava interferenssi,** kun aaltojen matkaero $\Delta D = k\lambda$, jossa $k = 1,2,...$,
ja **heikentävä interferenssi**, kun $\Delta D = (k + \frac{1}{2})\lambda$, jossa $k = 1,2,...$

## Aaltojen vaihe-ero ratkaisee interferenssin laadun

Tarkastellaan aaltojen vaihe-eron vaikutusta interferenssiin. Kaksi aaltolähdettä värähtelee aaltoammeessa samalla taajuudella. Veden pinnalla havaitaan sellaisia kohtia, joissa aallot vahvistavat toisiaan, ja toisissa kohdissa aallot heikentävät toisiaan. Havaitaan minimien eli heikentävien kohtien ja maksimien eli vahvistavien kohtien muodostamia linjoja.

Viereisessä piirroksessa aallonharjoja merkitään paksulla ja aallonpohjia ohuella viivalla. **C:llä** merkityillä suorilla aallonharjat ja aallonpohjat osuvat kohdakkain, jolloin aallot vahvistavat toisiaan. Vesi nousee ja laskee näissä kohdissa suurella amplitudilla. **D:llä** merkityillä suorilla taas toisen aallon aallonharja ja toisen aallon aallonpohja osuvat kohdakkain, jolloin aallot kumoavat toisensa. Vesi on näillä suorilla paikoillaan.

Interferenssikuvio riippuu muun muassa aallonpituudesta ja värähtelijöiden välimatkasta.

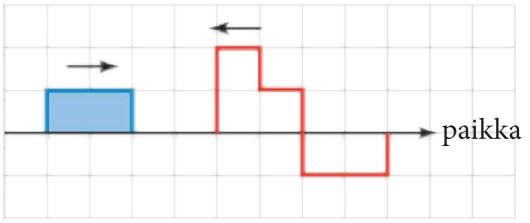



Vahvistavan ja heikentävän interferenssin muodostuminen.

## Esimerkki 1

**Kahden pulssin interferenssi, superpositioperiaate**

**Kaksi pulssia liikkuu toisiaan kohti yhden ruudun sekunnissa.**



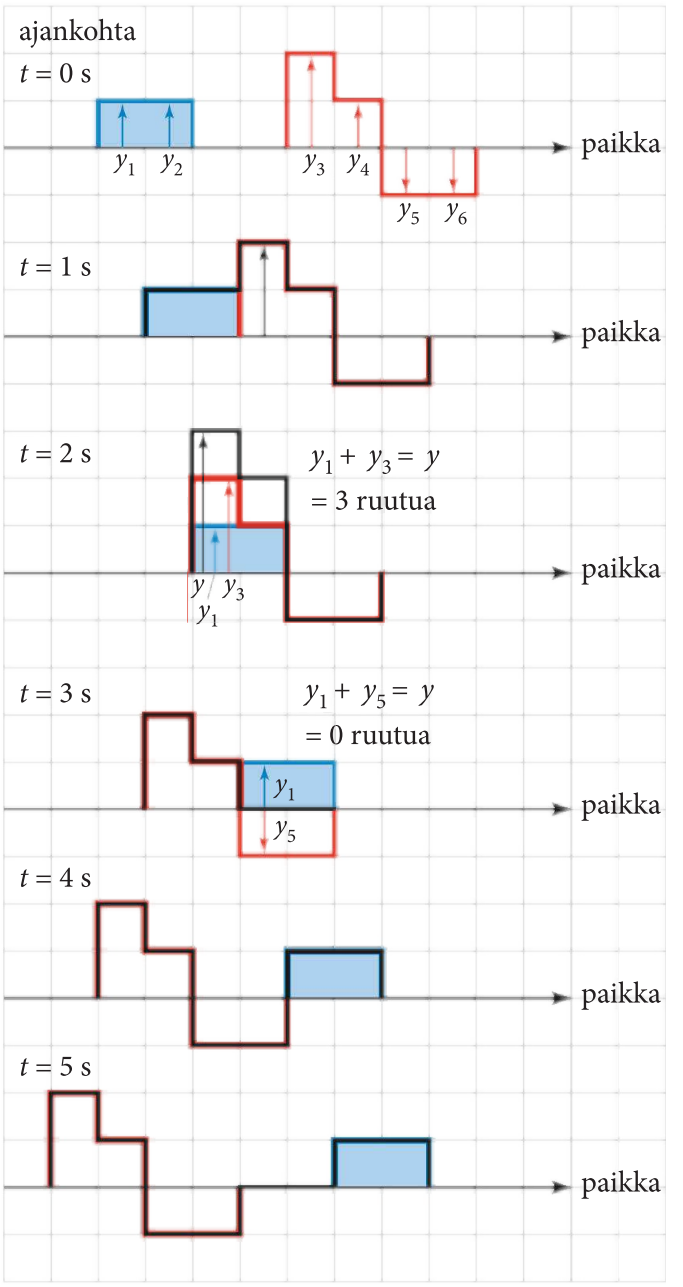

**Piirrä syntyvä interferenssikuvio sekunnin välein aikavälillä 0 s … 5 s.**

### Huomaa!

Pulssit eivät muuta muotoaan vaan jatkavat samanlaisina ohituksen jälkeen.

### Ratkaisu

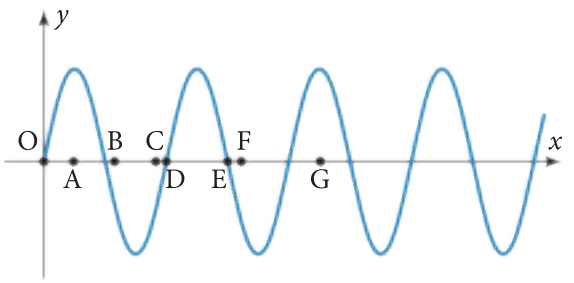
Molemmat pulssit siirtyvät sekunnissa yhden ruudun. Interferenssikuvio saadaan selville laskemalla kussakin pisteessä yhteen yksittäisten pulssien amplitudit ottamalla niiden suunnat huomioon: $y = y_1 + y_2$.




## Esimerkki 2

**Yksittäisen aallon vaiheiden matkaero ja vaihe-ero**

**Tutkitaan seuraavaa kuvaajaa.**




**a) Missä pisteissä aallon vaihe on sama?**
**b) Mikä matkaero ja vaihe-ero on**
**1) pisteiden O ja A välillä**
**2) pisteiden O ja E välillä**
**3) pisteiden D ja G välillä?**

### Ratkaisu

**a)** Samassa vaiheessa ovat pisteet $O$ ja $D$, $A$ ja $G$ sekä $B$ ja $F$.

**b)** 1) Pisteiden $O$ ja $A$ välinen matkaero on $\frac{1}{4}\lambda$.
Myös vaihe-ero on $\frac{1}{4}\lambda$.

2) Pisteiden $O$ ja $E$ välinen matkaero on $\Delta D = \frac{3}{2}\lambda = \lambda + \frac{1}{2}\lambda$ ja vaihe-ero $\frac{1}{2}\lambda$.

3) Pisteiden $D$ ja $G$ välinen matkaero on $\Delta D = \frac{5}{4}\lambda = \lambda + \frac{1}{4}\lambda$ ja vaihe-ero $\frac{1}{4}\lambda$.

### Vastaus

**b)** 1) Matkaero on $\frac{1}{4}\lambda$ ja vaihe-ero $\frac{1}{4}\lambda$.

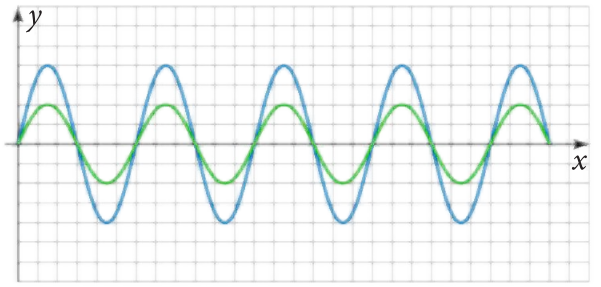
2) Matkaero on $\frac{3}{2}\lambda$ ja vaihe-ero on $\frac{1}{2}\lambda$.

3) Matkaero on $\frac{5}{4}\lambda$ ja vaihe-ero on $\frac{1}{4}\lambda$.

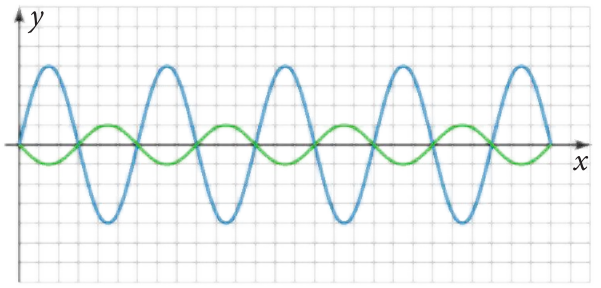
## Esimerkki 3 — Kahden aallon vaihe-ero

**Määritä aaltojen vaihe-ero ja summa-aalto.**

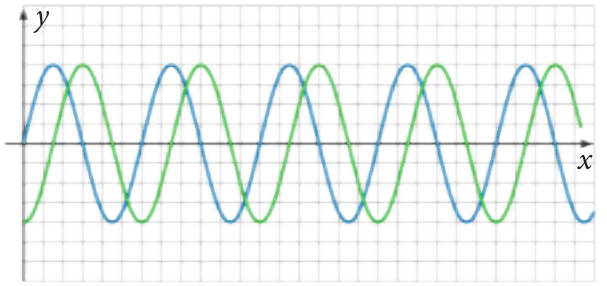
**a)**




**b)**



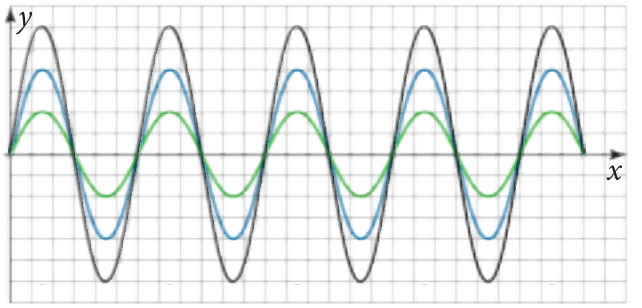

**c)**




### Ratkaisu

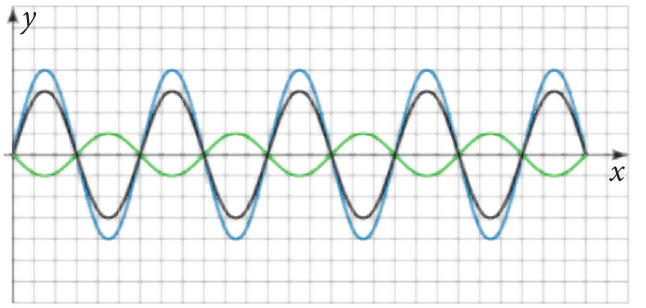
**a)** Aallot ovat samassa vaiheessa, eli niiden vaihe-ero on 0. Tämä havaitaan siitä, että esimerkiksi aaltojen harjat ovat samassa kohdassa.

Summa-aalto: Aaltojen summa saadaan superposition avulla. Aallot ovat samassa vaiheessa ja näin ollen vahvistavat toisiaan.



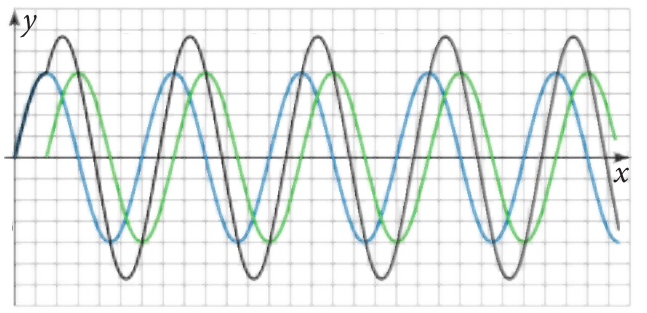

**b)** Aaltojen vaihe-ero on $\frac{\lambda}{2}$.

Summa-aalto: Aaltojen summa saadaan superpositioperiaatteen avulla. Aallot vahvistavat osin toisiaan.




**c)** Kuvasta nähdään, että aaltojen samassa vaiheessa olevien pisteiden matkaero on $\frac{\lambda}{4}$, eli vaihe-ero on $\frac{\lambda}{4}$.

Summa-aalto: Aaltojen summa saadaan superposition avulla. Aallot vahvistavat osin toisiaan.




### Vastaus

**a)** Vaihe-ero on 0. **b)** Vaihe-ero on $\frac{\lambda}{2}$. **c)** Vaihe-ero on $\frac{\lambda}{4}$.

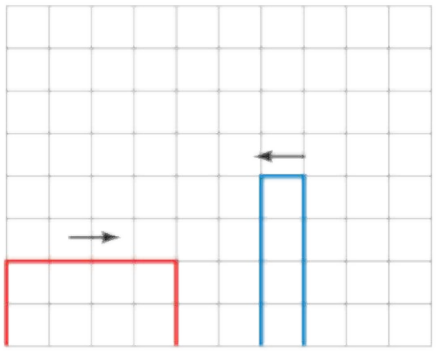
**Tiivistelmä**

- Interferenssi on aaltojen yhteisvaikutusta.
- Summa-aalto saadaan superpositioperiaatteella.
- Huygensin periaatteen mukaan aaltorintaman jokainen piste on uuden alkeisaallon lähde.
- Matkaero kertoo aallon kahden kohdan etäisyyden. Kun matkaerosta vähennetään täydet aallonpituudet, saadaan vaihe-ero.
- Interferenssi on vahvistava eli konstruktiivinen, kun summa-amplitudi on suurempi kuin yksittäisten pulssien amplitudi. Aaltojen matkaero on $\Delta D = k\lambda$, jossa $k = 1,2,...$
- Interferenssi heikentävä eli destruktiivinen, kun summa-amplitudi on pienempi kuin yksittäisten pulssien amplitudi. Aaltojen matkaero on $\Delta D = (k + \frac{1}{2})\lambda$, jossa $k = 1,2,...$

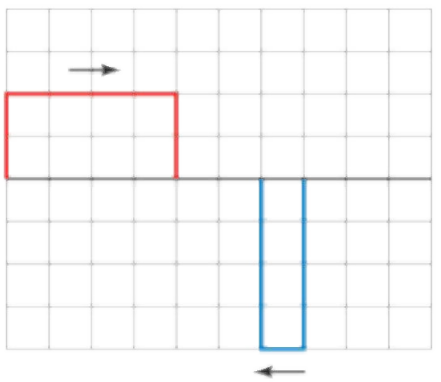
## Perustehtävät

**146.** Selosta lyhyesti, mitä tarkoittaa
**a)** superpositioperiaate
**b)** aaltojen vaihe-ero
**c)** aaltojen interferenssi.

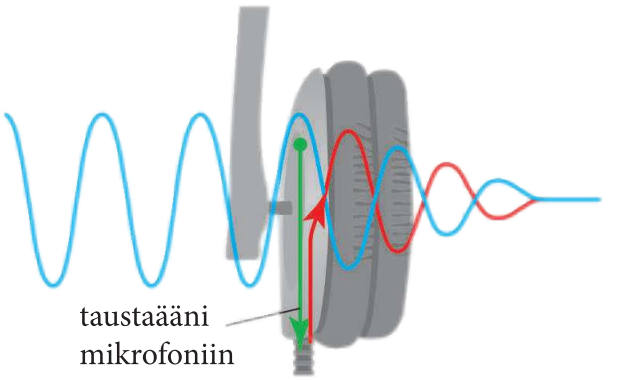
**147.** Kaksi pulssia liikkuu toisiaan kohti. Piirrä syntyvä interferenssikuvio, kun kumpikin pulssi on edennyt kaksi ruutua. Esim. 1



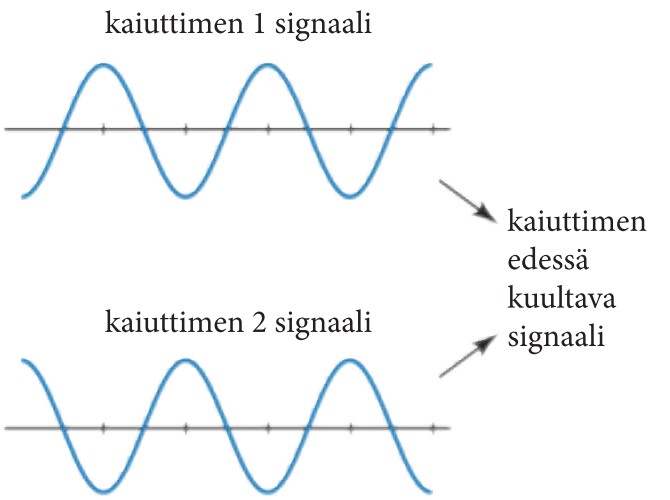
**148.** Kaksi pulssia liikkuu toisiaan kohti. Piirrä syntyvä interferenssikuvio, kun kumpikin pulssi on edennyt kaksi ruutua. Esim. 1



**149.** Selvitä kuvan avulla, miten taustahälyn poistavat kuulokkeet toimivat.

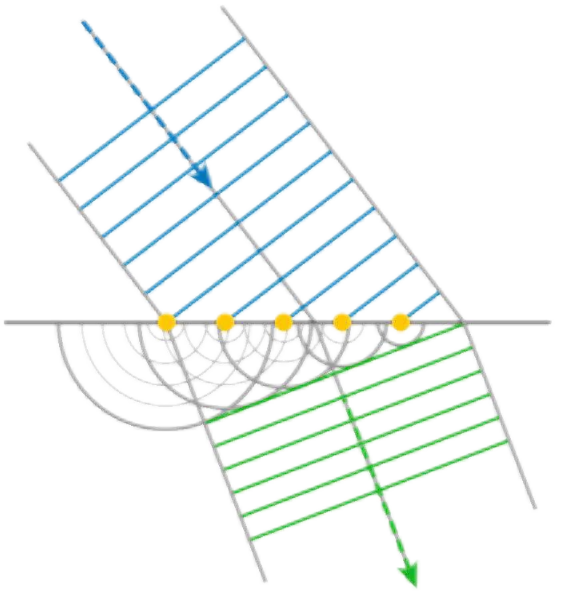



**150.** Kaksi kaiutinta on asetettu rinnakkain. Molempiin kaiuttimiin syötetään täsmälleen samanlainen signaali, mutta signaalit ovat vastakkaisessa vaiheessa. Hahmottele, millaista ääntä kaiuttimien edessä seisova henkilö kuulee. Esim. 3

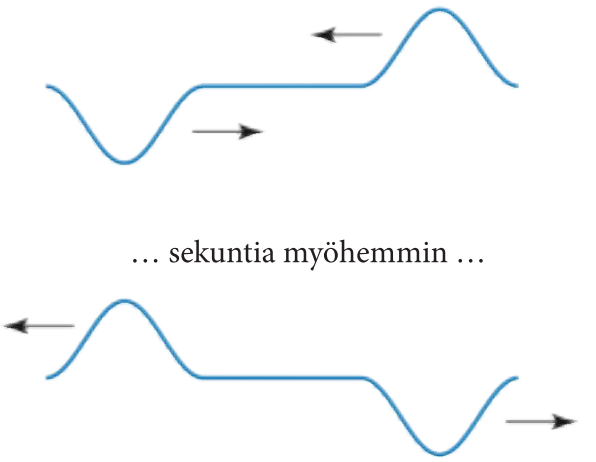


**151.** **a)** Miten Huygensin periaate selittää uusien aaltorintamien syntymisen?

**b)** Selitä kuvan avulla, miten Huygensin periaate selittää aaltoliikkeen taittumisen.



**152.** Kameralla pystytään ottamaan valokuva sekunnin välein. Köydessä vastakkaisiin suuntiin etenevistä pulsseista saatiin kaksi kuvaa. Millainen valokuva olisi saatu köydestä, jos kamera olisi lauennut puoli sekuntia aikaisemmin? Esim. 3

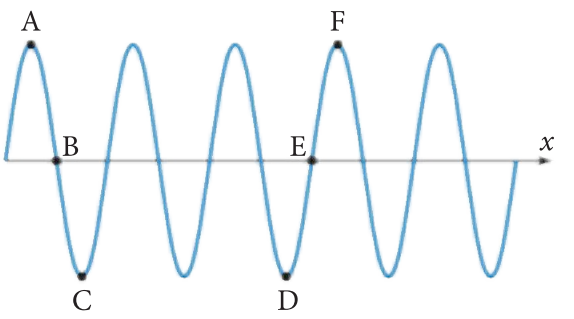



**153.** Tutkitaan aaltoliikettä.

**a)** Missä pisteissä aallon vaihe on sama?

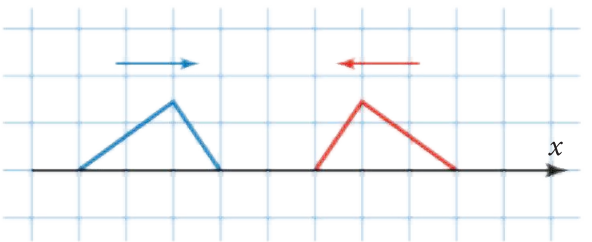
**b)** Mikä matkaero ja vaihe-ero on

1) pisteiden A ja F välillä
2) pisteiden B ja D välillä
3) pisteiden A ja C välillä? Esim. 2




## Soveltavat tehtävät

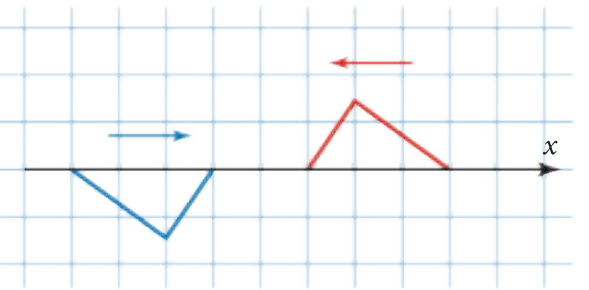
**154.** Kaksi pulssia lähestyy toisiaan nopeudella yksi ruutu sekunnissa.




Piirrä tilanne hetkillä

**a)** 1 s
**b)** 3 s
**c)** 4 s.

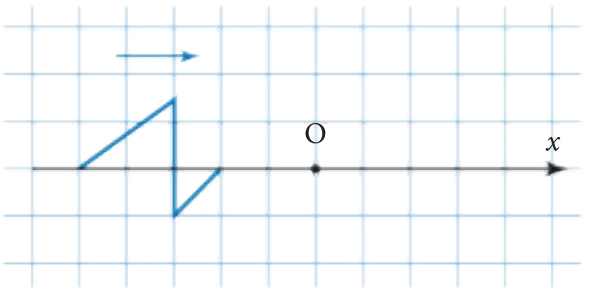
**155.** Kaksi pulssia lähestyy toisiaan nopeudella yksi ruutu sekunnissa.



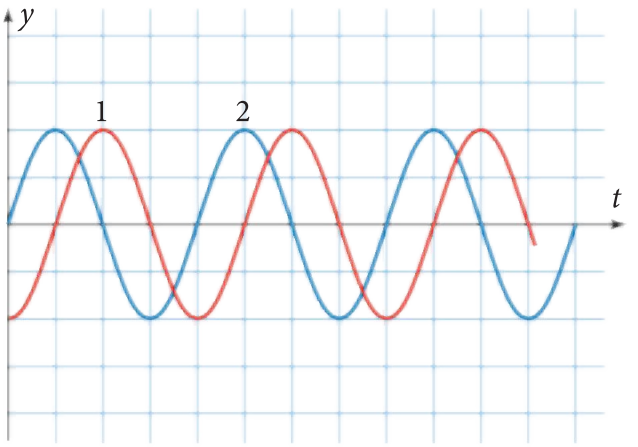

Piirrä tilanne hetkillä

**a)** 2 s
**b)** 3 s
**c)** 4 s.

**156.** Pulssi lähestyy pistettä O vasemmalta nopeudella yksi ruutu sekunnissa. Minkä muotoinen olisi oikealta pistettä O lähestyvän pulssin oltava, jotta piste O ei liikkuisi, kun pulssit ohittavat toisensa? Piirrä tilannetta esittävä kuva, josta käy ilmi pulssin muoto ja paikka kuvan osoittamalla hetkellä.

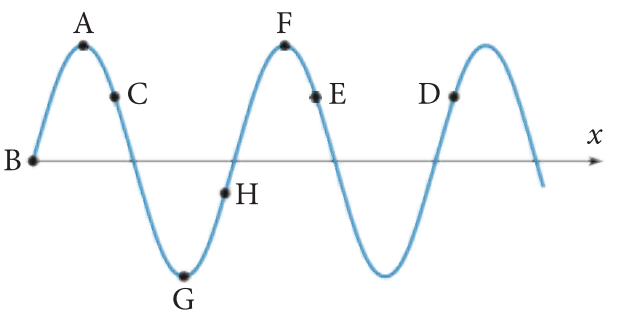



**157.** Aallot 1 ja 2 kulkevat samaan suuntaan vasemmalta oikealle samalla nopeudella.



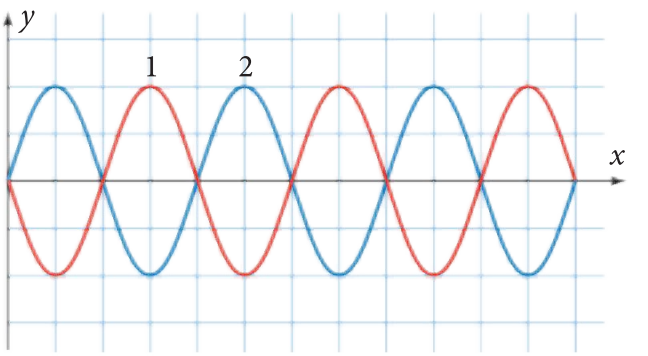

**a)** Määritä aaltojen vaihe-ero.
**b)** Piirrä aaltojen muodostama summa-aalto kuvan osoittamalla hetkellä.
**c)** Kumpi aalloista on edellä?

**158.**



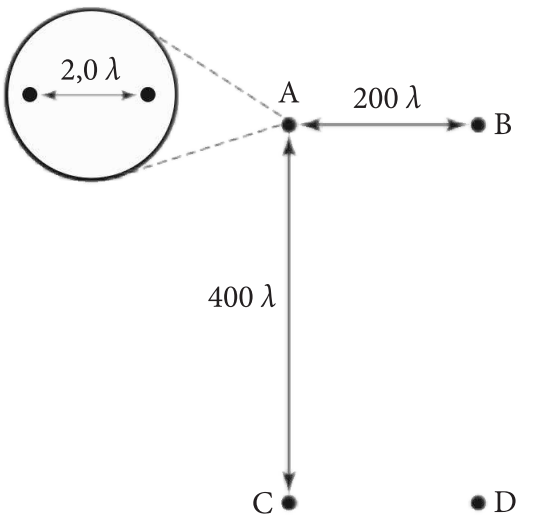

**a)** Missä kohdissa aalto on samassa vaiheessa?
**b)** Mikä on aallon vaihe-ero kohtien G ja B välillä?
**c)** Mikä on aallon vaihe-ero kohtien E ja F välillä?

**159.** Aallot 1 ja 2 kulkevat samaan suuntaan samalla nopeudella.

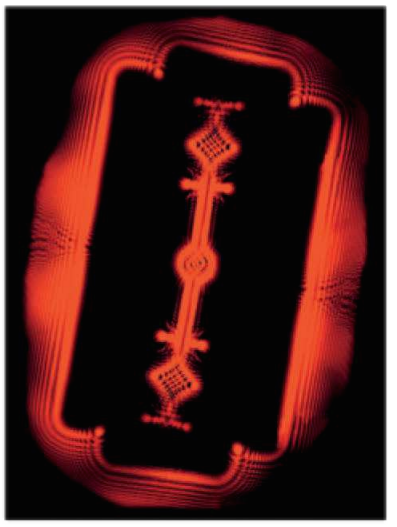



**a)** Piirrä aaltojen muodostama summa-aalto kuvan hetkellä.
**b)** Miten summa-aalto muuttuu, jos aallon 1 amplitudi pienenee puoleen?

**160.** Pisteessä A on kaksi värähtelijää 2,0$\lambda$:n etäisyydellä toisistaan. Ne värähtelevät samassa tahdissa. Millainen interferenssi tapahtuu pisteissä B, C ja D?



# 11 Diffraktio ja interferenssi



Partakoneenterän reuna häiritsee valon kulkua, ja tapahtuu diffraktio. Samanlaisia ”mustia” juovia havaitaan esimerkiksi valoverhoissa tai jos siristetään silmiä niin, että silmäripset tulevat silmien eteen.

**Diffraktio eli taipuminen**
Kun aaltorintaman etenemistä häiritään esteellä, aaltorintaman muoto muuttuu. Tätä ilmiötä kutsutaan diffraktioksi.

## Aaltorintaman muoto muuttuu diffraktiossa

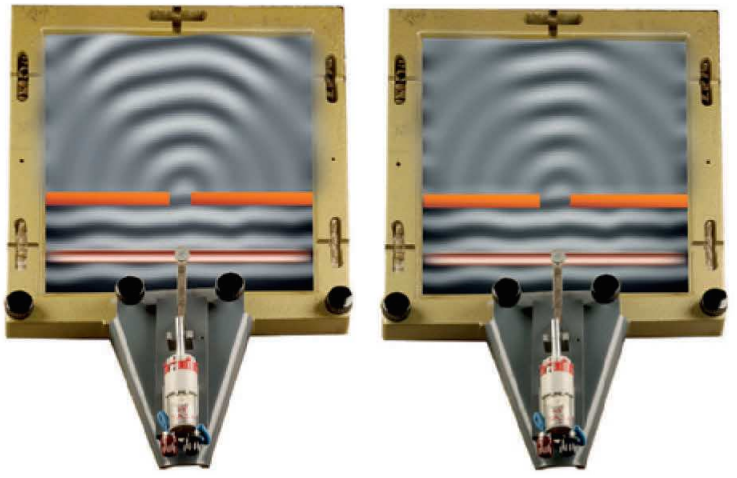
Puhe kuuluu avoimesta luokasta pitkälle käytävän toiseen päähän. Järvenselältä tasoaaltona tuleva aaltorintama muodostaa ympyräaaltoja kapean siltarummun jälkeen. Molemmissa ilmiöissä on kyse aaltoliikkeelle tyypillisestä ilmiöstä, jota kutsutaan **diffraktioksi**. Diffraktiota kutsutaan suomen kielessä **taipumiseksi**.

Diffraktioilmiö havaitaan niin valolla, äänellä kuin vesiaalloillakin. Vesiaaltojen diffraktiota voidaan tutkia panemalla kapea, leveydeltään aallonpituuden kokoluokkaa oleva, rako vedessä liikkuvan tasoaallon eteen. Tasoaaltorintaman muoto muuttuu raossa.

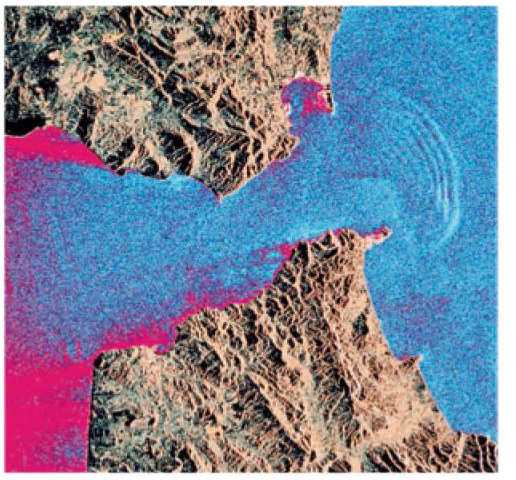
## Raon leveys vaikuttaa diffraktion voimakkuuteen

Mitä kapeampi rako on suhteessa aallonpituuteen, sitä voimakkaammin aaltorintaman muoto muuttuu. Diffraktio voidaan havaita erilaisten rakojen lisäksi esimerkiksi reunoissa. Koska äänen aallonpituus on oven leveyden kanssa samaa suuruusluokkaa, ovesta läpi mennyt ääni leviää kaikkialle toiseen huoneeseen.

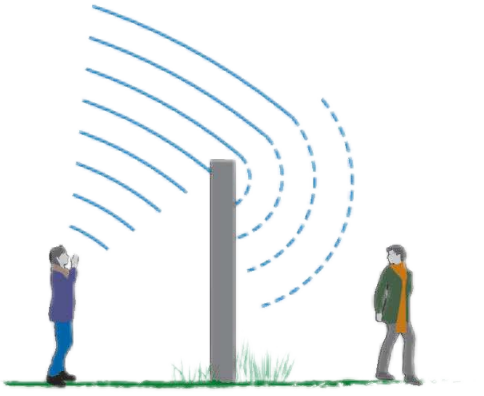
Aallonpituuden suuruusluokkaa oleva rako aiheuttaa diffraktion, taipumisen. Vasemmanpuoleisen kuvan kapeammassa raossa vesiaallot ovat taipuneet enemmän kuin oikeanpuoleisessa kuvassa, jossa rako on leveämpi.



Vesiaaltojen diffraktio Gibraltarin salmessa. Salmen leveys on kapeimmillaan 14 km.



Ääniaallot taipuvat eli tapahtuu diffraktio, kun ne kohtaavat esteen.



**Aaltojen koherenttisuus**
Aallot, joiden vaihe-ero on vakio, ovat keskenään **koherentteja**.

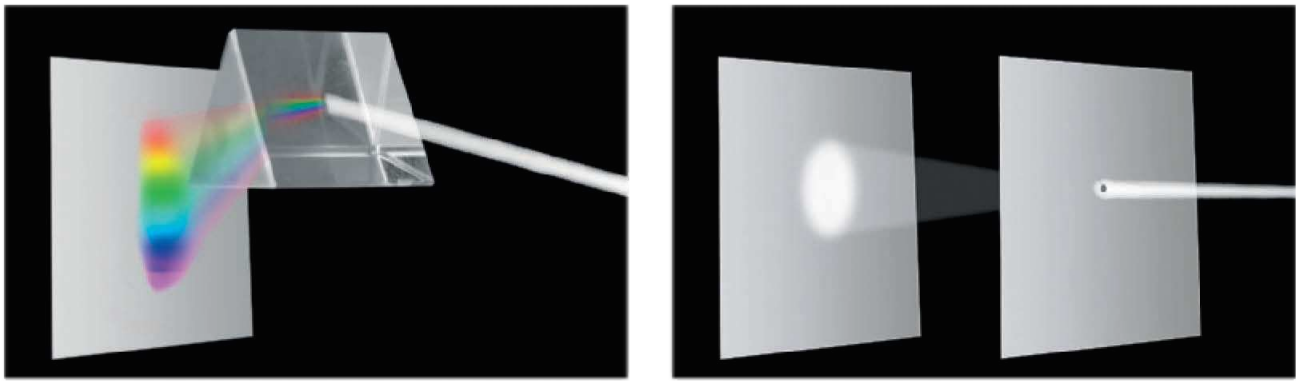
**Valon monokromaattisuus**
Valo on **monokromaattista**, jos sen kaikilla aalloilla on sama aallonpituus.

## Erilaisia valonlähteitä

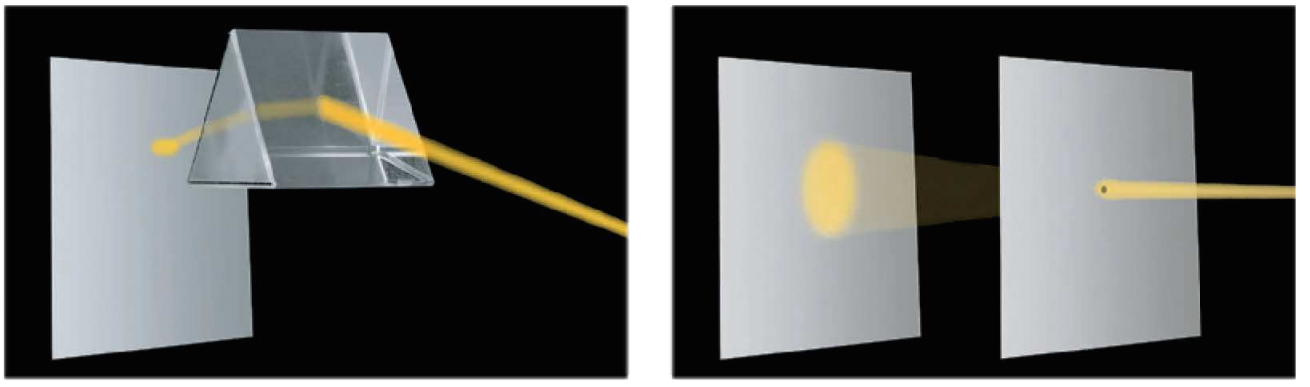
Hehkulampun, Na-purkausputken ja laserin lähettämä valo on erilaista. Hehkulampun lähettämä valo koostuu useista eri aallonpituuksista, joten se ei ole **monokromaattista**. Valo hajoaa prismassa väreihin. Hehkulampun lähettämän valon aaltojen vaihe-erot vaihtuvat jatkuvasti, joten valo on epäkoherenttia.

Na-purkausputken valo on monokromaattista mutta ei **koherenttia**. Aallonpituus on vakio, mutta aaltojen vaihe-ero vaihtelee.

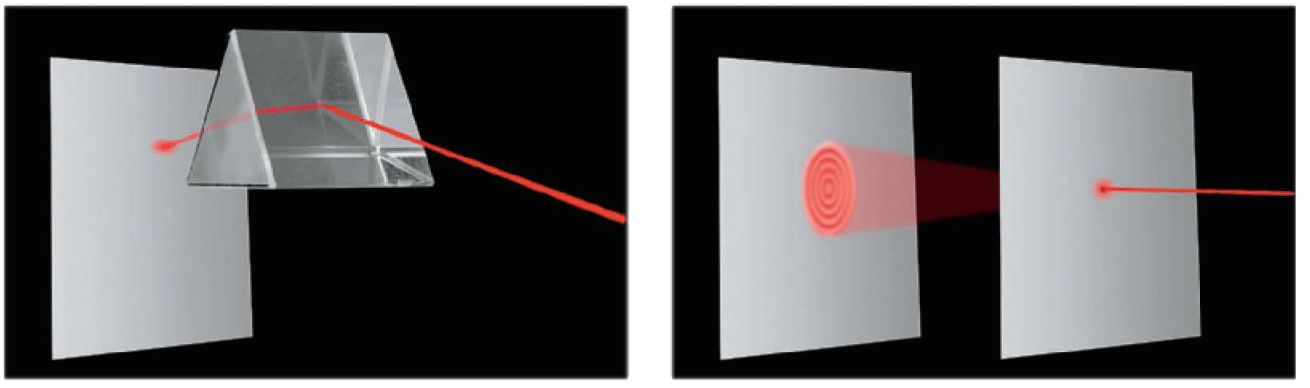
Laserin lähettämä valo on monokromaattista ja koherenttia. Sen kaikilla aalloilla on sama aallonpituus ja aallot ovat samassa vaiheessa.



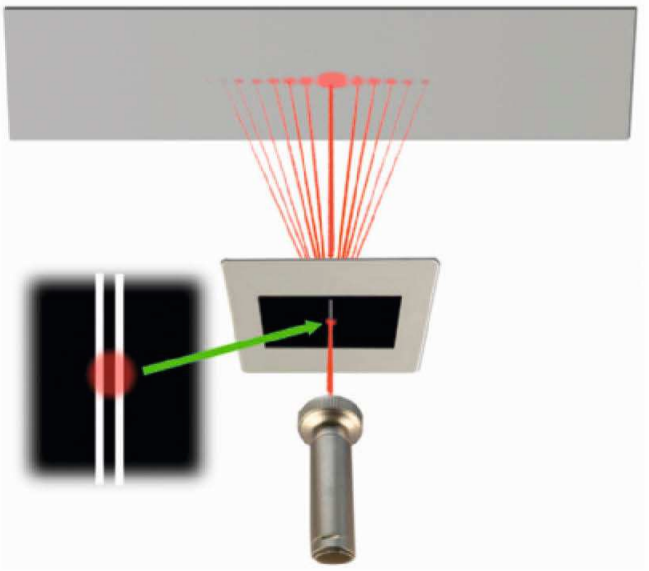
Hehkulampun valo hajoaa prismassa eri väreihin. Varjostimella pienen raon takana ei havaita diffraktiokuviota.



Na-purkausputken valo on monokromaattista mutta ei koherenttia. Koska valoaaltojen vaihe-ero vaihtelee, raon takana varjostimella ei havaita diffraktiokuviota.



Laserin lähettämä valo on monokromaattista ja koherenttia. Varjostimella nähdään kirkkaista ja tummista ympyröistä muodostunut kuvio. Ilmiö on seurausta raossa tapahtuneesta diffraktiosta.



Lasersäteen käyttäytyminen kaksoisraossa. Laserin lähettämä valo on monokromaattista ja koherenttia.

## Kaksoisraon molemmissa raoissa tapahtuu diffraktio

Laservalo etenee lähes hajoamattomana kimppuna, joten valon osuessa varjostimelle siinä nähdään kirkas piste. Kun laservalon eteen pannaan este, jossa on kaksi yhdensuuntaista kapeaa, aallonpituuden kokoluokkaa olevaa, rakoa, tilanne muuttuu ratkaisevasti. Varjostimelle syntyy joukko kirkkaita viivoja. Tämän ilmiön havaitsi ensimmäisenä Thomas Young 1800-luvun alussa. Young esitti kokeen tulosten perusteella, että valo on aaltoliikettä. Kaksoisraon molemmissa raoissa tapahtuu diffraktio.

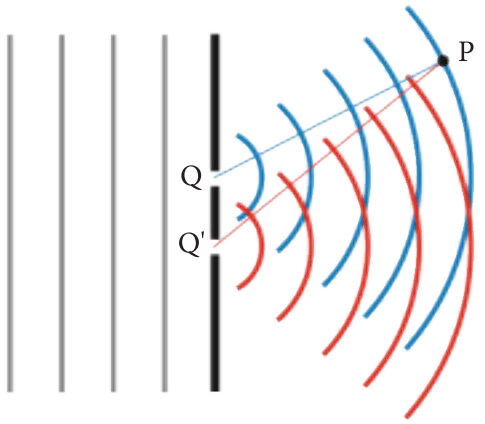
Youngin käyttämä laitteisto koostui monokromaattista valoa lähettävästä valonlähteestä, Na-purkausputkesta, ja kaksiosaisesta rakosysteemistä. Tällä saatiin aikaan koherenttia monokromaattista valoa.

## Eri raoista tulevat aallot interferoivat

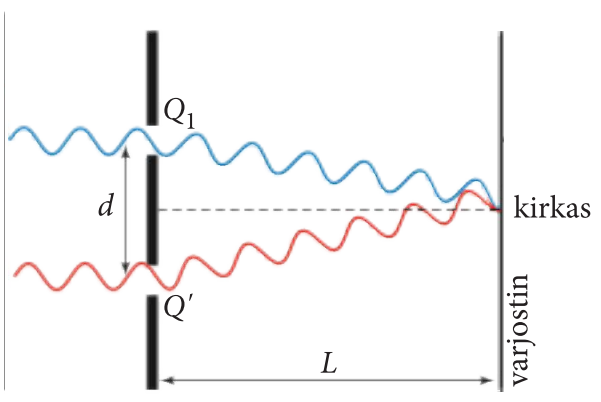
Ehto valoaaltojen interferenssille on, että valonlähde lähettää koherenttia valoa. Jos tuleva valo on epäkoherenttia, valoaaltojen vaiheerot muuttuvat jatkuvasti eikä interferenssiä pystytä havaitsemaan.

Kuvataan vasemmalta kaksoisrakoon tulevaa laservaloa tasoaaltorintamalla. Jos raot ovat riittävän kapeita (pienempiä kuin tulevan valon aallonpituus), ne toimivat pistelähteiden tavoin. Tuleva aalto taipuu voimakkaasti kummankin raon takana, eli raoissa tapahtuu valon diffraktio.

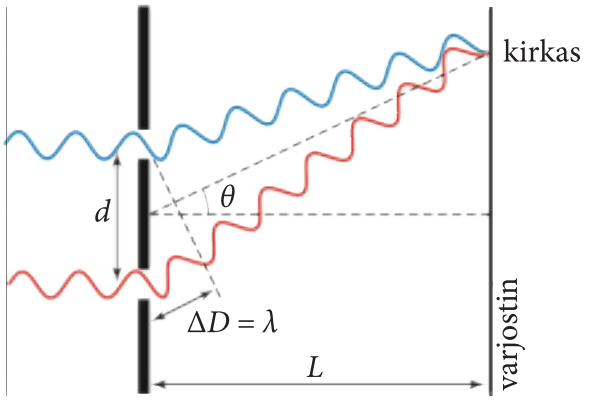
Tummat ja kirkkaat viivat syntyvät varjostimelle, kun eri raoista lähtevät aallot interferoivat varjostimella. Se, syntyykö tiettyyn kohtaan valoisa viiva eli **interferenssimaksimi** vai tumma viiva eli **interferenssiminimi**, riippuu aaltojen matkaerosta $\Delta D = Q'P - QP$ johtuvasta vaihe-erosta. Samaa ongelmaa tutkittiin aikaisemmin vesiaaltojen yhteydessä.



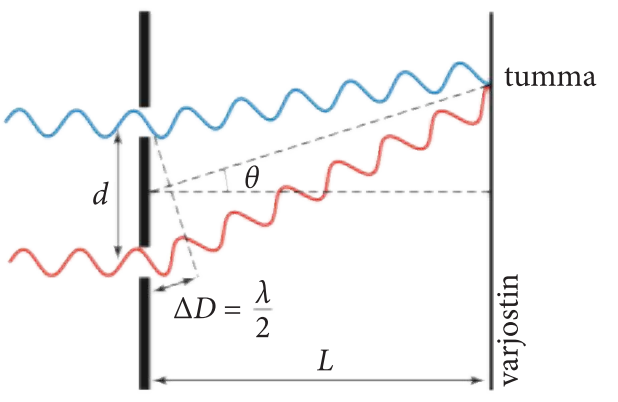

Janat QP ja Q′P osoittavat tarkastelusuunnan. Matkaero on $\Delta D = Q'P - QP$.



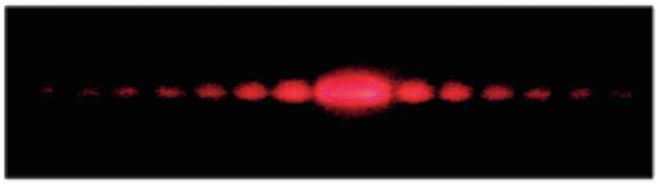

Jos $\Delta D = 0$, aallot tulevat samassa vaiheessa varjostimen keskelle ja syntyy vahvistava interferenssi.




Jos matkaero $\Delta D = \lambda$, aallot ovat samassa vaiheessa. Myös nyt syntyy vahvistava interferenssi.




Jos $\Delta D = \lambda/2$ tai sen pariton monikerta, tulevien aaltojen vaihe-ero on $\lambda/2$ ja aallot interferoivat heikentäen toisensa. Koska amplitudit ovat yhtä suuret, aallot sammuttavat toisensa.



Laservalo hajoaa kirkkaiksi viivoiksi kaksoisraossa.

**Diffraktio ja interferenssi rakosysteemissä**
Kun valo osuu rakoon, tapahtuu diffraktio eli aaltorintaman muoto muuttuu raossa. Varjostimella nähdään valomaksimeja ja minimejä, jotka ovat syntyneet eri raoista tulleiden aaltojen interferenssin seurauksena.

**Vahvistava interferenssi**

$d \sin \theta = k\lambda$,

jossa $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$

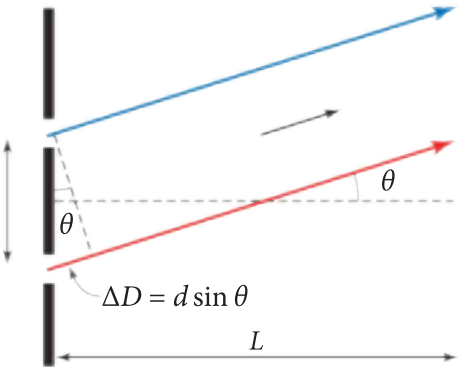
**Heikentävä interferenssi**

$d \sin \theta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$,

jossa $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$

## Interferenssiyhtälö kaksoisraolle

Kun varjostimen etäisyys $L$ raoista on merkittävästi suurempi kuin rakojen välimatka $d$, aaltojen etenemissuuntaa kuvaavia säteitä voidaan pitää yhdensuuntaisina. Tällöin saadaan interferenssiehdoille aallonpituudesta ja kulmasta riippuvat yhtälöt.




Koska varjostin on kaukana, säteet ovat lähes yhdensuuntaiset. $\theta$ on taipumiskulma, ja säteiden matkaero on $\Delta D = d \sin \theta$.

Kolmio QQ′O on käytännöllisesti katsoen suorakulmainen. Rakojen etäisyys $d$ tunnetaan ja taipumiskulma $\theta$ voidaan mitata. Kuviosta saadaan

$$\sin \theta = \frac{\Delta D}{d}, \text{ josta matkaero}$$

$$\Delta D = d \sin \theta.$$

**Vahvistava interferenssi** saadaan, kun

$\Delta D = k\lambda$ eli $d \sin \theta = k\lambda$,

jossa $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Arvo $k = 0$ vastaa **päämaksimia**, joka syntyy suoraan rakojen eteen. Muut ovat **sivumaksimeja**. Päämaksimin sivuilla olevat ensimmäisen kertaluvun sivumaksimit saadaan $k$:n arvoilla $\pm 1$. Arvoilla $\pm 2$ saadaan vastaavasti toisen kertaluvun sivumaksimit.

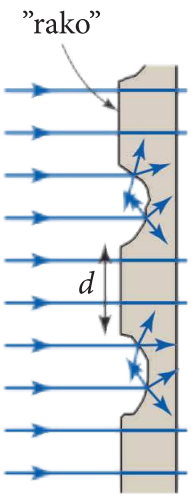
**Heikentävä interferenssi** saadaan, kun matkaero on

$\Delta D = (k + 1/2)\lambda$

eli $d \sin \theta = (k + 1/2)\lambda$, jossa $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Samalla kertaluvun $k$ arvolla on aina kaksi maksimia. Haluttaessa nämä maksimit erotetaan etumerkillä toisistaan.

CD-levy on esimerkki heijastushilasta. Värien synty levyn pinnalla aiheutuu urista heijastuvan valon interferenssistä.




Hyvässä läpäisyhilassa voi olla esimerkiksi 500 rakoa millimetrillä.

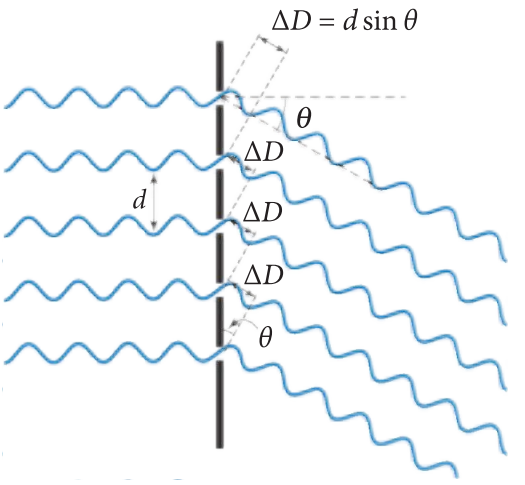
**Hilayhtälö**
Maksimien paikat hilassa saadaan yhtälöstä
$d \sin \theta = k\lambda$,
jossa
$k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$,
$d$ on hilavakio,
$\theta$ on taipumiskulma ja
$\lambda$ on valon aallonpituus.

## Hilassa on monta rakoa

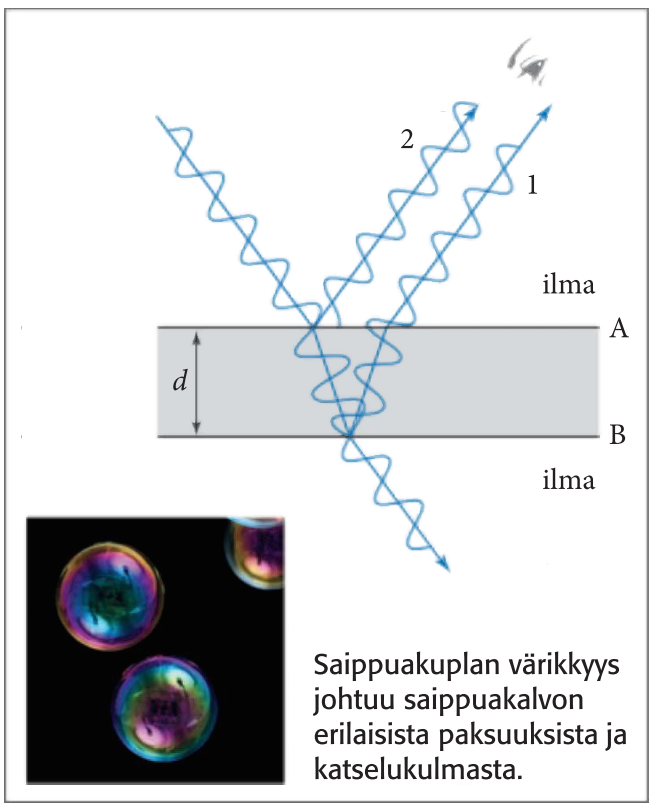
Luonnossa voi havaita monia ilmiöitä, joiden synty perustuu diffraktio- ja interferenssi-ilmiöihin. Tekniikassa on myös monia niihin perustuvia sovelluksia.

Moni on saattanut hämmästyä, kun on katsonut CD- tai DVD-levyä sopivasta suunnasta. Jos levyä kallistelee, sen pintaan näyttää syntyvän kaikki sateenkaaren värit. Levy toimii tällöin **heijastushilana**. Vastaava ilmiö havaitaan, kun valo kulkee **läpäisyhilan** läpi. Hila voidaan valmistaa esimerkiksi lasilevystä, johon naarmutetaan timantilla yhdensuuntaisia ja yhtä leveitä jälkiä. Valo kulkee naarmuttamattomien kohtien (rakojen) läpi esteettä. Rakojen välimatkaa sanotaan **hilavakioksi** $d$.

Tarkastellaan tilannetta, jossa monokromaattinen ja koherentti valo osuu kohtisuorasti hilaan. Jokainen rako toimii uuden aallon lähteenä. Kun vierekkäisistä raoista lähtevien aaltojen välinen matkaero $\Delta D = d \sin \theta$ on aallonpituuden monikerta, aallot interferoivat keskenään vahvistavasti.




Maksimien paikat hilassa saadaan yhtälöstä $d \sin \theta = k\lambda$, jossa $k = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$ Arvo $k = 0$ vastaa päämaksimia, joka syntyy suoraan hilan eteen.



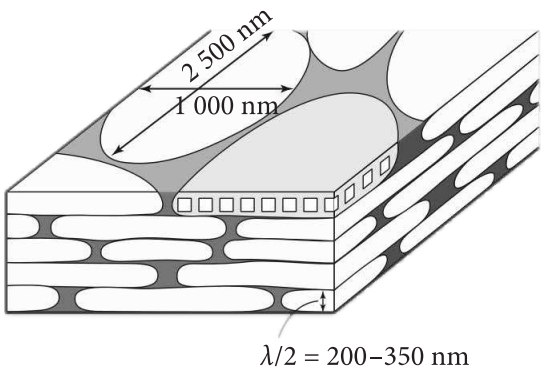

Saippuakuplan värikkyys johtuu saippuakalvon erilaisista paksuuksista ja katselukulmasta.

## Ohuissa kalvoissa tapahtuu valon interferenssi

Ohut öljykerros vesilammikon pinnalla näyttää auringonpaisteessa kauniin kirjavalta. Saippuakuplan pinnalla värit vaihtelevat vallattomasti. Värit ohuiden kalvojen pinnoilla johtuvat valon interferenssistä. Valo heijastuu kalvon molemmista pinnoista A ja B. Heijastuneet aallot interferoivat pinnalla A, jolle valo tulee ja josta kalvoa myös katsellaan.

Se, vahvistuvatko vai heikentyvätkö aallot, määräytyy siitä, mikä on eri pinnoista heijastuneiden aaltojen vaihe-ero pinnalla A, johon valo tulee. Aaltojen 1 ja 2 interferenssi on vahvistava, jos ne ovat pinnassa A samassa vaiheessa.

Metallinhohtoiset värit syntyvät kolibrin höyhenen pintaa peittävässä höytysäteessä interferenssin seurauksena.




## Mistä kolibrin höyhenten metallinhohtoiset värit johtuvat?

Kolibrin höyhenpuvun metallinhohtoiset värit johtuvat sulkien pinnoilla olevista ohuista kalvoista, joiden välissä on ilmaa.

Kun kalvo on riittävän ohut, noin puolet aallonpituudesta, interferenssi voidaan havaita auringonvalossa. Eri värit johtuvat kalvojen hieman erilaisista paksuuksista. Eripaksuisissa kalvoissa eri aallonpituudet (värit) vahvistuvat ja sammuvat.

Kun kalvo on ohuempi kuin 100 nm, värejä ei nähdä kalvon pinnalla. Esimerkiksi saippuakupla on päältä harmaa ennen puhkeamistaan. Kalvo on niin ohut, että lyhyinkään näkyvän valon aallonpituus ei vahvistu.

## Esimerkki 1

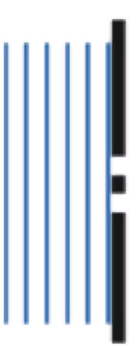
**Diffraktio raossa ja esteen reunassa**

**Piirrä, mitä aaltorintamille tapahtuu seuraavissa raoissa ja esteen ohituksessa. Aaltorintamat**

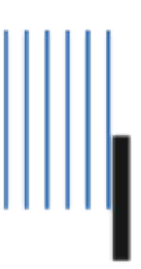
**a) tulevat leveään rakoon**

**b) tulevat kapeaan rakoon**

**c) tulevat kaksoisrakoon**



**d) ohittavat esteen.**



Ratkaisu

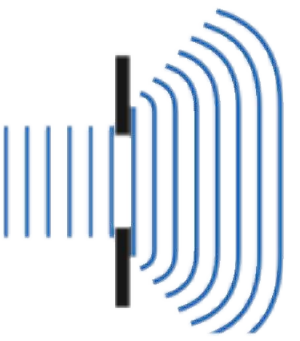
**a)** Rako on leveä, kun sen leveys on huomattavasti suurempi kuin aaltojen aallonpituus. Tällöin aaltorintamat taipuvat vain vähän.

**b)** Rako on aallonpituuden suuruusluokkaa. Aaltorintamat taipuvat voimakkaasti.

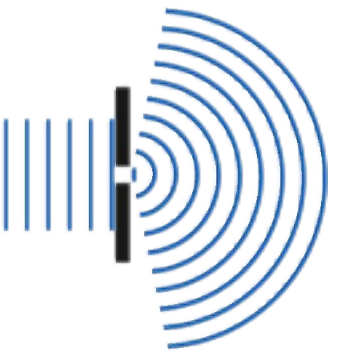
**c)** Kaksoisraossa raot ovat aallonpituuden suuruusluokkaa. Molemmissa raoissa aaltorintamat taipuvat voimakkaasti.

**d)** Aaltorintamat taipuvat esteen reunassa.

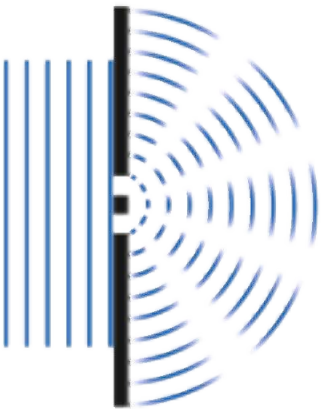
**a)**



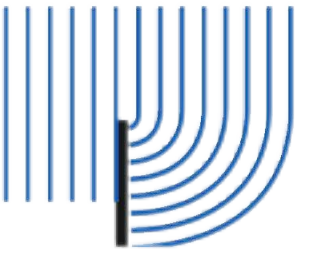
**b)**



**c)**

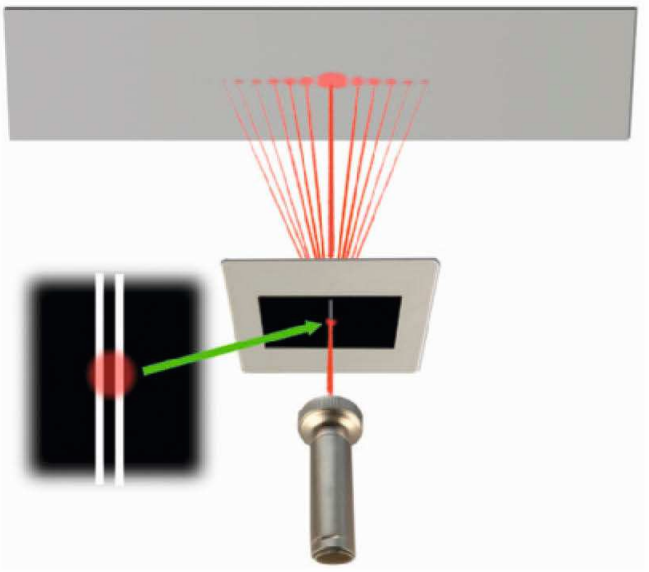


**d)**



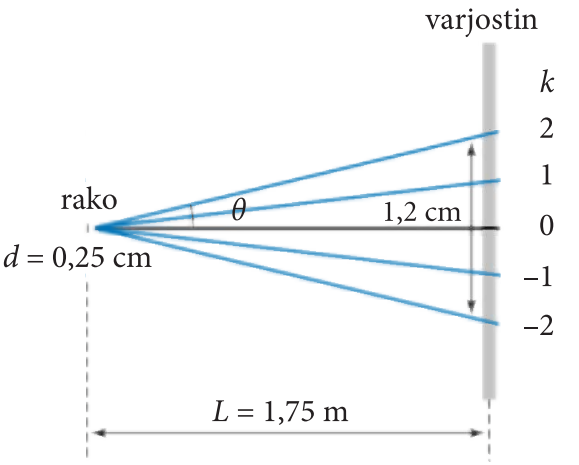
## Esimerkki 2 — Valon interferenssi kaksoisraossa

**Kahden yhdensuuntaisen raon väli $d$ on 0,25 mm, ja varjostin on 1,75 m:n etäisyydellä raoista. Toisen kertaluvun interferenssimaksimien välinen etäisyys on 1,2 cm. Mikä on kaksoisrakoon tulevan valon aallonpituus?**

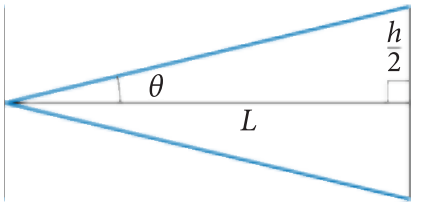


### Ratkaisu

$d = 0{,}25$ mm, $L = 1{,}75$ m, $k = 2$, $h = 1{,}2$ cm, $\lambda = ?$




Aallonpituuden selvittämiseksi on tunnettava rakojen välinen etäisyys $d$ ja taipumiskulma $\theta$. Taipumiskulma saadaan suorakulmaisesta kolmiosta:




$$\tan\theta = \frac{\frac{h}{2}}{L} = \frac{h}{2L} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{2 \cdot 1{,}75\ \text{m}} \text{ ja } \theta = 0{,}19644°.$$

Yhtälöstä $d \sin\theta = k\lambda$ ratkaistaan $\lambda$:

$$\lambda = \frac{d\sin\theta}{k}$$
$$= \frac{0{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{m} \cdot \sin 0{,}19644°}{2}$$
$$= 4{,}28565 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \approx 430\ \text{nm}.$$

### Vastaus

Valon aallonpituus on 430 nm. Tämä vastaa violettia valoa.

## Esimerkki 3 — Valon interferenssi hilassa

**Laservalon aallonpituus on 530 nm. Kuinka monta intensiteettimaksimia saadaan näkyviin hilan taakse asetetulle varjostimelle, kun hilassa on 340 rakoa millimetriä kohti?**

### Ratkaisu

$\lambda = 530$ nm, hilassa 340 rakoa millimetrillä

Lasketaan hilavakio: $d = \dfrac{10^{-3}\ \text{m}}{340} = 2{,}941 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$.

Ratkaistaan hilayhtälöstä $d \sin\theta = k\lambda$ taipumiskulman sini:
$\sin\theta = \dfrac{k\lambda}{d}$.

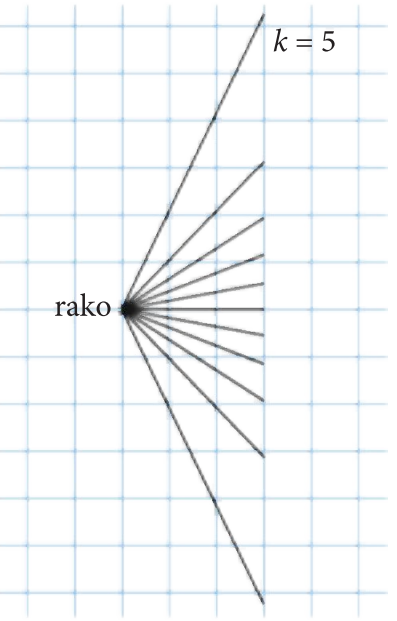
Sinin suurin arvo on 1, joten $\dfrac{k\lambda}{d} \leq 1$. Tarkastellaan tämän ehdon toteutumista.

Kun $k = 1$, saadaan

$\sin\theta = \dfrac{1 \cdot 530 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{2{,}941 \cdot 10^{-6}\ \text{m}} = 0{,}18021$, josta $\theta = 10{,}3820° \approx 10{,}4°$.

Muut arvot lasketaan samalla tavalla. Tulokset ovat taulukossa.

| $k$ | $\dfrac{k\lambda}{d}$ | $\theta$ (°) |
|---|---|---|
| 1 | 0,180 | 10,4 |
| 2 | 0,360 | 21,1 |
| 3 | 0,541 | 32,8 |
| 4 | 0,721 | 46,1 |
| 5 | 0,901 | 64,3 |
| 6 | 1,081 | |




Kertalukua $k = 6$ vastaavaa taipumiskulmaa $\theta$ ei ole, koska sinin arvo ei voi olla yli yksi.

Sivumaksimeja nähdään viidenteen kertalukuun saakka, eli päämaksimin kanssa nähdään yhteensä 11 maksimia.

### Vastaus

Intensiteettimaksimeja nähdään 11.

### Huomaa!

Sama tulos olisi saatu, jos olisi ratkaistu yhtälöstä $k$ ja asetettu taipumiskulmaksi 90°:

$$k = \frac{d\sin\theta}{\lambda} = \frac{2{,}941 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \cdot \sin 90°}{530 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}549,$$

joten suurin mahdollinen kertaluku $k$ on 5 ja sivumaksimeja on kymmenen. Päämaksimi mukaan luettuna maksimeja on 11 kappaletta.

**Tiivistelmä**

- Diffraktio eli taipuminen tapahtuu, kun aaltorintaman etenemistä häiritään esteellä. Tällöin aaltorintaman muoto muuttuu.
- Raon leveys vaikuttaa diffraktion voimakkuuteen.
- Kaksoisraossa ja hilassa tapahtuu diffraktio. Vahvistava interferenssi saadaan, kun $\Delta D = k\lambda$ eli $d \sin\theta = k\lambda$, jossa $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$
- Hila on levy, jossa on yhdensuuntaisia ja toisistaan yhtä etäällä olevia rakoja.

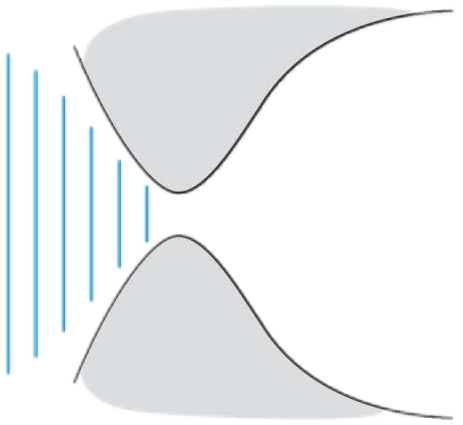
## Perustehtävät

**161.** Selitä, mitä diffraktio tarkoittaa. Esim. 1

**162.** Vesiaaltorintama tulee kahden järven erottavaan erittäin kapeaan salmeen.

**a)** Mitä aaltorintamalle tapahtuu salmessa?

**b)** Miten salmen leveys vaikuttaa havaittavaan ilmiöön? Esim. 1



**163.** Mitä tarkoittaa

**a)** monokromaattinen valo

**b)** koherentti valo?

**164.** Millaisissa tilanteissa valon interferenssi voidaan havaita?

**165.** Kaksi värähtelijää on $2{,}5\lambda$:n etäisyydellä toisistaan. Ne värähtelevät samassa tahdissa. Ratkaise piirtämällä, mihin kulmaan syntyy ensimmäisen kertaluvun vahvistava interferenssi. Esim. 2

**166.** Kaksi yhdensuuntaista kapeaa rakoa on 2,3 µm:n etäisyydellä toisistaan. Rakoihin osuu kohtisuorasti laservalo, jonka aallonpituus on 550 nm. Missä kulmassa ensimmäisen kertaluvun interferenssimaksimi havaitaan? Esim. 3

**167.** Varjostin on 0,35 m:n etäisyydellä kaksoisraosta. Rakosysteemiin osuu kohtisuorasti valo, jonka aallonpituus on 650 nm. Varjostimella havaitaan seitsemän kirkasta pistettä. Äärimmäisten pisteiden etäisyys toisistaan on 0,15 m. Kuinka suuri rakojen väli on? Esim. 3

**168.** **a)** Miksi saippuakupla ja öljykalvo näyttävät veden pinnalla värillisiltä?

**b)** Milloin ohuessa kalvossa tapahtuu vahvistava interferenssi?

## Soveltavat tehtävät

**169.** Koherentti valo osuu kaksoisrakoon. Raon takana olevalla varjostimella havaitaan valoisia pisteitä. Miten seuraavat liittyvät havaittuun ilmiöön?
**a)** diffraktio
**b)** interferenssi

**170.** Miksi punainen valo taipuu hilassa enemmän kuin sininen valo?

**171.** Valo kulkee hilan läpi, ja varjostimella havaitaan interferenssikuvio. Miten interferenssimaksimien välinen etäisyys muuttuu, kun
**a)** hilavakio kasvaa
**b)** valon aallonpituus pienenee?

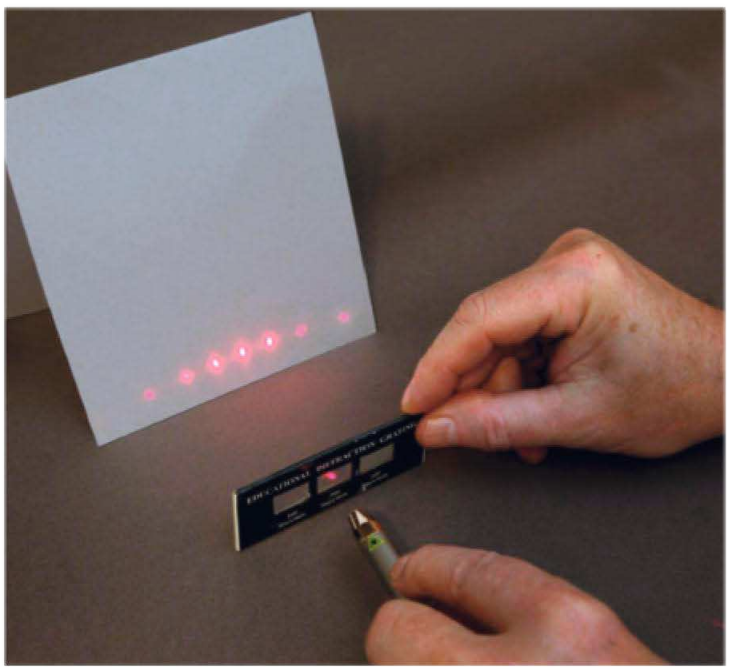
**172.** Valo, jonka aallonpituus on 650 nm, osuu kohtisuorasti kahteen kapeaan rakoon. Raot ovat 2,2 µm:n etäisyydellä toisistaan. Kuinka monta valoisaa viivaa voidaan varjostimella enintään havaita?

**173.** Hiuksen paksuus määritettiin laserilla. Kun lasersäteen eteen asetettiin hius, havaittiin hiuksesta 1,13 m:n etäisyydellä olevalla varjostimella interferenssikuvio. Kuinka paksu hius oli, kun ensimmäisen kertaluvun maksimien välinen etäisyys oli 2,3 cm? Laserin aallonpituus oli 650 nm.

**174.** **a)** Miten hilan hilavakio määritetään laserilla, jonka aallonpituus tunnetaan?
**b)** Hilaa, jonka hilavakio on 1,250 µm, valaistaan kohtisuorasti Na-valolla. Laske natriumin ns. D-viivojen kulmaero toisen kertaluvun spektrissä, kun viivojen aallonpituudet ovat 589,6 nm ja 589,0 nm. (Yo kevät 87, teht. 3)

**175.** Valo, jonka aallonpituus on 640 nm, tulee kohtisuorasti hilaan. Ensimmäisen kertaluvun taipumiskulmaksi mitattiin 12,6°.
**a)** Mikä on hilan hilavakio?
**b)** Mikä on toisen kertaluvun taipumiskulma?

**176.** Laserosoittimella valaistiin hilaa, jolloin saatiin näkyviin oheinen kuvio.



Laserin valon aallonpituus oli 670 nm, ja hilassa oli 300 rakoa/mm. Selvitä laskemalla, ovatko kaikki valomaksimit näkyvissä varjostimella. Jos eivät, niin miten koeasetelmaa tulisi muuttaa, jotta kaikki maksimit näkyvät?

# 12 Valo ja värit – valo ilmiönä

päivän valossa

hehkulampun valossa

sinitaivaan varjopuolen valossa

loistelampun valossa

Eri valonlähteiden tuottama valo on erilaista. Siksi sama kohde näyttää eri väriseltä erilaisissa valaistuksissa.

**Aaltoliikkeen intensiteetti *I***

Intensiteetti on säteilytehon $P$ ja pinta-alan $A$ suhde, eli se kertoo kuinka paljon aaltoliike siirtää energiaa $E$ pinnan läpi tietyssä ajassa $t$:

$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{At}$.

Intensiteetin yksikkö on $[I] = 1\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2\mathrm{s}}$.

## Valon väri liittyy valon aallonpituuteen

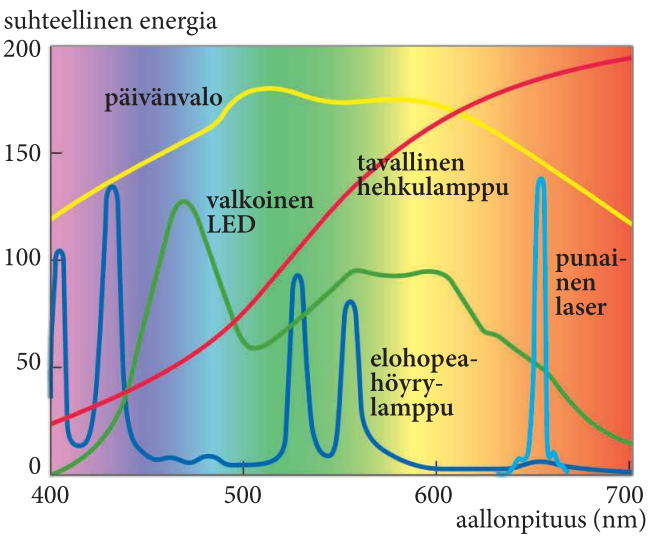
Vaatteet näyttävät kaupan loisteputkien valaistuksessa erivärisiltä kuin ulkona auringonpaisteessa. Värit muuttuvat, koska valaistus muuttuu. Se, minkä värisenä kappale näkyy, riippuu sekä kappaleen materiaalista että valaistuksesta.

Auringon valoa sanotaan **valkoiseksi valoksi**, sillä se sisältää kaikki näkyvän valon värit. Jos esinettä sanotaan jonkin väriseksi, sillä tarkoitetaan esineen väriä valkoisessa valossa. Auringonvalossa valkoinen esine siis näyttää valkoiselta.

Valon väri liittyy valon aallonpituuteen. Se, minkä väriseltä jokin kappale näyttää, riippuu siis siitä, mitä aallonpituuksia kappaleesta silmään tuleva valo sisältää ja missä suhteessa.

Tarkasti ottaen valon väri liittyy valon taajuuteen. Kun valo kulkee rajapinnan läpi, sen taajuus pysyy muiden aaltoliikkeiden tapaan muuttumattomana, mutta nopeus ja aallonpituus muuttuvat yhtälön $v = f\lambda$ mukaisesti. Värien yhteydessä puhutaan kuitenkin yleensä valon aallonpituudesta ja tällöin tarkoitetaan valon aallonpituutta tyhjiössä.

Valon aallonpituus- ja taajuusjakaumaa kutsutaan valon **spektriksi**. Arkikielessä spektrillä tarkoitetaan valkoisen valon hajoamista eri väreiksi, mutta tarkemmin se ilmaisee, miten eri aallonpituisten valojen **intensiteetit** (voimakkuudet) suhtautuvat toisiinsa.



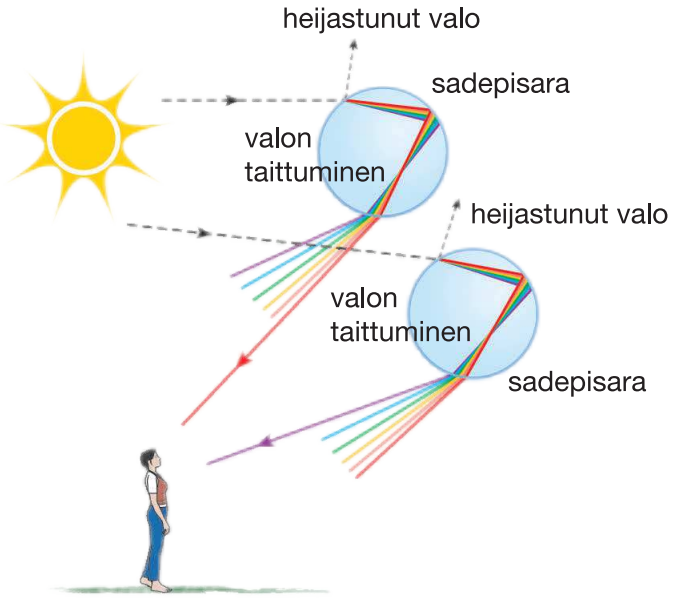

Eri valonlähteiden tuottama valo on erilaista, eli niiden spektri sisältää erilaisen yhdistelmän valon eri aallonpituuksia. Loisteputket ja energiansäästölamput ovat yleensä elohopeahöyrylamppuja.

Prismassa violetti valo taittuu eniten ja punainen valo vähiten.

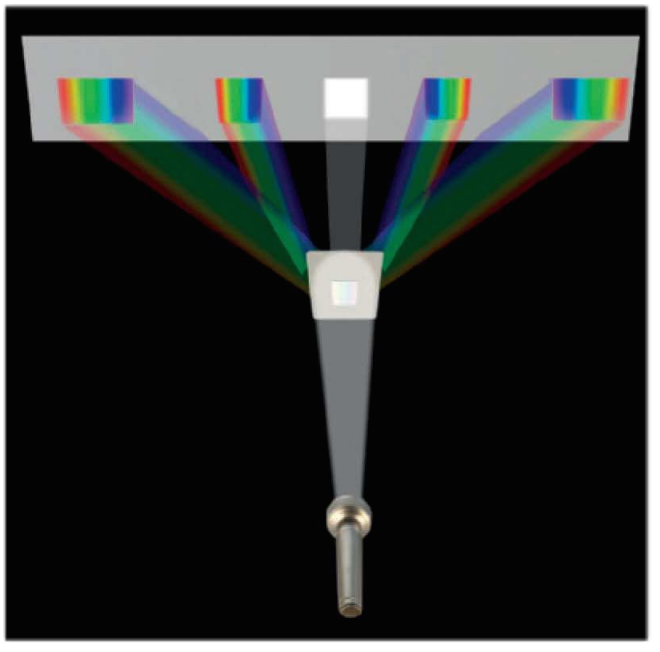
**Dispersio**
Valon hajoamista väreihin sanotaan dispersioksi.

## Valkoinen valo hajoaa väreihin prismassa

Valkoisen valon voi hajottaa väreihin esimerkiksi prisman avulla. Valoaallot taittuvat ilman ja prisman rajapinnassa eri tavoin, sillä aineen taitekerroin riippuu valon aallonpituudesta. Kun valo kulkee prisman läpi, se taittuu molemmilla rajapinnoilla samaan suuntaan. Esimerkiksi lasin taitekerroin on sitä pienempi, mitä suurempi valon aallonpituus on, joten violetin valon kulkusuunta muuttuu lasiprismassa eniten ja punaisen valon vähiten. Valon hajoamista väreihin sanotaan **dispersioksi.**




Sateenkaari syntyy, kun aurinko paistaa katsojan takaa hänen edessään oleviin sadepisaroihin. Auringosta tuleva valo taittuu vesipisaroiden sisään, heijastuu ja taittuu ulos vesipisaroista. Valo taittuu molemmissa pinnoissa kulkusuuntaansa nähden samaan suuntaan, ja valo hajoaa väreihin.



Hilassa valo taipuu eli tapahtuu diffraktio. Kun valkoinen valo kulkee läpäisyhilan läpi, sivumaksimit hajoavat spektreiksi. Keskusmaksimi on valkoinen, koska siihen tuleva valo kulkee suoraan. Sivumaksimeissa punainen valo on kauimpana keskusmaksimista.

Hilassa punainen valo taipuu eniten ja violetti vähiten. Prismassa tilanne on päinvastainen: violetti valo taittuu eniten ja punainen vähiten.

## Valkoinen valo hajoaa väreihin hilassa

Sateenkaaren värit voi nähdä myös CD-levyn pinnasta, kun valkoinen valo heijastuu hajonneena spektriksi. Valo hajoaa väreihin samaan tapaan, kun se menee läpikuultavien valoverhojen läpi.

Sateenkaaressa ja prismassa valon hajoaminen on seurausta eri värien erilaisesta taittumisesta. CD-levy ja valoverho ovat sen sijaan hiloja. CD on heijastushila ja valoverho läpäisyhila. Hiloissa valo taipuu eli tapahtuu **diffraktio**.

Aikaisemmin johdettiin hilayhtälö $d \sin\theta = k\lambda$ valolle, jonka aallonpituus on $\lambda$. Yhtälössä $d$ on hilavakio eli kahden vierekkäisen raon väli ja $\theta$ valon taipumiskulma eli sivumaksimin ja päämaksimin suuntien välinen kulma.

Kun hilayhtälöstä ratkaistaan $\sin\theta$, saadaan $\sin\theta = \frac{k\lambda}{d}$.

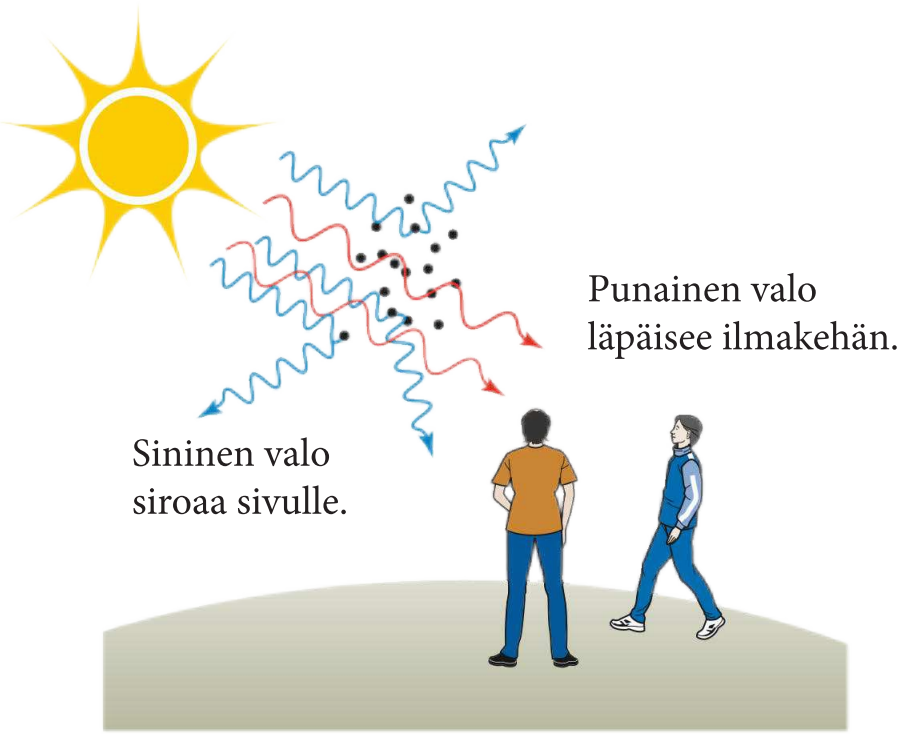
Yhtälöstä nähdään, että valon taipumiskulma riippuu valon aallonpituudesta. Mitä suurempi aallonpituus on, sitä enemmän valo muuttaa kulkusuuntaa. Hilan muodostamassa spektrissä punainen valo taipuu eniten ja violetti vähiten. Prismassa tilanne on päinvastainen: violetti valo taittuu eniten ja punainen vähiten.

Jos auringonvalo ei siroaisi eri suuntiin ilmakehän molekyyleissä, taivas olisi päivälläkin musta ja näkisimme taivaalla vain kirkkaan auringon.

## Siroaminen on mikrotason ilmiö

Kun valo osuu johonkin aineeseen, valo imeytyy eli **absorboituu** siihen. Valon energiaa siirtyy aineeseen. Tyypillisesti aine pystyy ottamaan vastaan energiaa vain joillakin aallonpituusalueilla, jolloin aine lähettää valtaosan valosta pois ja valoa lähtee joka suuntaan. Tätä ilmiötä sanotaan **siroamiseksi**.

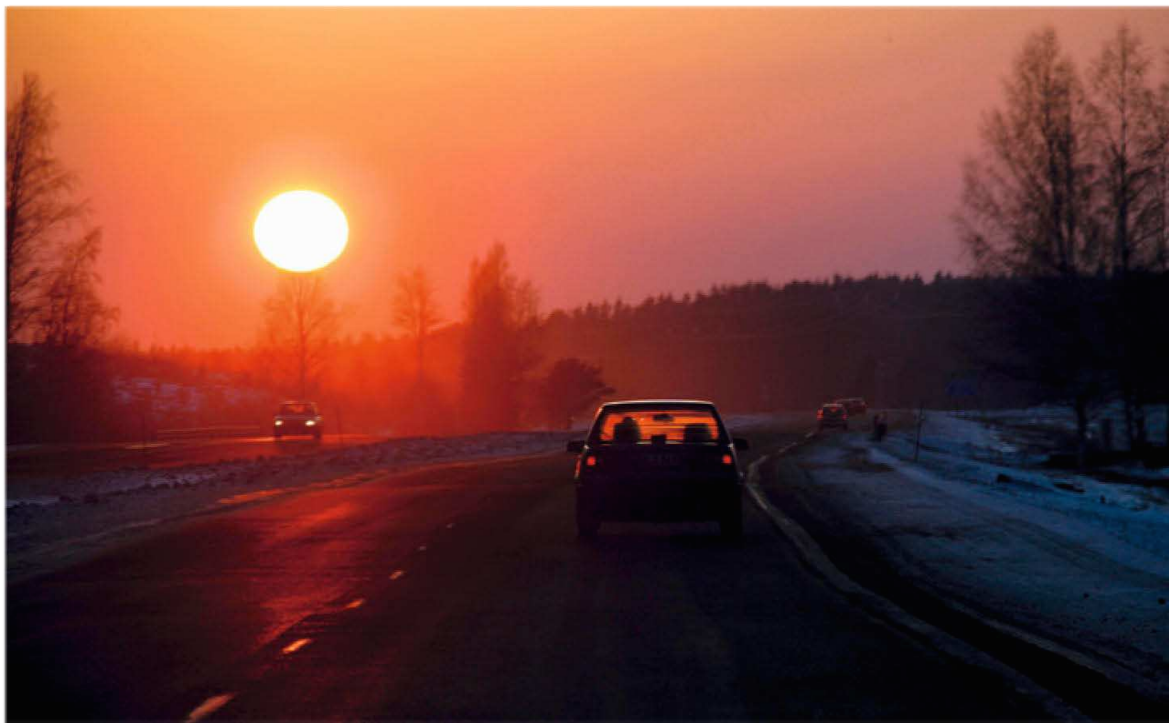
Siroaminen on mikrotason ilmiö, jonka avulla voidaan selittää muun muassa makroskooppiset ilmiöt heijastuminen ja taittuminen. Heijastumisessa valo siroaa aineen atomeista tai molekyyleistä niin, että sironneet valoaallot interferoivat eräässä suunnassa vahvistavasti ja muissa suunnissa valoaaltojen interferenssi on hyvin heikkoa.

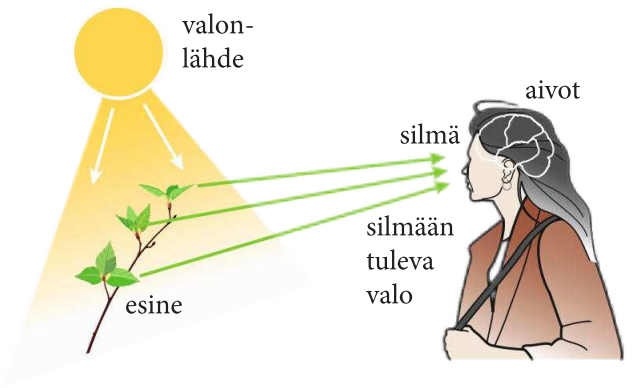



Sinisen valon aallonpituus on pienempi kuin punaisen valon aallonpituus. Sininen valo siroaa ilmakehän molekyyleistä voimakkaasti sivulle. Punainen valo läpäisee ilmakehän.

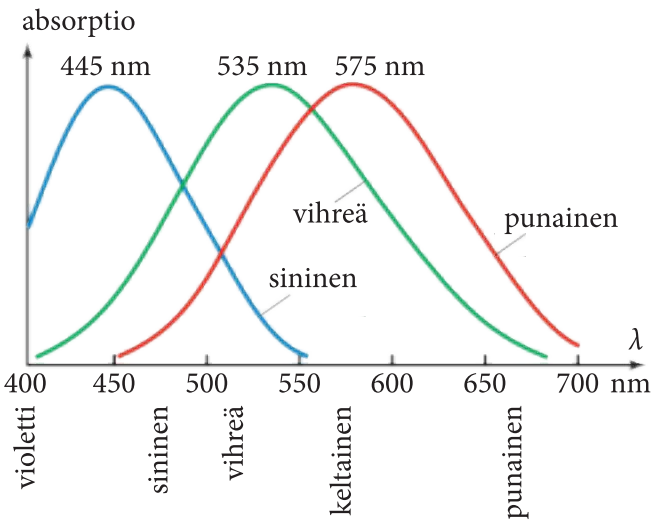
Kuussa ei ole ilmakehää, josta valo siroaa. Kuun taivas on musta.

Näemme iltaruskon punaisena, koska näkyvän valon lyhyet aallonpituudet, sininen valo, siroaa sivulle ja pitkät aallonpituudet, punainen, pääsee ilmakehän läpi.






Väri on kappaleen ominaisuus. Väri on myös valon ominaisuus. Vihreä kasvi absorboi osan valkoisesta valosta niin, että kasvin sirottama valo aistitaan vihreänä. Siten voidaan sanoa, että kasvi sirottaa vihreää valoa. Väri on myös aistimus, sillä katsoja tunnistaa kasvin vihreän värin.



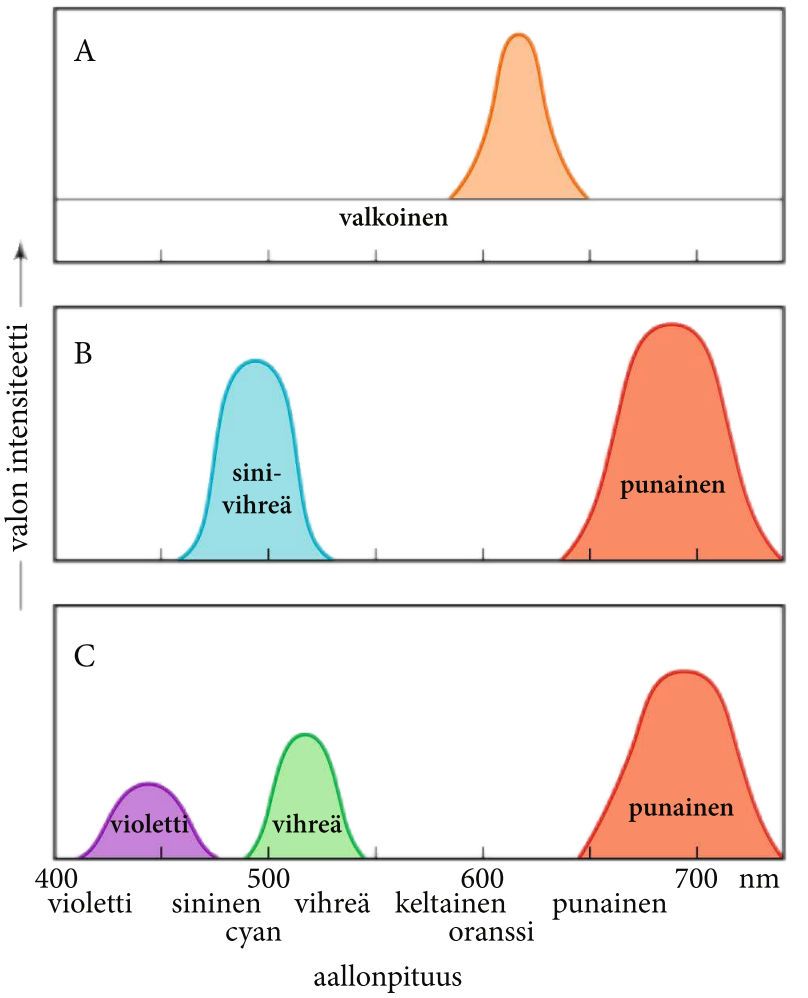

Väriaistimukseen vaikuttaa myös se, että ihmisen silmän herkkyys aistia valoa eri aallonpituuksilla on erilainen. Kuviossa on siniselle, vihreälle ja punaiselle herkkien tappisolujen herkkyysalueet. Sauvasolut aistivat vain valon voimakkuutta.

## Värit ja näkeminen

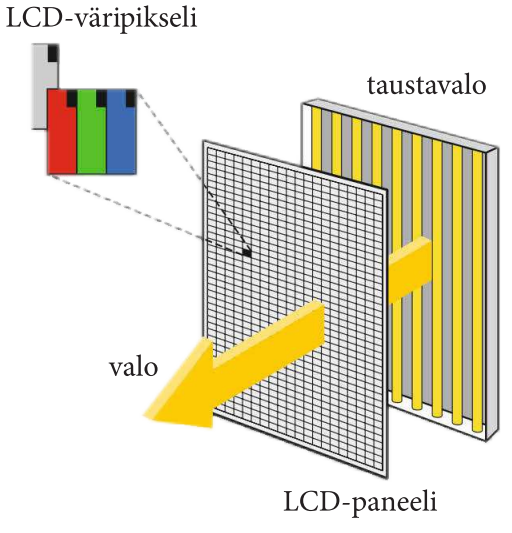
Vanha filosofinen ongelma on, näkevätkö kaikki ihmiset saman punaisen ruusun samanvärisenä eli onko punainen kaikille sama väri. Tähän kysymykseen fysiikka ei voi vastata, mutta aistimuksia tutkimalla on saatu selville, että saman väriaistimuksen voi saada aikaan monella erilaisella valolla, joiden spektri on erilainen.

Väriaistimus riippuu kahdesta seikasta: Toisaalta aistimus riippuu siitä, mitä aallonpituuksia esinettä valaisevassa valossa on ja missä suhteessa. Toisaalta aistimus vaihtelee sen mukaan, minkä aallonpituuksista valoa esineen pinnasta siroaa.

Väriaistimukseen vaikuttaa myös se, että ihmisen silmän herkkyys aistia valoa on erilainen eri aallonpituuksilla. Silmän valoa vastaanottava elin on verkkokalvo, jossa olevia aistinsoluja sanotaan tappi- ja sauvasoluiksi. Tappisoluja on kolme eri lajia: siniselle, vihreälle ja punaiselle herkät solut. Sauvasolut aistivat vain valon voimakkuutta.




Samanlainen väriaistimus voi syntyä monella eri tavalla. Kuvissa A, B ja C on kolmen erilaisen valonlähteen spektrit. Valonlähteet lähettävät valoa eri aallonpituuksilla. Silmä aistii valonlähteiden valon samanlaisena oranssina valona.



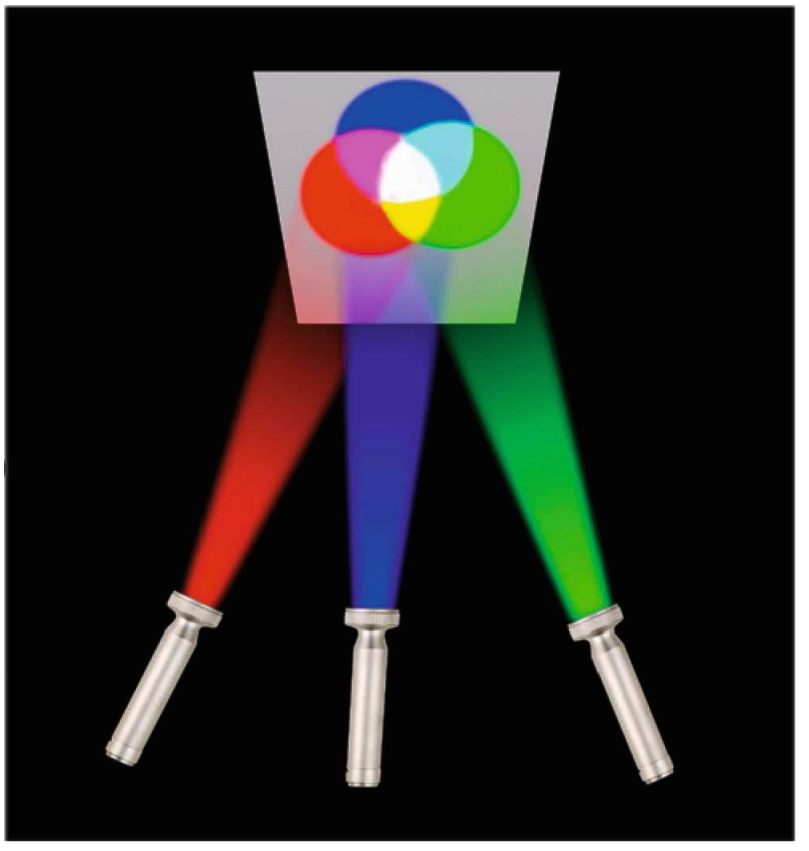

LCD-näyttö on nestekidenäyttö. Ne käyttävät RGB-värejä.

## Yhdistelevä värijärjestelmä ja vähentävä värijärjestelmä

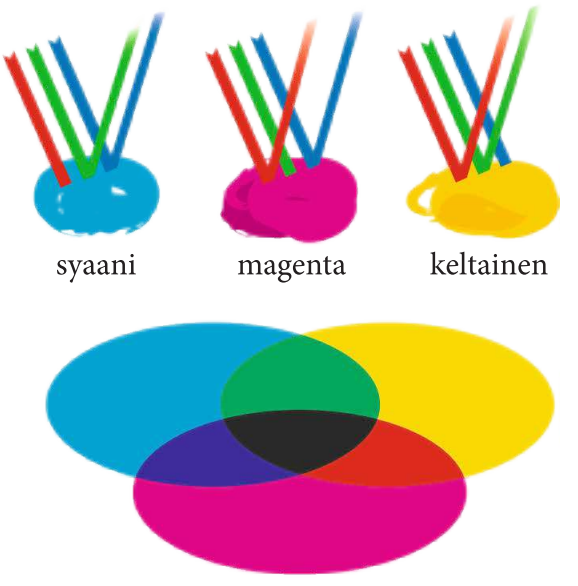
Haluttu väri saadaan aikaan eri tavoin sen mukaan, onko kyseessä tuotetun valon väri vai esimerkiksi värikuvan väri. Valoja yhdisteltäessä puhutaan **additiivisesta** eli **yhdistelevästä värijärjestelmästä**, ja väripigmenttejä yhdistettäessä puhutaan **subtraktiivisesta** eli **vähentävästä järjestelmästä**.

Tunnetuin additiivinen järjestelmä on muun muassa televisioissa käytetty RGB-järjestelmä (Red, Green, Blue). Kun kaikki valon päävärit, punainen, vihreä ja sininen, sekoittuvat toisiinsa, syntyy valkoinen väri. Musta väri syntyy silloin, kun valoa ei ole lainkaan. Valoa lähettävät laitteet, kuten televisiot, tietokonemonitorit ja videoprojektorit, käyttävät RGB-värejä. Myös valoa vastaanottavat laitteet, kuten skannerit ja digitaalikamerat, tallentavat värit RGB-muodossa.

Subtraktiivisista järjestelmistä yleisin lienee CMYK (Cyan, Magenta, Yellow, Key (musta)). Subtraktiivisessa eli vähentävässä järjestelmässä värit muodostuvat, kun valkoisen valon väreistä suodatetaan osa pois. Esimerkiksi syaani väriaine suodattaa valkoisesta valosta pois punaisen komponentin. Valon jäljelle jäävät perusvärit, vihreä ja sininen, aiheuttavat yhdessä syaanin näköaistimuksen. CMYK-järjestelmää käytetään esimerkiksi kirjapainossa, jossa eri värit saadaan aikaan kyseisiä neljää väriä päällekkäin painamalla.

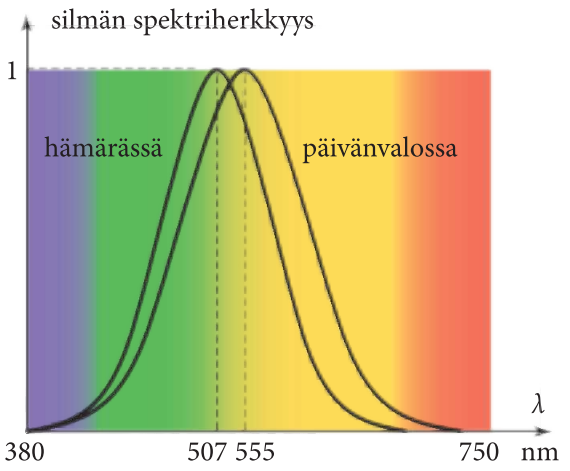


RGB-värijärjestelmä on additiivinen värijärjestelmä.




CMYK-värijärjestelmä on subtraktiivinen värijärjestelmä.

Kynttilän valaistusta mitataan valaistusmittarilla.




Silmän spektriherkkyys.

**Valaistussuureet**
Valaistussuureet ovat tehosuureita.

**Valovoima *I***
Valovoima kuvaa valonlähteen voimakkuutta (intensiteettiä) tarkastelusuunnassa niin, että silmän spektriherkkyys on otettu huomioon.

**Valaistusvoimakkuus *E***
Pistemäisen valonlähteen valaistusvoimakkuus on

$E = \frac{I}{r^2}$,

jossa
$I$ on valonlähteen valovoima ja
$r$ on etäisyys valonlähteestä.

## Valaistussuureet ovat tehosuureita

Hämärässä lukeminen on vaivalloista. Kuutamossa pystyy kuitenkin lukemaan, muttei juuri erota värejä. Värien erottamiseen tarvitaan enemmän valoa kuin mustien kirjainten erottamiseen valkeasta paperista. Valaistukseen liittyviä suureita käsittelevää tieteenalaa kutsutaan **fotometriaksi**.

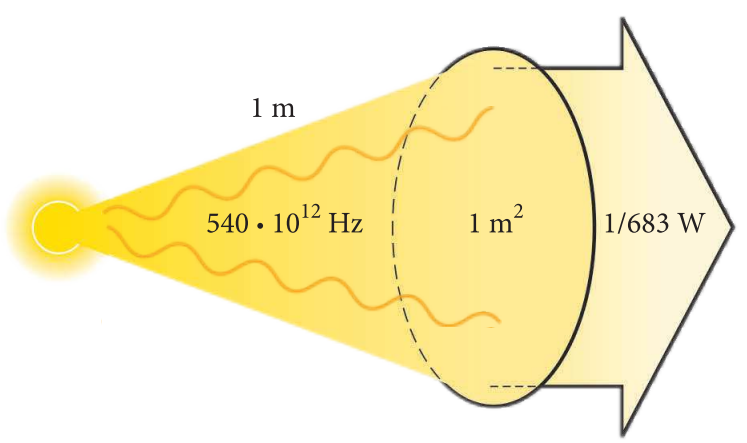
Ihmisen silmällä on ominaispiirteitä, jotka tulee ottaa huomioon, kun määritellään valaistukseen liittyviä suureita. Ensinnäkin silmän aistimus riippuu silmään tulevan valon tehosta eikä esimerkiksi sen energiasta. Tästä seuraa, että tietty kohde näyttää yhtä kirkkaalta riippumatta siitä, kuinka kauan sitä katsotaan. Jos kirkkauden aistimus riippuisi tulevan valon energiasta, kohde kirkastuisi koko ajan, sillä silmä keräisi koko ajan lisää energiaa. Siten valaistussuureiden on oltava tehosuureita.

Toinen silmän erityispiirre on, että sen herkkyys riippuu valaistuksen määrästä ja valon aallonpituudesta. Hyvässä valaistuksessa silmä on herkin valolle, jonka aallonpituus on 555 nm. Hämärässä silmä on herkin valolle, jonka aallonpituus on noin 505 nm. Tästä seuraa, että valolähteen tehokkuuden mittana ei voida näkemisen kannalta pitää sitä, kuinka paljon valolähde kaiken kaikkiaan säteilee. Osa säteilystä saattaa olla sellaista, jota ihmissilmä ei aisti.

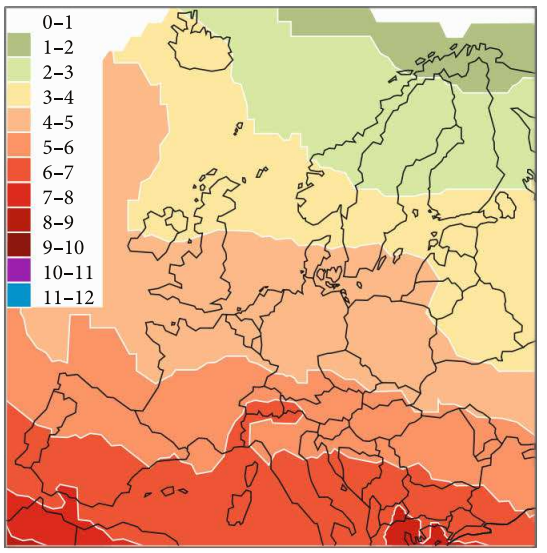
## Valovoima on SI-järjestelmän perussuure

Valaistukseen liittyvä SI-järjestelmän perussuure on **valovoima** $I$. Valovoima määritellään sellaiselle sähkömagneettiselle säteilylle, jota ihmissilmä aistii, eli valolle. Valovoiman yksikkö on kandela, $[I] = 1$ cd. Valovoima on valonlähteeseen liittyvä suure, ei havaitsijaan tai valaistavaan pintaan liittyvä suure.

Suuretta, joka kuvaa valaistusta pinnalla, kutsutaan **valaistusvoimakkuudeksi** $E$. Pistemäisen valonlähteen valaistusvoimakkuus etäisyydellä $r$ valonlähteestä on $E = \frac{I}{r^2}$, jossa $I$ on valonlähteen valovoima. Valaistusvoimakkuuden yksiköksi saadaan $[E] = \frac{[I]}{[r^2]} = 1\,\frac{\text{cd}}{\text{m}^2} = 1\,\text{lx}$. Yksikön nimi on luksi, lx.




Valovoima $I$ kuvaa valonlähteen tehoa, ja valaistusvoimakkuus $E$ kuvaa valaistusta pinnalla. Lamppu, jonka valovoima on 1 cd, aiheuttaa 1 metrin etäisyydelle valaistusvoimakkuuden 1 lx. Tällöin yhden neliömetrin läpi tuleva valoteho on 1/683 W, kun valon aallonpituus on 555 nm.




UV-indeksi on lukuarvo, joka kuvaa UV-säteilyn suurinta voimakkuutta. Mitä suurempi UV-indeksi on, sitä lyhyemmän ajan iho kestää aurinkoa palamatta. Suomessa UV-indeksin suurin arvo on 5…6, ja se saavutetaan keskikesällä keskipäivän aikaan eteläarannikolla.

Tavalliset tummat lasit suojaavat UV-säteilyltä vaihtelevasti. Kannattaa varmistaa, että aurinkolaseissa on UV-suoja.

Seteleissä on turvamerkintöjä, jotka nähdään vain ultraviolettivalossa.

## Ultraviolettisäteilyltä on syytä suojautua

Ultraviolettisäteilyn (UV-säteilyn) aallonpituus on pienempi kuin näkyvän valon. UV-säteily jaetaan kolmeen tyyppiin: UV-A-säteilyn aallonpituus on 320…400 nm, UV-B-säteilyn aallonpituus 280…320 nm ja UV-C-säteilyn 200…280 nm.

UV-säteily haalistaa väripigmenttejä tekstiileissä, sisustuksessa ja tauluissa ja vahingoittaa kasveja. Ilmakehän otsoni vaimentaa UV-C-säteilyä ilmakehän yläosissa. Normaalioloissa tätä elolliselle luonnolle tuhoisaa säteilyä ei pääse ilmakehän alaosiin eikä maanpinnalle.

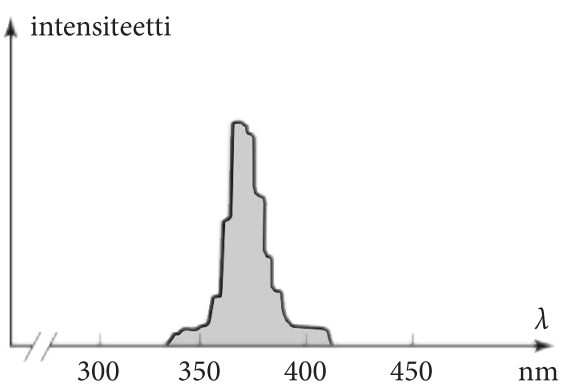
Auringon UV-säteilystä suurin osa on UV-A-säteilyä, joka tunkeutuu ihon syvimpiin kerroksiin ja ruskettaa ihoa. Uusimmat tutkimukset ovat osoittaneet, että myös UV-A-säteily voi edistää ihosyövän syntyä.

UV-B-säteily on paljon polttavampaa kuin UV-A. UV-B-säteily uppoaa vain ihon pintaosiin, ja sen vaikutuksesta ihon pintasolukko lisääntyy ja pigmenttihiukkasten määrä ihossa kasvaa. Paksuuntunut ihokerros vaimentaa tehokkaasti kudoksiin tunkeutuvaa UV-säteilyä, ja yhdessä rusketuksen kanssa se antaa paremman UV-suojan kuin pelkkä rusketus.

Runsas ja pitkäaikainen oleskelu auringonpaisteessa voi altistaa harmaakaihille. Siksi silmät kannattaa suojata aurinkolaseilla. Lasten silmien suojaaminen on erityisen tärkeää, koska lapsen silmän mykiö päästää lävitseen enemmän UV-säteilyä kuin aikuisen ja säteily voi tunkeutua verkkokalvolle asti rappeuttaen sitä.

## Mustavalolamppu lähettää ultraviolettisäteilyä

Mustavaloloistelamppu näyttää tumman violetilta. Lamppu lähettää ultraviolettisäteilyä, jota ihmissilmä ei havaitse. Mustavaloa käytetään moniin tarkoituksiin: Setelien ja luottokorttien aitouden varmistamiseen, pilaantuneiden elintarvikkeiden tunnistamiseen ja muun muassa verijälkien toteamiseen. Mustavalolla voidaan etsiä moottoreiden osista hiushalkeamia, ja sen avulla voidaan tutkia villaraaka-aineiden koostumusta. Lisäksi mustavalolla luodaan tehosteita teattereissa, diskoissa ja ravintoloissa.




Mustavaloloistelampun spektri. Koska ihmisen näköalue alkaa noin 400 nm:stä, mustavalolampun valo nähdään violettina.

## Esimerkki 1 — Väreihin hajaantuminen prismassa

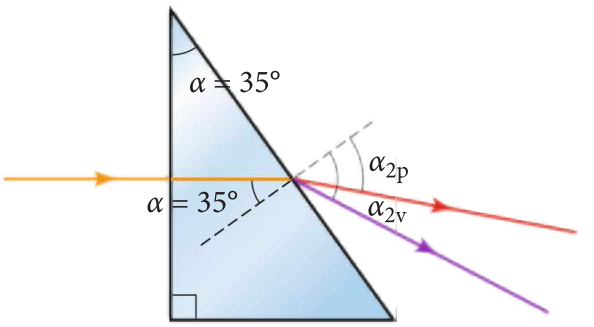
**Kruunulasista valmistetun prisman taittava kulma on 35,0° ja toinen kantakulma 90,0°. Kuinka paljon prisman etupintaa vastaan kohtisuoraan tulevan valkoisen valon a) punainen ja b) violetti valo taittuvat?**

### Ratkaisu

Taittava kulma 35,0°, $\alpha_2 = ?$

Taulukosta kruunulasille: punainen valo $n_1 = 1{,}505$, violetti valo $n_1 = 1{,}525$. Ilmalle $n_2 = 1{,}000$.

Valonsäde, joka tulee pinnan normaalin suunnassa, menee taittumatta läpi. Kuviosta nähdään, että toisen pinnan tulokulma on 35,0°. Valkoinen valo hajoaa väreihin prismassa, eli tapahtuu dispersio.




Taittumislaki valolle: $\dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \dfrac{n_2}{n_1}$.

**a)** Punaiselle valolle

$$\sin\alpha_{2p} = \frac{n_1 \sin\alpha_1}{n_2} = \frac{1{,}505 \cdot \sin 35{,}0^\circ}{1{,}000} = 0{,}863233.$$

Punaisen valon taitekulma on $59{,}6815^\circ \approx 59{,}7^\circ$.

**b)** Violetille valolle $\sin\alpha_{2v} = \dfrac{n_1 \sin\alpha_1}{n_2} = \dfrac{1{,}525 \cdot \sin 35{,}0^\circ}{1{,}000} = 0{,}87470.$

Violetin valon taitekulma on $61{,}0095^\circ \approx 61{,}0^\circ$.

### Vastaus

**a)** Punaisen valon taitekulma on 59,7°.
**b)** Violetin valon taitekulma on 61,0°.

## Esimerkki 2 — Valaistusvoimakkuus

**Kaikkiin suuntiin tasaisesti säteilevän valaisimen valovoima on 240 cd. Laske valaistusvoimakkuus 2,0 m:n päässä valaisimesta.**

### Ratkaisu

$I = 240$ cd, $r = 2{,}0$ m, $E = ?$

Sijoitetaan valaistusvoimakkuuden yhtälöön $E = \dfrac{I}{r^2}$ lukuarvot, jolloin saadaan

$$E = \frac{I}{r^2} = \frac{240\,\text{cd}}{(2{,}0\,\text{m})^2} = 60\,\frac{\text{cd}}{\text{m}^2} = 60\,\text{lx}.$$

### Vastaus

Valaistusvoimakkuus on 60 lx.

## Esimerkki 3 — Valon hajoaminen väreihin hilassa

**Valkoinen valo osuu kohtisuorasti hilaan, jossa on 250 rakoa millimetrillä.**

**a) Kuinka suuri kolmannen kertaluvun spektrissä on sinisen valon taipumiskulma, kun sen aallonpituus on 470 nm? Entä punaisen valon, jonka aallonpituus on 690 nm?**

**b) Kuinka leveä kolmannen kertaluvun spektri syntyy varjostimelle, joka on 75,0 cm:n etäisyydellä hilasta?**

### Ratkaisu

250 rakoa/mm, $\lambda_s = 470$ nm, $\lambda_p = 690$ nm, $L = 75{,}0$ cm

Valon suunta saadaan hilayhtälöstä $d\sin\theta = k\lambda$.

Hilavakio $d$ on kahden vierekkäisen raon välinen etäisyys, joka on nyt $d = \dfrac{1\text{ mm}}{250} = \dfrac{10^{-3}\text{ m}}{250} = 4{,}00 \cdot 10^{-6}\text{ m}$.

Ratkaistaan hilayhtälöstä suuntakulman sini, $\sin\theta = \dfrac{k\lambda}{d}$, ja kaavaan tunnetut arvot.

**a)** $\theta_s = ?, \quad \theta_p = ?$

Sinisen valon kolmannen sivumaksimin suunta $\theta_s$:

$$\sin\theta_s = \frac{3 \cdot 470 \cdot 10^{-9}\text{ m}}{4{,}00 \cdot 10^{-6}\text{ m}} = 0{,}3525, \text{ joten } \theta_s = 20{,}6403° \approx 20{,}6°.$$

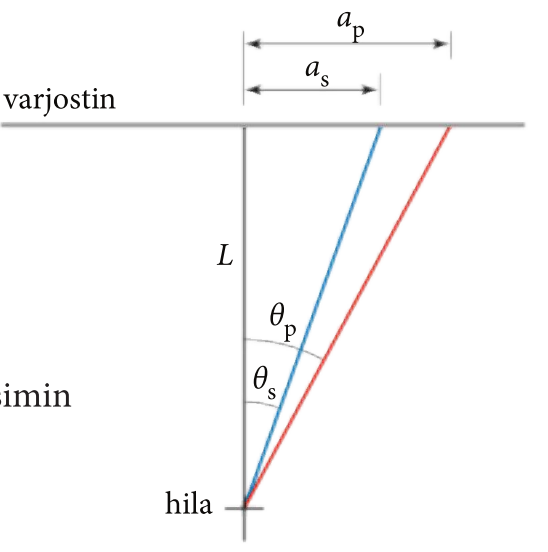
Punaiselle valolle vastaavasti:

$$\sin\theta_p = \frac{3 \cdot 690 \cdot 10^{-9}\text{ m}}{4{,}00 \cdot 10^{-6}\text{ m}}, \text{ joten } \theta_p = 31{,}1647° \approx 31{,}2°.$$

**b)** Piirretään tilanteesta kuva. Merkitään sinisen valon kolmannen sivumaksimin etäisyyttä päämaksimista tunnuksella $a_s$ ja punaisen valon sivumaksimin etäisyyttä tunnuksella $a_p$. Merkitään hilan etäisyyttä varjostimesta tunnuksella $L$.

Kuvasta nähdään, että

$\tan\theta_s = \dfrac{a_s}{L}$ ja $\tan\theta_p = \dfrac{a_p}{L}$.




Yhtälöistä voidaan ratkaista etäisyydet $a_s$ ja $a_p$:

$a_s = L\tan\theta_s$ ja $a_p = L\tan\theta_p$.

Punaisen ja sinisen sivumaksimin välinen etäisyys on siten

$$\begin{aligned} a_p - a_s &= L\tan\theta_p - L\tan\theta_s \\ &= L\left(\tan\theta_p - \tan\theta_s\right) \\ &= 75{,}0\text{ cm} \cdot \left(\tan 31{,}1647° - \tan 20{,}6403°\right) \\ &= 17{,}1076\text{ cm} \approx 17{,}1\text{ cm}. \end{aligned}$$

### Vastaus

**a)** Kolmannen kertaluvun spektrissä sinisen valon taipumiskulma on 20,6° ja punaisen valon 31,2°.

**b)** Kolmannen kertaluvun spektrin leveys on 17,1 cm.

**Tiivistelmä**

- Auringon valo on valkoista valoa.
- Valon hajoaminen väreihin taittumisen seurauksena on dispersio.
- Prismassa violetti valo taittuu eniten ja punainen valo vähiten.
- Hilassa punainen valo taipuu eniten ja violetti vähiten.
- Additiivisessa värijärjestelmässä yhdistellään valoja.
- Subtraktiivisessa järjestelmässä yhdistellään väripigmenttejä, jotka suodattavat valoa.
- Valaistussuureet ovat tehosuureita.
- Valovoima kuvaa valonlähteen voimakkuutta.
- Pistemäisen valonlähteen valaistusvoimakkuus on $E = \frac{I}{r^2}$.

## Perustehtävät

**177.** Mitä seuraavista voidaan pitää valonlähteinä?
**a)** kynttilän liekki
**b)** elokuvateatterin valkokangas
**c)** Aurinko
**d)** päällä olevan television ruutu
**e)** palava soihtu
**f)** peili
**g)** juliste huoneen seinällä

**178.** Kun olet sytyttänyt kynttilän pimeässä huoneessa, näet sekä kynttilän liekin että itse kynttilän. Mikä seuraavista väitteistä parhaiten selittää syyn kynttilän näkemiseen?
**a)** Liekin lähettämä valo heijastuu silmistäsi ja osuu kynttilään.
**b)** Liekin valo johtuu kynttilän sisään. Jotakin johtuneesta valosta vuotaa kynttilästä myös silmiisi.
**c)** Liekin valo täyttää huoneen, ja se heijastuu eri esineistä huoneessa. Valoa heijastuu myös kynttilästä, ja heijastuva valo osuu silmiisi.
**d)** Kynttilän lämpö aiheuttaa sen, että kynttilän materiaali tulee lämpimämmäksi ja se alkaa hehkua. Hehkun valo osuu silmiisi.

**179.** **a)** Selitä, miksi Maassa taivas on sininen, mutta Kuussa taivas on musta.
**b)** Entä miksi auringonlasku ja -nousu ovat punertavia?

**180.** **a)** Mitä tarkoitetaan valon dispersiolla?
**b)** Missä voit havaita valon dispersion?
**c)** Mistä valon dispersio johtuu?

**181.** Kruunulasista valmistetun prisman taittava kulma on 35,0° ja toinen kantakulma 90°. Kuinka paljon prisman etupintaa vastaan kohtisuoraan tulevan valkoisen valon oranssi valo taittuu? Mitä havaitset, kun vertaat tulosta esimerkin 1 tuloksiin? Esim. 1

**182.** Miksi valaistussuureet ovat tehosuureita?

**183.** **a)** Mitä seikkoja on otettava huomioon työpisteen valaistusta suunniteltaessa?
**b)** Mitä valaistuspuutteita tai -heikkouksia voit mainita kotoa ja koulusta? Miten niitä voitaisiin parantaa?

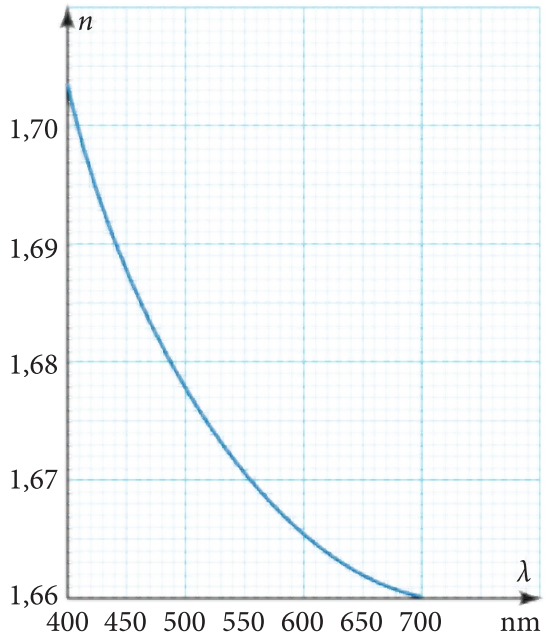
**184.** Valkoinen valo osuu kohtisuorasti hilaan, jossa on 450 rakoa millimetrillä. Kuinka suuri neljännen kertaluvun spektrissä on violetin valon taipumiskulma, kun sen aallonpituus on 450 nm? Entä punaisen valon, jonka aallonpituus on 720 nm? Esim. 3

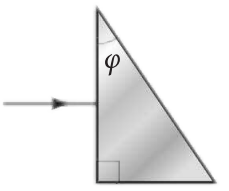
## Soveltavat tehtävät

**185.** Miten auringonvalon, hehkulampun valon ja loisteputken valon spektrit poikkeavat toisistaan?

**186.** **a)** Selvitä, miten valonsäde kulkee pallon muotoiseksi oletetun vesipisaran läpi sateenkaaren syntyessä.
**b)** Joskus kirkkaan pääsateenkaaren lisäksi nähdään sen ulkopuolella kulkeva sivusateenkaari. Millä tavalla sivusateenkaari poikkeaa pääsateenkaaresta?
**c)** Miksi sateenkaari liikkuu katsojan liikkuessa?

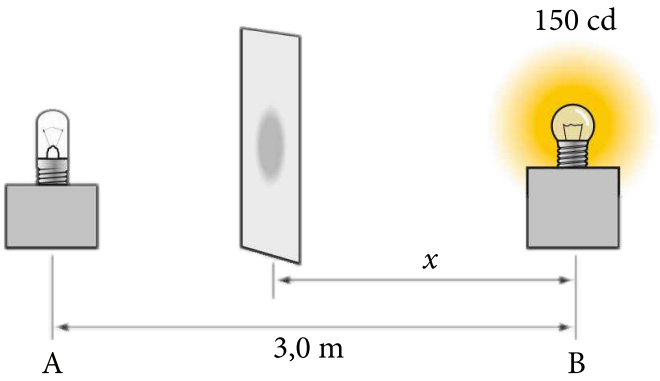
**187.** Piilasin taitekerroin riippuu valon aallonpituudesta oheisen kuvion mukaisesti. Elohopeapurkausputkesta tuleva valonsäde osuu kohtisuorasti piilasiprismaan (kuvio). Valo sisältää mm. violetin komponentin (aallonpituus 405 nm) ja punaisen komponentin (aallonpituus 690 nm). Prisman taittava kulma $\varphi$ on 34,00°. Kuinka suuri on violetin säteen ja punaisen säteen välinen kulma prisman läpi kulkeneessa valossa?
(Yo syksy 1998, teht. 13)




**188.** Lamppu, jonka valovoima on 1,0 cd, aiheuttaa 1,0 metrin etäisyydelle valaistusvoimakkuuden 1,0 lx.
**a)** Kuinka suuri valaistusvoimakkuus on samassa suunnassa 2,0 metrin päässä?
**b)** Kuinka suuri täytyy lampun valovoiman olla, jotta valaistusvoimakkuus myös 2,0 metrin päässä olisi 1,0 lx?

**189.** Kaksi valonlähdettä sijoitettiin kuvan mukaisesti 3,00 metrin etäisyydelle toisistaan. Lampun A valovoima on 150 cd. Lamppujen välissä olevassa paperissa on rasvatäplä. Rasvatäplä häviää näkyvistä, kun paperi on sellaisessa kohdassa, jossa molempien lamppujen valaistusvoimakkuus on yhtä suuri. Kokeessa havaittiin, että täplä häviää, kun paperin etäisyys $x$ lampusta A on 1,90 m. Kuinka suuri lampun B valovoima on?

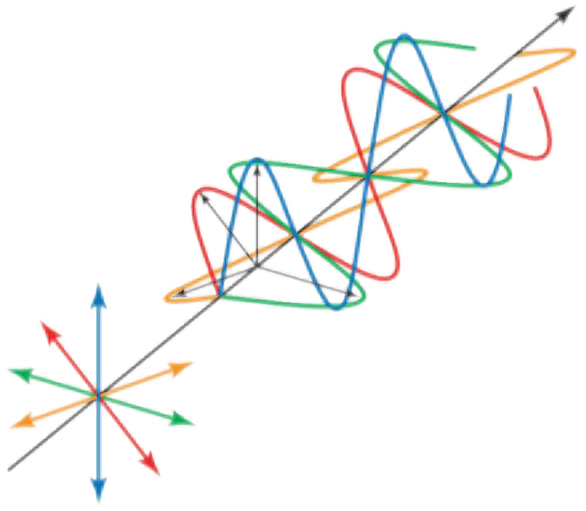



**190.** Erään lampun valaistusvoimakkuus 1,0 metrin päässä on 65 lx.
**a)** Piirrä käyrä, joka kuvaa valaisimen valaistusvoimakkuutta etäisyyksillä 1,0…5,0 m.
**b)** Määritä graafisen esityksen avulla, kuinka suuri valaistusvoimakkuus on 2,7 metrin päässä.

**191.** Auton valonheittimen valovoima on 32 000 cd. Mikä on valaistusvoimakkuus seuraavilla etäisyyksillä suoraan valaisimesta?
**a)** 1,0 m **b)** 2,0 m **c)** 50,0 m

# 13 Valon polarisaatio

Ilman molekyyleistä sironnut valo on osittain polarisoitunutta.



Polarisoitumattomassa valossa sähkökenttä värähtelee kaikissa suunnissa. Kaksipäinen nuoli kuvaa sähkökentän värähtelytasoa.

**Polarisoitunut valo**
Valo on lineaarisesti polarisoitunutta, jos sähkökenttä värähtelee vain yhdessä tasossa. Tällaista valoa sanotaan usein myös täysin polarisoituneeksi valoksi.

## Valoa mallinnetaan sähkö- ja magneettikentän aaltoina

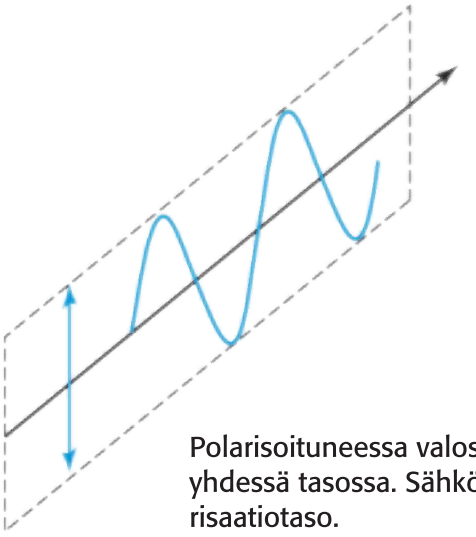
Valo on sähkömagneettisen säteilyn tutuin laji. Valon kuvaamiseen käytettävän aaltomallin mukaan valo esitetään sähkö- ja magneettikentän aaltoina. Kun valo etenee, sähkö- ja magneettikenttä värähtelee kaikissa valon etenemissuuntaa vastaan kohtisuorissa suunnissa. Valo on poikittaista aaltoliikettä. Kentän käsitteeseen tutustutaan tarkemmin myöhemmillä kursseilla.

Valon polarisaation yhteydessä tarkastellaan aina sähkökentän värähtelytasoa. Kun sähkökenttä värähtelee kaikissa suunnissa, jotka ovat kohtisuorassa valon etenemissuuntaa vastaan, valo on **polarisoitumatonta**. Yksi tapa esittää polarisoitumaton valo on piirtää etenemissuuntaan vastaan kohtisuoria kaksipäisiä nuolia. Nuoli kuvaa tasoa, jossa sähkömagneettinen aalto värähtelee.

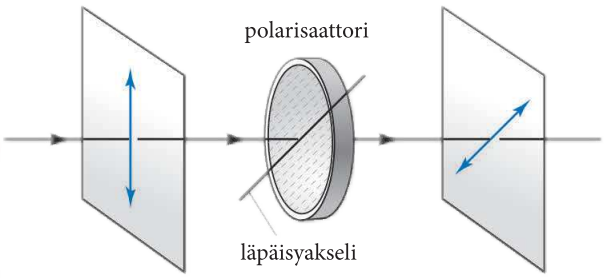
## Polarisoituneen valon sähkökenttä värähtelee vain yhdessä suunnassa

Jos sähkökentän värähtely on heikentynyt jossain suunnassa, valo on **osittain polarisoitunutta**. Valo on lineaarisesti polarisoitunutta, jos sähkökenttä värähtelee vain yhdessä tasossa, **polarisaatiotasossa**. Tällaista valoa sanotaan usein myös **täysin polarisoituneeksi** valoksi.

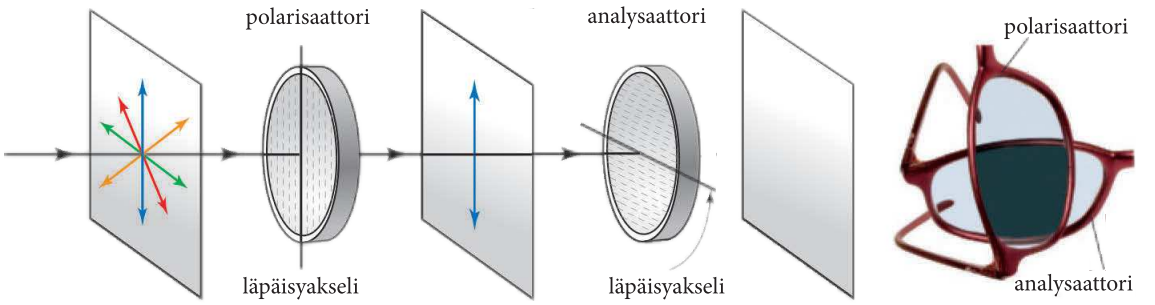
Polarisoitumattomasta valosta saadaan polarisoitunutta esimerkiksi polarisoivan kalvon avulla. Polarisoiva kalvo absorboi hyvin tehokkaasti valon sähkökentän värähtelyn energiaa tietyssä tasossa. Samalla valon intensiteetti eli voimakkuus pienenee.



Polarisoituneessa valossa sähkökenttä värähtelee vain yhdessä tasossa. Sähkökentän värähtelytaso on polarisaatiotaso.




Osa lineaarisesti polaroituneesta valosta pääsee polarisaattorilevyn läpi, kunhan valon polarisaatiotaso ei ole kohtisuorassa levyn läpäisyakselia vastaan.




Kun kaksi polarisaattorilevyä on asetettu peräkkäin, ensimmäistä levyä sanotaan polarisaattoriksi ja jälkimmäistä analysaattoriksi. Jos analysaattorin läpäisyakseli on kohtisuorassa polarisaattorin akselia vastaan, polarisaattorilevyjen läpi ei tule valoa.

## Polarisoivaa levyä sanotaan polarisaattoriksi

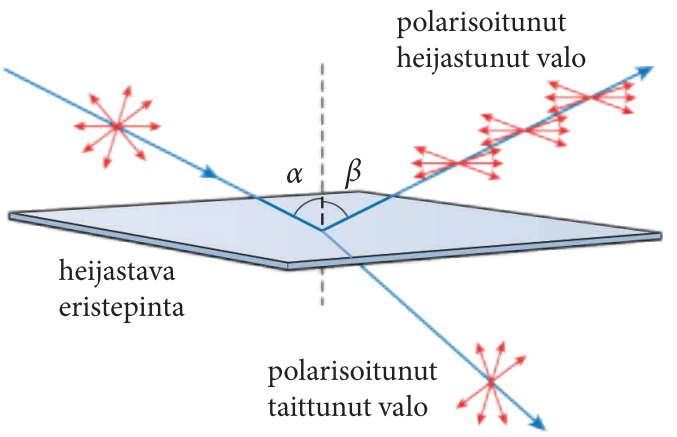
Polarisoivasta aineesta tehtyä levyä sanotaan **polarisaattoriksi**. Polarisaattorin läpi kulkeneessa valossa sähkökenttä värähtelee vain polarisaatiotasossa. Polarisaatiotason määrää **polarisaattorin läpäisyakselin** suunta.

Polarisaattori kiertää myös polarisoidun valon polarisaatiotason läpäisyakselinsa suuntaiseksi. Jos läpäisyakseli on polarisaatiotason suuntainen, valo ei heikkene. Jos läpäisyakseli on kohtisuorassa polarisaatiotasoa vastaan, polarisaattorin läpi ei pääse valoa. Kaikissa muissa tilanteissa valo pääsee osittain levyn läpi ja polarisaatiotason suunta muuttuu.

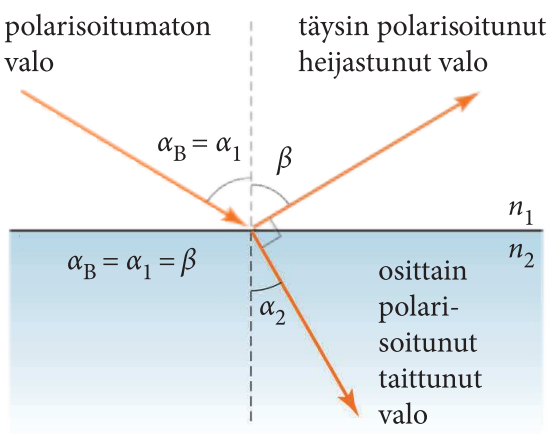
Häiritsevät heijastukset tulevat pääasiassa vaakasuorilta pinnoilta, kuten järven tai lätäkön pinnalta, jolloin valo on polarisoitunut vaakasuunnassa. Siksi polarisoivien aurinkolasien läpäisyakseli on pystysuunnassa. Alemmassa kuvassa huomataan, miten polarisoivan kalvon läpi katsottaessa kiilto vedenpinnalta on vähentynyt.

## Eristeen pinnasta heijastunut valo on polarisoitunutta

Sähköä eristävän aineen eli eristeen pinnasta heijastunut valo on aina ainakin osittain polarisoitunutta. Heijastuneessa valossa sähkökentän värähtely on pääasiassa heijastavan pinnan suuntaista. Myös pinnan läpi mennyt valo on polarisoitunutta, mutta siinä värähtely on voimakkainta tulevan ja heijastuneen valonsäteen määräämässä tasossa. Johdemateriaalista, esimerkiksi metallilevystä, heijastunut valo ei ole polarisoitunutta.




Eristeestä heijastunut valo on polarisoitunutta. Johteen pinnasta heijastunut valo ei ole polarisoitunutta.




Brewsterin lain mukaan heijastunut valonsäde on täysin polarisoitunut, kun heijastuneen ja taittuneen säteen välinen kulma on suora. Tällöin taitekulman ja heijastumiskulman summa on 90°.

**Brewsterin kulma**

Kahden eristeen rajapinnasta heijastunut valo on täysin polarisoitunut, kun $\tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$, jossa

$\alpha_B$ on tulokulma ja

$n_1$ ja $n_2$ ovat aineiden taitekertoimet.

Kulmaa $\alpha_B$ sanotaan Brewsterin kulmaksi.

## Brewsterin laki

Skotlantilainen David Brewster teki vuonna 1815 huomion, jota kutsutaan **Brewsterin laiksi**: heijastunut valo on täysin polarisoitunutta, kun rajapinnasta heijastunut ja pinnan läpi taittunut valonsäde ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

Taittumislain mukaan tulokulman $\alpha_1$ ja taitekulman $\alpha_2$ sinien suhde on $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$.

Brewsterin laista seuraa, että heijastunut säde on täysin polarisoitunut, kun heijastuskulma $\beta$ toteuttaa ehdon $\beta + \alpha_2 + 90° = 180°$, josta $\alpha_2 = 90° - \beta$.

Heijastumislain mukaan heijastuskulma on yhtä suuri kuin tulokulma, $\beta = \alpha_1$. Jos näitä kulmia merkitään yhteisellä tunnuksella $\alpha_B$, niin trigonometristen funktioiden ominaisuuksien perusteella taittumislaki saa muodon

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{\sin\alpha_B}{\sin(90° - \alpha_B)} = \frac{\sin\alpha_B}{\cos\alpha_B} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Täydellisen polarisaation tulokulmalle eli **Brewsterin kulmalle** saadaan näin ehto $\tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$.

## Polarisoituneelle valolle on paljon sovelluksia

Edellä jo todettiin, että eristeaineen, esimerkiksi veden, lasin tai maantien, pinnasta heijastunut valo on osittain tai täysin polarisoitunutta. Siksi muun muassa veneilijät ja autoilijat voivat poistaa häiritseviä heijastuksia polarisoivilla aurinkolaseilla.

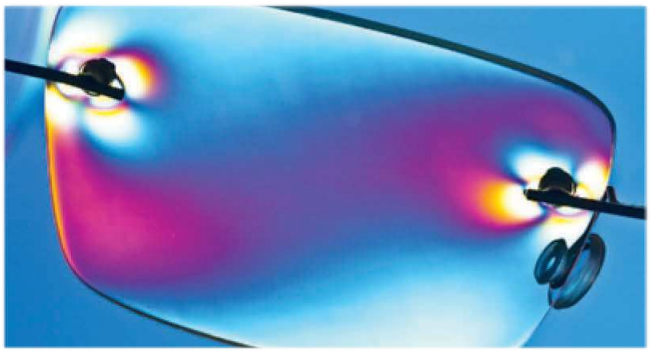
Laskimissa, tietokoneissa ja matkapuhelimissa on nestekidenäyttöjä. Nestekidenäytössä on valoa polarisoivaa nestettä suljettu pieniin sähköisesti ohjattuihin soluihin. Nämä solut on sijoitettu kahden läpinäkyvän polarisoivan levyn väliin. Sähköisesti ohjaamalla saadaan nestekide päästämään valoa lävitse tai estämään valon läpimeno.

Väliaineen hiukkasista sironnut valo on polarisoitunutta. Siten myös ilmakehässä sironnut auringonvalo on polarisoitunutta. Mehiläiset osaavat käyttää hyväkseen suunnistamisessa taivaansinen polarisaatiota. Arvellaan, että osa linnuistakin osaa hyödyntää polarisoitua valoa suunnistuksessa. Myös sateenkaaren valo on polarisoitunutta.

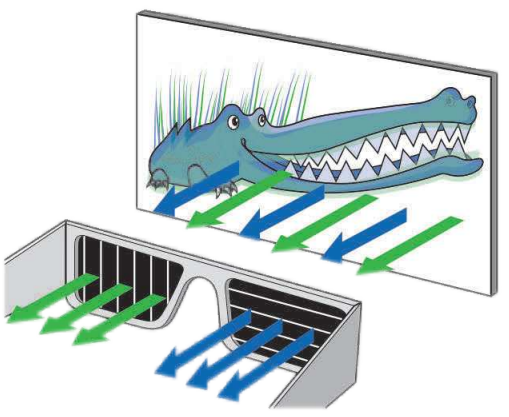
Laserin lähettämä valo on polarisoitua.

Lasi- ja muoviesineisiin voi jäädä sisäisiä jännitystiloja, kun ne kovettuvat valmistusvaiheessa. Polarisoituneessa valossa nähdään nämä jännityspisteet. Esimerkiksi auton takalasin jännitykset näkyvät värillisinä alueina polarisoivilla aurinkolaseilla.

Jotkin aineet kääntävät polarisaatiotasoa valon kulkiessa niiden läpi. Esimerkiksi sokeriliuoksen väkevyys voidaan määrittää mittaamalla polarisaatiotason kiertyminen.



Muoviesineen jännityspisteet voidaan nähdä polarisoituneessa valossa.



Elokuvan kolmiulotteinen illuusio voidaan toteuttaa niin, että valkokankaalle tai television kuvaruudulle yhdistetään kaksi kuvaa, joista toinen on vaakapolarisoitu ja toinen pystypolarisoitu. Polarisoivien silmälasien avulla kumpikin silmä näkee eri kuvan.

## Esimerkki 1 — Brewsterin laki

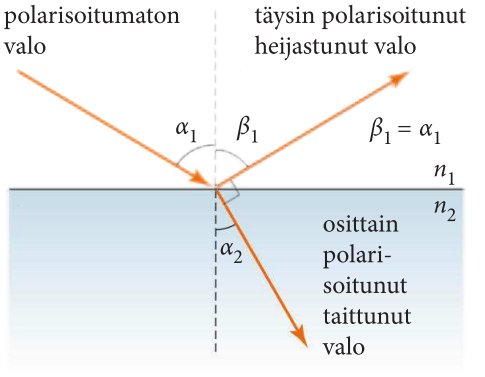
**Missä kulmassa valon on tultava ilmasta lasiin, jonka taitekerroin on 1,51, jotta heijastunut säde olisi kokonaan polarisoitunut?**

### Ratkaisu

Taitekertoimet: ilma $n_1 = 1{,}00$ ja lasi $n_2 = 1{,}51$, $\alpha_B = ?$

Brewsterin lain mukaan kahden läpinäkyvän aineen rajapinnasta heijastuva valo on täydellisesti polaroitunutta, kun heijastuneen ja taittuneen säteen välinen kulma on suora.

Brewsterin laista ja taittumislaista seuraa ehto tulokulmalle eli Brewsterin kulmalle: $\tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$.




Sijoittamalla lukuarvot saadaan

$\tan\alpha_B = \frac{1{,}51}{1{,}00} = 1{,}51$, josta

$\alpha_B = 56{,}485 \approx 56{,}5°$.

### Vastaus

Tulokulman on oltava 56,5°.

## Esimerkki 2 — Polarisaatio heijastuneessa valossa

**Selosta lyhyesti, mihin fysikaalisiin ilmiöihin seuraavat perustuvat:**

**a) Polarisoivat aurinkolasit vähentävät häikäisyä.**

**b) Laserin valo suunnataan vinosti lasilevyn pintaan. On mahdollista, että tietyllä tulokulman arvolla pinnasta ei heijastu lainkaan valoa.**

### Ratkaisu

**a)** Häikäisyn aiheuttaa heijastunut valo. Esimerkiksi lumesta tai vedestä heijastunut valo on polarisoitunutta. Heijastuneessa valossa värähtelytaso on heijastavan pinnan suuntainen. Polarisoivat aurinkolasit poistavat valosta tämän värähtelytason.

**b)** Kun valo osuu lasin pintaan Brewsterin kulmassa $\alpha_B$, heijastuneesta valosta puuttuu kokonaan lasipinnan normaalin ja säteen määräämän tason suuntainen värähtelytaso, toisin sanoen vain lasin pinnan suuntainen värähtelytaso heijastuu. Jotta laserin valoa ei heijastuisi lainkaan, laserin valo täytyy suunnata lasin pintaan tulokulmassa $\alpha_B$ ja valon polarisaatiotason on oltava lasilevyn pintaa vastaan kohtisuorassa.

**Tiivistelmä**

- Valo on sähkömagneettista aaltoliikettä.
- Kun sähkökenttä värähtelee kaikissa suunnissa, valo on polarisoitumatonta.
- Kun sähkökenttä värähtelee vain yhdessä suunnassa, valo on lineaarisesti polarisoitunutta.
- Eristeestä heijastunut valo polarisoituu.
- Eristeestä heijastunut valo on täysin polarisoitunutta, kun rajapinnasta heijastunut ja pinnan läpi mennyt valonsäde ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.
- Brewsterin kulma saadaan yhtälöstä $\tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$.

## Perustehtävät

**192.** **a)** Millaista polarisoitumaton valo on?
**b)** Millaista polarisoitunut valo on?
**c)** Mitä polarisoituminen osoittaa valon luonteesta?
**d)** Miten valon polarisoituminen voidaan todentaa? Esim. 2

**193.** Miksi ääniaaltoja ei voi polarisoida? Esim. 2

**194.** **a)** Miksi veneilijät ja autoilijat suosivat polarisoivia aurinkolaseja? Esim. 2
**b)** Rakennuksen julkisivu päällystetään teräksellä. Teräslevyt odottavat maassa asennusta kirkkaassa auringonpaisteessa. Kannattaako rakentajan hankkia polarisoivat aurinkolasit häikäisyn pienentämiksi? Esim. 2
**c)** Millä tavalla voit tarkastaa kaupassa, ovatko valitsemasi aurinkolasit polarisoivat?

**195.** Miksi veden pinnan läpi esimerkiksi kaloja tai kasveja kuvattaessa kamerassa käytetään yleensä polarisaatiosuodatinta? Esim. 2

**196.** Tutki polarisoivan kalvon avulla esimerkiksi matkapuhelimen, laskimen, tietokoneen tai television näyttöruutua. Mitä huomaat? Miksi?

**197.** **a)** Mikä on Brewsterin laki?
**b)** Kruunulasista ilmaan heijastunut keltainen valo polarisoituu täydellisesti, kun sen tulokulma on 56,5°. Laske valon taitekulma.
**c)** Piirrä tuleva, taittunut ja heijastunut valonsäde b-kohdan tapauksessa ja merkitse kuvaan kulmien suuruudet. Esim. 1

**198.** Missä kulmassa punaisen valon, jonka aallonpituus on 760,8 nm, on tultava ilmasta etanolin rajapintaan, jotta pinnasta heijastunut valo olisi täysin polarisoitunutta? Etanolin taitekerroin kyseisellä aallonpituudella on 1,358. Esim. 1

**199.** Etsi tietolähteistä:
**a)** Missä arkielämän olosuhteissa kohtaat polarisoitunutta tai osittain polarisoitunutta valoa?
**b)** Miten polarisaatiota hyväksi käyttäen elokuvien kolmiulotteinen illuusio on toteutettu?

## Soveltavat tehtävät

**200.** **a)** Millä tavalla polarisoivat aurinkolasit ovat tavallisia aurinkolaseja paremmat?
**b)** Mitä haittaa polarisoivista aurinkolaseista voi olla?

**201.** Missä kulmassa keltaisen valon, jonka aallonpituus on 589 nm, on tultava ilmasta
**a)** veden,
**b)** jään rajapintaan,
jotta se olisi täysin polarisoitunutta? Veden taitekerroin kyseisellä aallonpituudella on 1,33 ja jään 1,31.

**202.** Lasisen puutarhapöydän pinnasta heijastuva auringonvalo on täysin polarisoitunutta, kun valo osuu lasin pintaan kulmassa 56,8°. Määritä lasin taitekerroin.

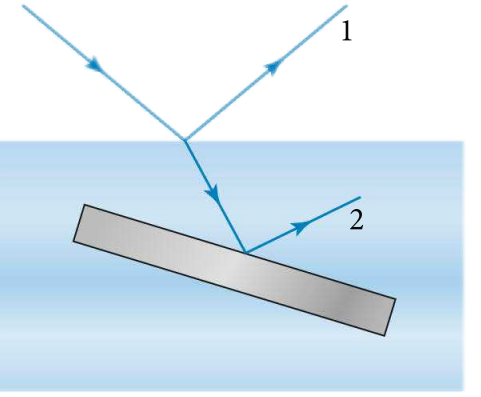
**203.** Laser lähettää lineaarisesti polarisoitua valoa. Millä tavoin tämä valo tulee suunnata lasilevyn pintaan, jottei valo lainkaan heijastuisi? Lasin taitekerroin on 1,52. (Yo syksy 1994, teht. 10)

**204.** **a)** Mitkä kokeet osoittavat, että valoa voidaan pitää aaltoliikkeenä ja nimenomaan poikittaisena aaltoliikkeenä?
**b)** Laservalo, jonka taajuus on $4{,}74 \cdot 10^{14}$ Hz, kulkee kohtisuoraan mikroskopiassa käytettävän peitelasin läpi. Lasin paksuus on 0,100 mm ja taitekerroin 1,509. Kuinka monta aallonpituutta valonsäteessä on lasin matkalla? (Yo syksy 1996, teht. 6)

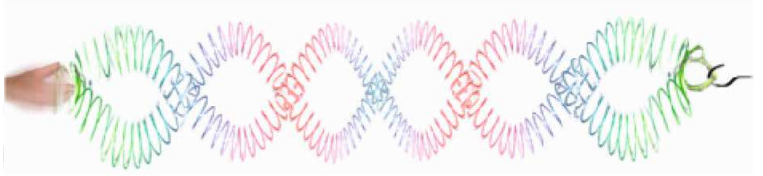
**205.** Lasista ilmaan heijastunut valo polarisoituu täydellisesti, kun valon tulokulma on 55°.
**a)** Laske valon taitekulma.
**b)** Kuinka suuria ovat lasin taitekerroin ja valon etenemisnopeus lasissa?

**206.** Ihailet maisemia jyrkkäseinäisellä vuorenharjanteella. Alhaalla olevan pienen vesilampareen tyynestä pinnasta heijastuva auringonvalo osuu suoraan silmiisi. Kun panet polarisoivat aurinkolasit silmillesi, havaitset heijastuneen valon häviävän lähes kokonaan.
**a)** Selitä ilmiö.
**b)** Kartasta näet, että vaakasuora etäisyys lampareeseen on 150 m. Kuinka paljon tarkastelukohtaasi alempana lammen pinta on? (Yo syksy 2004, teht. 12)

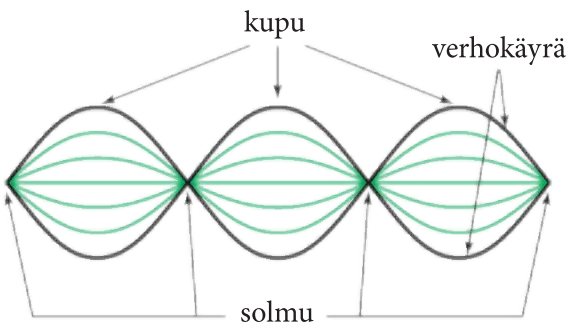
**207.** Valo osuu veden pintaan siten, että heijastuva valo (säde 1 oheisessa kuviossa) on täysin polarisoitunutta.
**a)** Laske valon tulokulma.
**b)** Kun taittunut valo heijastuu veteen asetetun lasilevyn pinnasta (säde 2), tämä valo on myös täysin polarisoitunutta. Laske lasilevyn ja veden pinnan välinen kulma. Ilman taitekerroin on 1,00, veden 1,33 ja lasin 1,56. (Yo syksy 1987, teht. 10)



# 14 Seisova aaltoliike jännitetyssä kielessä



Kun jousta heilutetaan sen vapaasta päästä, jousessa nähdään etenevän aaltoja. Aallot heijastuvat jousen toisesta päästä. Hetken päästä näyttää kuin jousi värähtelisi paikoillaan.




Seisovassa aaltoliikkeessä vierekkäisten kupujen ja vierekkäisten solmujen etäisyys on aallonpituuden puolikas.

## Seisova aaltoliike ei etene eikä kuljeta energiaa

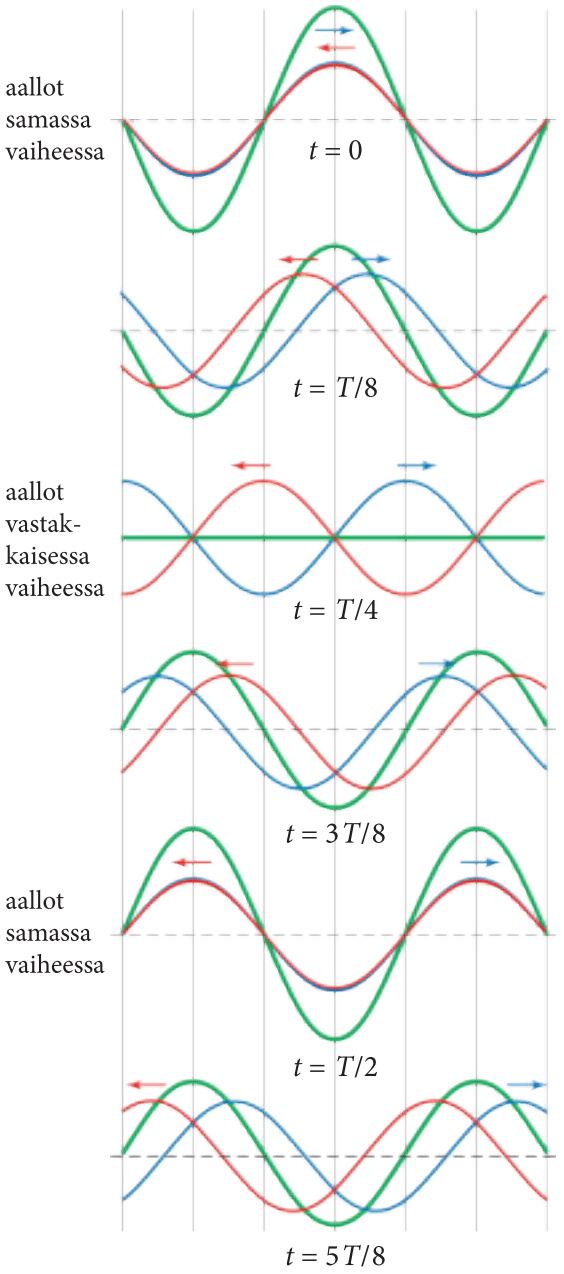
Kun toisesta päästä seinään kiinnitettyyn ja venytettyyn jouseen lähetetään aaltoja jousen vapaasta päästä, aallot heijastuvat jousen kiinnitetystä päästä. Vastakkaisiin suuntiin kulkevat aallot interferoivat keskenään. Jouseen syntyy aaltoliike, joka ei etene minnekään vaan pysyy paikallaan. Tällaista aaltoliikettä sanotaan **seisovaksi aaltoliikkeeksi** ja aaltoja **seisoviksi aalloiksi**.

Kun jousessa on seisova aaltoliike, jousi pikemminkin näyttää värähtelevän kuin aaltoilevan. Kappaleiden värähtelyt ovatkin usein kappaleeseen syntyvän seisovan aaltoliikkeen aaltoja.

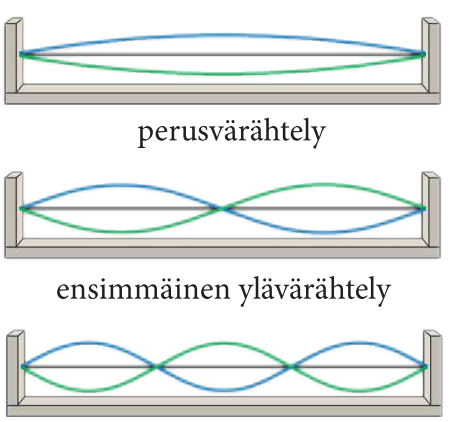
Jousessa on kohtia, joissa värähtely on hyvin voimakasta, ja kohtia, jotka pysyvät paikallaan. Liikkumattomia kohtia sanotaan seisovan aaltoliikkeen **solmuiksi**. Niissä vastakkaisiin suuntiin etenevien aaltojen interferenssi on koko ajan heikentävä. Vierekkäiset solmut ovat puolen aallonpituuden päässä toisistaan.

Värähtely on kaikkein voimakkainta kahden solmukohdan puolivälissä. Näitä kohtia sanotaan **kuvuiksi**. Värähtelyjen ääriasemien kautta kulkevaa käyrää sanotaan seisovan aaltoliikkeen **verhokäyräksi.**

Kun kahvikuppi on tärisevässä kädessä, kahviin syntyy pinta-aaltoja, jotka heijastuvat reunoista ja interferoivat keskenään. Joskus aallot summautuvat niin korkeiksi, että kahvi läikkyy reunan yli. Joskus taas aalto ei näytä etenevän vaan pysyy paikallaan.




**Seisova aaltoliike**
Seisova aaltoliike syntyy vastakkaisiin suuntiin liikkuvien aaltojen interferoidessa.




## Seisova aaltoliike on interferenssin seurausta

Kun kitaran kieltä näpäytetään, näpäytyskohdasta alkaa edetä aaltoja poispäin samaan tapaan kuin kiven osuessa veden pintaan. Aallot heijastuvat kielen kiinteistä päistä ja interferoivat kohdatessaan toisensa.

Seisova aaltoliike syntyy vastakkaisiin suuntiin liikkuvien aaltojen interferoidessa. Interferenssi on voimakkain, kun aallot ovat samassa vaiheessa. Kun aallot ovat vastakkaisessa vaiheessa, interferenssiaallon poikkeama on kaikkialla nolla.

Interferoivat aallot on piirretty kuvaan sinisenä ja punaisena. Interferenssiaalto on piirretty kuvaan vihreänä. Kuviin merkityt ajat ilmaisevat, kuinka paljon aikaa on kulunut ylimmän kuvan tilanteesta ($T$ on aaltojen jaksonaika).

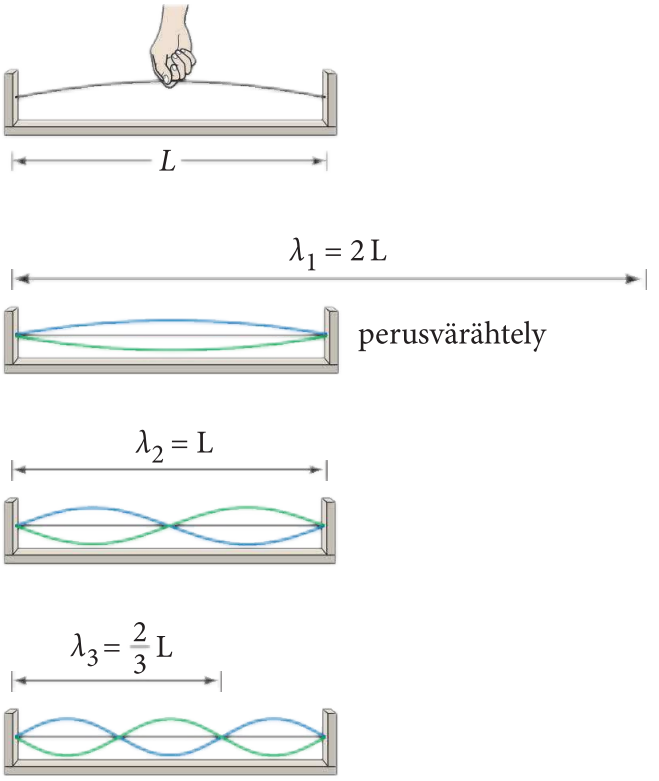
## Seisova aalto jännitetyssä kielessä

Soimaan näpäytetyn kitaran kielen keskellä värähtely on voimakasta, mutta päissä kieli ei pääse värähtelemään, koska kielen päät on kiinnitetty.

Näpäytyksen seurauksena kieleen syntyy hyvin eritaajuisia aaltoja. Kielessä edestakaisin kulkevista aalloista säilyvät vain ne aallot, jotka interferoivat toisiaan vahvistaen ja synnyttäen seisovan aaltoliikkeen.

Yksinkertaisinta värähtelyä vastaavassa seisovassa aaltoliikkeessä vain kielen päissä on solmukohdat. Tätä värähtelyä sanotaan **perusvärähtelyksi** ja sen taajuutta värähtelijän **perustaajuudeksi** $f_1$. Seuraavaksi yksinkertaisimmassa värähtelyssä, **ensimmäisessä yläväräht elyssä**, myös kielen keskellä on solmu. Tällaisen värähtelyn taajuus on **ensimmäinen ylätaajuus** $f_2$. Toisessa yläväräht elyssä kielen päiden välissä on kaksi solmua, kolmannessa kolme ja niin edelleen. Taajuuden alaindeksi on yhtä suurempi kuin ylätaajuuden järjestysluku, koska perustaajuuden alaindeksi on 1. Soivassa kielessä kuullaan kaikki nämä taajuudet.

Kitaran kielen värähtely syntyy kielen päiden välillä edestakaisin kulkevien aaltojen interferoidessa. Kielen perusvärähtely on paljon yläväräht elyjä voimakkaampaa, ja värähtelyn amplitudi on suurin kielen keskellä.




**Jännitetyn kielen ominaistaajuudet**
Jännitetyn kielen ominaistaajuudet ovat $f_n = nf_1$, jossa
$f_1$ on kielen värähtelyn perustaajuus ja
$n$ voi olla mikä tahansa positiivinen kokonaisluku.

## Kolme ensimmäistä jännitetyn kielen seisovaa aaltoa

Jännitettyyn kieleen syntyvien seisovien aaltojen taajuudet voidaan laskea aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$ avulla.

Perusvärähtelyssä kieli on aallonpituuden puolikkaan pituinen eli $\lambda_1 = 2L$. Kielen perustaajuus on

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}.$$

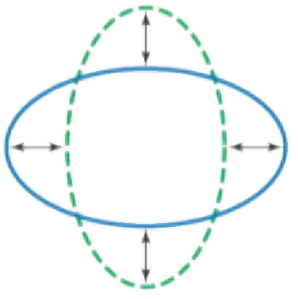
Ensimmäisessä yläväräht elyssä aallonpituus $\lambda_2$ on sama kuin kielen pituus, $\lambda_2 = L$. Ensimmäinen ylätaajuus on

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 2f_1.$$

Toisessa yläväräht elyssä kielen pituudella on puolitoista aaltoa, joten aallonpituus on silloin $\lambda_3 = \frac{2}{3}L$. Toinen ylätaajuus on

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{\frac{2}{3}L} = \frac{3}{2}\frac{v}{L} = 3f_1.$$

Nämä ovat jännitetyn kielen **ominaistaajuuksia** eli taajuuksia, joilla kieli värähtelee luonnostaan. Kaikki jännitetyn kielen ylätaajuudet ovat perustaajuuden monikertoja. Yleisesti taajuuksia, jotka ovat jonkin värähtelijän perustaajuuden monikertoja, sanotaan **harmonisiksi ylätaajuuksiksi**. Ne muodostavat harmonisen ylätaajuussarjan.

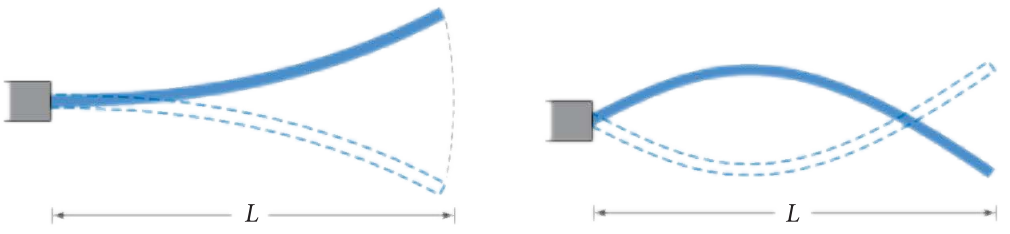


Kun jalkalasia (tai kirkonkelloa) napauttaa, sen suu alkaa värähdellä kuvan mukaisesti. Kyseinen värähtely on lasin perusvärähtelyä. Kuvassa värähtelyn amplitudia on tietenkin liioiteltu.

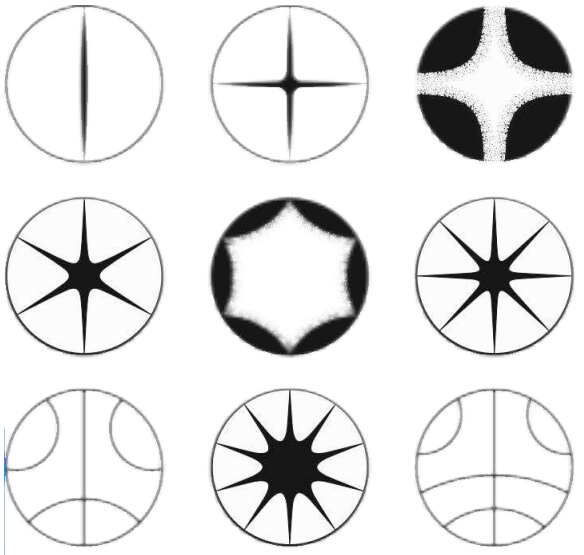
## Muita seisovia aaltoja

Kovassa tuulessa lipputanko tai metallinen savupiippu voi alkaa heilua. Tällöin siihen muodostuu seisova aalto niin, että alapäässä on solmukohta ja yläpäässä kupukohta. Aivan samaan tapaan auton antenni voi kovassa vauhdissa alkaa heilua puolelta toiselle. Värähtelevän tangon kiinnitettyyn päähän muodostuu solmu ja vapaaseen päähän kupu.

Jäykän tangon vapaasta päästä heijastuva aalto ei tarkkaan ottaen ole siniaalto, joten kupu- ja solmukohtien sijainti tangon päihin nähden ei ole aivan sama kuin jännitetyn kielen tapauksessa. Siniaaltomalli on kuitenkin moniin tarkoituksiin riittävän tarkka, ja se antaa hyvän kuvan siitä, miten värähteleviin tankoihin syntyy seisovia aaltoja.




Kuva esittää toisesta päästä kiinnitettyyn tankoon syntyvää perusvärähtelyä ja ensimmäistä yläväräht elyä.



Kun pyöreä levy on kiinnitetty värähtelijään, siihen syntyy kaksiulotteisia seisovia aaltoja. Kuvien mustat kohdat ovat solmuviivoja eli alueita, joissa levy ei värähtele. Nämä alueet saadaan näkyviin esimerkiksi ripottelemalla värähtelevälle levylle hiekkaa. Solmuviivojen paikat riippuvat värähtelijän taajuudesta, värähtelijän kiinnityskohdasta ja siitä, miten levy on kiinnitetty. Värähtelevät kohdat tyhjenevät hiekasta. Ensimmäisen rivin oikea ja toisen rivin keskimmäinen levy on kiinnitetty reunastaan, jolloin värähtely on samanlaista kuin rumpukalvossa. Syntyneitä kuvioita sanotaan Chladni-kuvioiksi.

## Seisovat aallot voivat olla myös kaksiulotteisia

Seisovia aaltoja voi muodostua myös esimerkiksi nesteen pinnalle ja joustaviin kalvoihin. Silloin seisovat aallot ovat kaksiulotteisia. Solmukohdat muodostavat yleensä solmuviivoja eli viivoja, joissa interferoivat aallot sammuttavat joka hetki toisensa. Kahvikupissa kahvin pinta pääsee liikkumaan vapaasti ylös ja alas kupin reunalla, joten reunoille syntyy kupu. Rumpukalvon reuna on kiinni, joten sen värähdellessä reuna on solmuviiva.

Seisovat aallot kaakaokupissa ja rumpukalvolla.

Käytännöllisesti katsoen kaikissa todellisissa värähtelijöissä ominaisvärähtelyt ovat seisovia aaltoja. Niinpä ominaistaajuudet ovat näiden mahdollisten seisovien aaltojen taajuuksia. Kun värähtelijään syötetään energiaa jollakin värähtelijän ominaistaajuuksista, se joutuu resonanssiin ulkoisen värähtelijän kanssa.

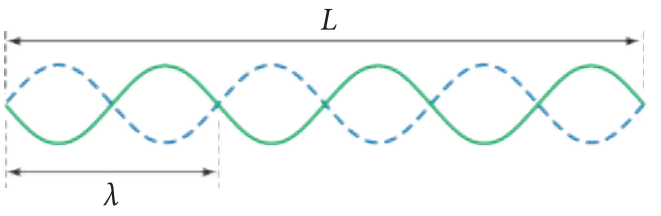
### Esimerkki 1 — Seisova aaltoliike kielessä

**Kitaran kielen pituus on 65,5 cm. Kuinka monta kupua kieleen syntyvässä viidennessä yläväräht elyssä on, ja mikä viidennen yläväräht elyn aallonpituus on?**

#### Ratkaisu

$L = 65{,}5$ cm, kupujen lukumäärä = ?, $\lambda_6 = ?$

Kitaran kielen mahdolliset värähtelyt ovat seisovia aaltoja. Kielen perusvärähtelyssä on yksi kupu, ensimmäisessä yläväräht elyssä kaksi ja toisessa kolme kupua. Viidennessä yläväräht elyssä on siis kuusi kupua.




Viidettä yläväräht elyä esittävästä kuvasta nähdään, että värähtelyn aallonpituus on kielen pituuden kolmasosa. Viidennen yläväräht elyn aallonpituus on siten

$$\lambda_6 = \frac{L}{3} = \frac{65{,}5\text{ cm}}{3} = 21{,}83333\text{ cm} \approx 21{,}8\text{ cm}.$$

#### Vastaus

Kitaran kielen viidennessä yläväräht elyssä on kuusi kupua, ja värähtelyn aallonpituus on 21,8 cm.

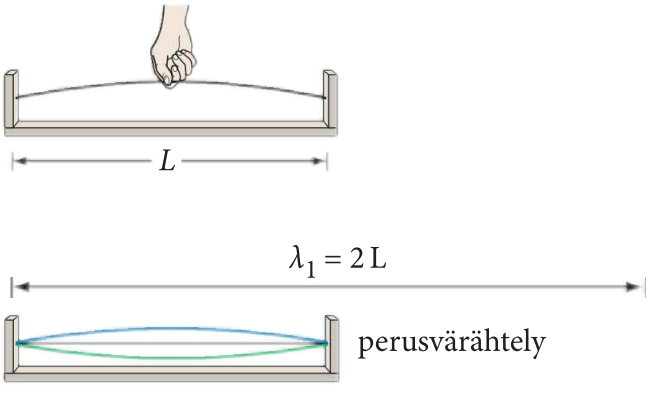
## Esimerkki 2 — Kitaran kielen värähtelyn perustaajuus

**Kitaran 65,5 cm:n pituinen kieli viritetään värähtelemään taajuudella 220 Hz. Määritä kielessä etenevän aaltoliikkeen nopeus.**

### Ratkaisu

$L = 65{,}5\ \text{cm}, \quad f = 220\ \text{Hz}, \quad v = ?$

Jännitetyn kielen värähtelytaajuudella tarkoitetaan kielen värähtelyn perustaajuutta. Perustaajuudella värähtelevässä kielessä aallonpituus on kaksinkertainen kielen pituuteen verrattuna, $\lambda_1 = 2L$.




Kitaran kielessä etenevän aallon nopeus voidaan ratkaista aaltoliikkeen perusyhtälöstä:

$$v = f\lambda = f \cdot 2L = 220\ \text{Hz} \cdot 2 \cdot 0{,}655\ \text{m} = 288{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 290\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vastaus

Aaltoliike etenee kitaran kielessä nopeudella 290 m/s.

## Esimerkki 3 — Lipputangon värähtely

**Lipputanko, jonka pituus 12,0 m, alkaa värähdellä tuulessa. Määritä lipputankoon syntyvän perusvärähtelyn ja ensimmäisen ylävärähtelyn aallonpituudet.**

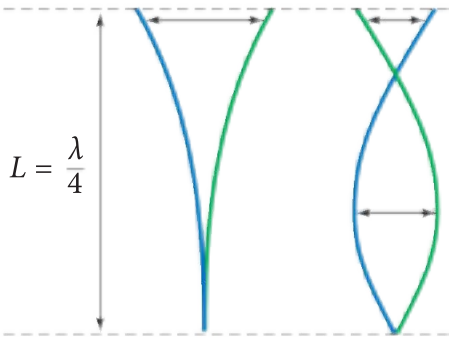
### Huomaa!

Lipputankoon syntyvän ensimmäisen ylävärähtelyn taajuus on kolminkertainen perustaajuuteen verrattuna, joten se on toinen harmoninen ylätaajuus.

### Ratkaisu

$L = 12{,}0\ \text{m}, \quad \lambda_1 = ?, \quad \lambda_2 = ?$

Käytetään tehtävän ratkaisuun yksinkertaista mallia, jossa tangossa on seisova siniaalto. Lipputangon toinen pää on kiinnitetty ja toinen vapaa. Kiinnitettyyn päähän syntyy seisovan aallon solmu ja vapaaseen päähän kupu. Kaksi yksinkertaisinta seisovaa aaltoa ovat siten kuvan mukaiset.




Perusvärähtelyssä lipputangon pituus on aallonpituuden neljäsosa, $L = \frac{1}{4}\lambda_1$, joten aallonpituus on $\lambda_1 = 4L = 4 \cdot 12{,}0\ \text{m} = 48{,}0\ \text{m}$.

Seuraavassa mahdollisessa värähtelyssä lipputangon pituus on kolme aallonpituuden neljännestä, $L = \frac{3}{4}\lambda_2$, jolloin aallonpituus on $\lambda_2 = \frac{4}{3}L = \frac{4 \cdot 12{,}0\ \text{m}}{3} = 16{,}0\ \text{m}$.

### Vastaus

Lipputangon perusvärähtelyn ja ensimmäisen ylävärähtelyn aallonpituudet ovat 48,0 m ja 16,0 m.

**Tiivistelmä**

- Seisova aalto ei etene eikä kuljeta energiaa.
- Seisova aalto syntyy vastakkaisiin suuntiin liikkuvien aaltojen interferoidessa.
- Seisovassa aallossa vierekkäisten kupujen ja vierekkäisten solmujen etäisyys on aallonpituuden puolikas.
- Jännitetyn kielen ominaistaajuudet saadaan yhtälöstä $f_n = nf_1$.

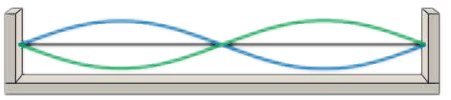
## Perustehtävät

**208.** **a)** Mitä tarkoitetaan seisovilla aalloilla?
**b)** Anna esimerkkejä tilanteista, joissa voit havaita seisovia aaltoja.

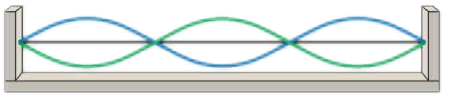
**209.** **a)** Nimeä kuvissa A, B ja C esitetyt jousen värähtelyt.
**b)** Jousen pituus on 84 cm. Kuinka suuria ovat aallonpituudet? Esim. 1

A

B



C



**210.** Kitaran kielen pituus on 65,5 cm. Kuinka monta kupua kieleen syntyvässä neljännessä yläväräh-telyssä on, ja mikä neljännen yläväräh-telyn aallonpituus on? Esim. 1

**211.** Soittimen kieli, jonka pituus on 75,5 cm, viritetään värähtelemään ääniraudan taajuudella 440 Hz. Määritä jousessa etenevien aaltojen nopeus. Esim. 2

**212.** Jännitettyyn kuminauhaan synnytetään seisova aaltoliike, jossa on viisi kupua.
**a)** Piirrä kuva kuminauhaan muodostuvasta seisovasta aaltoliikkeestä.
**b)** Mikä on aaltoliikkeen aallonpituus, kun kuminauhan pituus on 5,8 m? Esim. 1

**213.** Jännitetty kuminauha, jonka pituus on 2,0 metriä, kiinnitetään toisesta päästä seinään ja toisesta päästä värähtelijään. Värähtelijään kiinnitetty pää liikkuu edestakaisin, ja seinän kiinnityskohdassa kuminauha on paikoillaan. Kuminauhan keskeltä lasketaan 3 solmua.
**a)** Miksi solmut muodostuvat?
**b)** Piirrä kuva kuminauhaan muodostuvasta seisovasta aaltoliikkeestä. Kuinka monta kupua ja solmua kuminauhaan muodostuu?
**c)** Kuinka suuri aaltoliikkeen aallonpituus on? Esim. 1 ja 3

**214.** Kaada pyöreään pesuvatiin vettä ja aseta keskelle vatia kellumaan pallo, jonka halkaisija on noin kymmenen senttimetriä. Liikuttele palloa hetken aikaa pystysuunnassa niin, että vatiin syntyy seisovia aaltoja, ja päästä pallo liikkumaan vapaasti.
**a)** Miten pallo liikkuu, kun siitä on päästetty irti?
**b)** Miten veden värähtely muuttuu, jos muutat vadissa olevan veden määrää?

**215.** Molemmista päistä kiinnitetyn jousen pituus on 2,20 m. Jousessa on seisova aaltoliike, jonka taajuus on 6,5 Hz. Jousessa havaitaan kiinnityskohtien lisäksi 7 solmua keskellä. Laske interferoivien aaltoliikkeiden nopeus jousessa. Esim. 2

## Soveltavat tehtävät

**216.** Jousessa on seisova aalto, jonka taajuus on 13 Hz. Mikä on kahden peräkkäisen solmukohdan välinen etäisyys, kun aalto etenee jousessa nopeudella 15,6 m/s?

**217.** Viulun kieli on viritetty soimaan taajuudella 440 Hz. Mitkä ovat kielen neljä ensimmäistä ylätaajuutta?

**218.** Kitaran kieli on viritetty soimaan taajuudella 220 Hz. Millä taajuudella se soi, jos kieli painetaan sormella kiinni otelautaan niin, että värähtelevän osan pituus on 3/4 koko kielen pituudesta?

**219.** Värähtelevän kielen kahden peräkkäisen ylä-äänen taajuudet ovat 405 Hz ja 540 Hz. Mikä on värähtelyn perustaajuus?

**220.** Kun kävellään tee- tai kahvikupin kanssa, juoma alkaa usein heilahdella kupissa. Heilahtelu voimistuu askel askeleelta ja läikkyy lopulta reunojen yli. Erään kupin halkaisija on 7,0 cm. Kun sen kantaja ottaa kolme askelta kahdessa sekunnissa, juoma läikkyy yli. Määritä pinta-aaltojen nopeus kupissa.

**221.** Jännitetyssä kielessä etenevän poikittaisen aaltoliikkeen etenemisnopeus saadaan yhtälöstä $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, jossa $F$ on kielen jännitys ja $\mu$ on kielen pituusmassa. Pianon erään kielen pituus on 58 cm ja pituusmassa 35 g/m. Kieli halutaan virittää soimaan taajuudella 320 Hz. Kuinka suurella voimalla kieltä on jännitettävä?

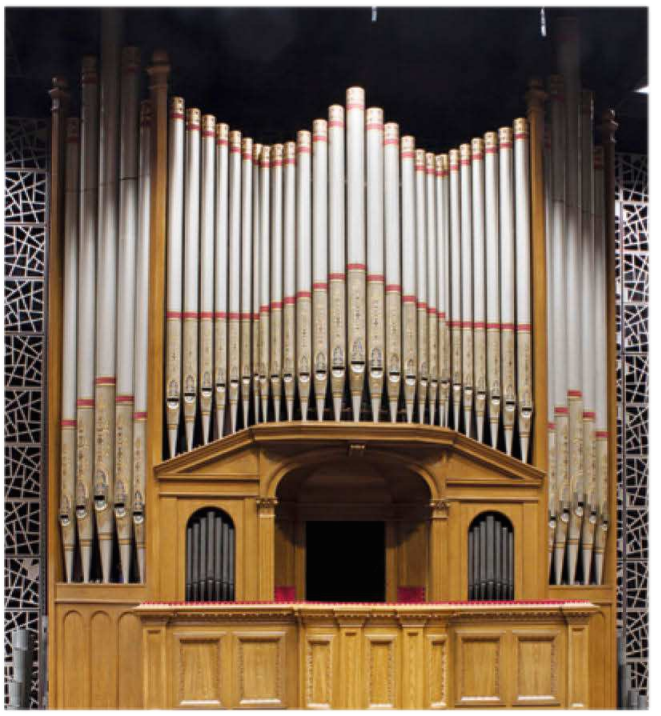
**222.** Sähköbasson vapaan A-kielen soiva osuus on 87 cm:n pituinen ja alin värähdystaajuus (perustaajuus) on 55,0 Hz.

**a)** Millä muilla taajuuksilla vapaa A-kieli voi värähdellä? Perustele.

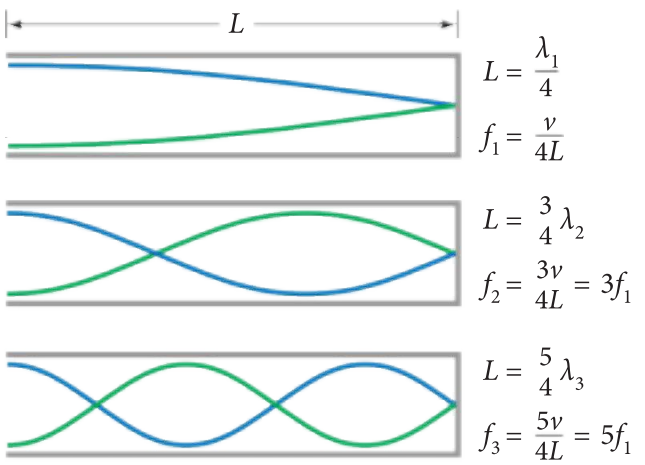
**b)** Basisti painaa A-kielen vasten otelautaa niin, että kielen soivan osan pituudeksi tulee 2/3 vapaan kielen pituudesta. Mikä on nyt kielen perustaajuus?

**c)** Laske A-kielessä etenevän aaltoliikkeen nopeus. (Yo syksy 2010, teht. 4)

# 15 Seisovat ääniaallot, huojunta ja Dopplerin ilmiö



Urkujen eripituisiin pilleihin syntyy eritaajuiset äänet. Vanhoissa kirkoissa urkupillin ääni oli talvella kylmässä kirkossa erilainen kuin kesällä pillien lämpölaajenemisen ja äänen nopeuden muuttumisen vuoksi.




Putken suljetussa päässä on seisovan aallon solmukohta. Avoimeen päähän muodostuu seisovan aallon kupukohta.

## Ääni syntyy putkessa ilmapatsaan värähtelynä

Ääni voi syntyä kahdella tavalla: joko mekaaninen värähtelijä synnyttää ympärillään olevaan aineeseen (yleensä ilmaan) paineaaltoja tai ilman virtaus saa rajatussa tilassa olevan ilman värähtelemään. Kitarassa, ääniraudassa ja rummussa äänen lähde on mekaaninen värähtelijä. Huiluissa, esimerkiksi nokkahuilussa, ja uruissa virtaava ilma saa puolestaan putkessa olevan ilman värähtelemään.

Ilman värähtely johtuu seisovista aalloista, jotka syntyvät ilmatilassa edestakaisin etenevien pitkittäisten aaltojen interferoidessa. Tilanne on siis vastaava kuin kitaran tai viulun kielessä. Useissa soittimissa ilmatilaan syntyvät seisovat aallot ovat kolmiulotteisia ja niiden kuvaamiseen tarvitaan monimutkaisia malleja. Urkupillin sisällä olevaan ilmapatsaaseen syntyvää seisovaa aaltoa voidaan kuitenkin kuvata hyvin yksiulotteisen aallon mallilla.

Ilmatilan suljetussa reunassa, esimerkiksi urkupillin suljetussa päässä, hiukkaset eivät pääse liikkumaan pituussuunnassa, joten sinne syntyy solmukohta. Avoimeen päähän muodostuu kupukohta. Ääni on ilmassa pitkittäistä aaltoliikettä, mutta ilmapatsaan värähtelyä esittävissä kuvissa sitä mallinnetaan poikittaisena.

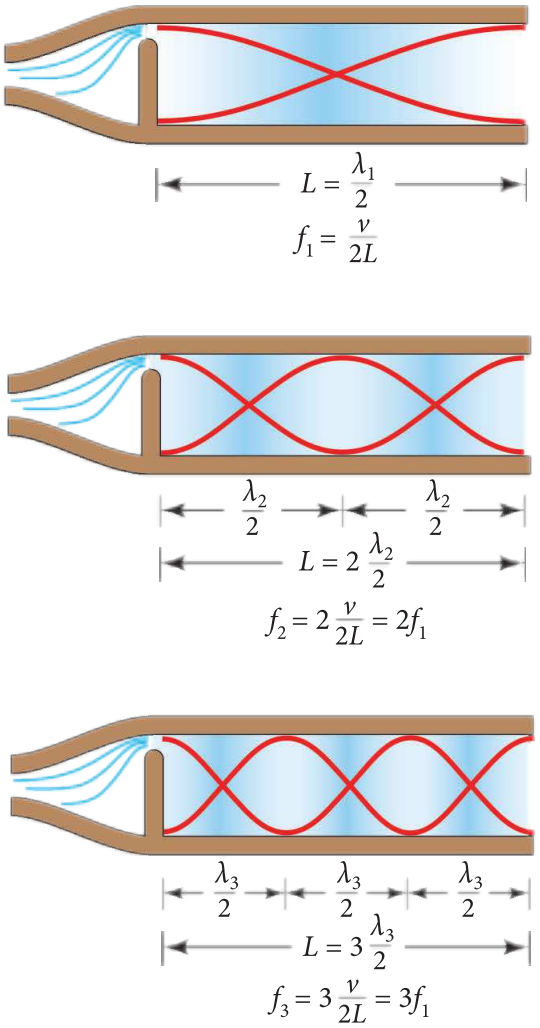
## Toisesta päästä avoimen putken ominaistaajuudet

Tarkastellaan ilman värähtelyä putkessa, jonka toinen pää on avoin ja toinen suljettu. Tällainen on esimerkiksi panhuilun yksi pilli. Yksinkertaisimmassa värähtelyssä eli perusvärähtelyssä putken suljetussa päässä on solmu ja avoimessa päässä kupu ja niiden välillä ei ole kupuja eikä solmuja. Tällöin putkessa on aallon neljäsosa. Ensimmäisessä ylävärähtelyssä putkessa on lisäksi yksi kupu ja solmu, jolloin putkessa on kolme neljännesaaltoa.

Putkeen syntyvien seisovien aaltojen aallonpituudet $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, ... suhtautuvat putken pituuteen seuraavasti:

$$\lambda_1 = 4L, \quad \lambda_2 = \frac{4}{3}L, \quad \lambda_3 = \frac{4}{5}L, \ldots$$

Jos toisesta päästä avoimen putken perustaajuutta merkitään tunnuksella $f_1$, niin putken ominaisvärähtelyjen taajuudet ovat $f_1$, $3f_1$, $5f_1$, … Tällainen on esimerkiksi koeputki. Sen ensimmäinen ylätaajuus on kolminkertainen perustaajuuteen verrattuna, joten ensimmäistä ylätaajuutta vastaa toinen harmoninen yläsävel. Toisesta päästään suljetun putken yläsävelsarjassa on vain joka toinen harmonisen yläsävelsarjan taajuuksista.




## Molemmista päästä avoimen putken ominaistaajuudet

Putken avoimeen päähän syntyy värähtelyn kupu. Molemmista päistä avoimeen putkeen syntyy yksinkertaisimmassa värähtelyssä putken päihin kuvut ja keskelle solmu. Ensimmäisessä ylävärähtelyssä on kaksi ja kolmannessa kolme solmua.

Putkeen syntyvien seisovien aaltojen aallonpituudet $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, ... suhtautuvat putken pituuteen seuraavasti:

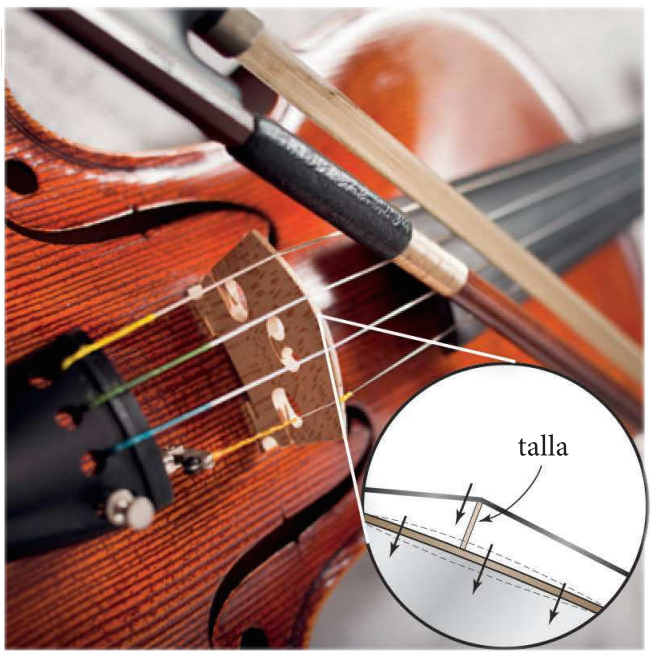
$$\lambda_1 = 2L, \quad \lambda_2 = L, \quad \lambda_3 = \frac{2}{3}L, \ldots$$

Jos molemmista päästä avoimen putken perustaajuutta merkitään tunnuksella $f_1$, niin putken ominaisvärähtelyjen taajuudet ovat $f_1$, $2f_1$, $3f_1$, … Tarkasteltava tilanne on värähtelevän kielen tapaukselle käänteinen: kupujen sijalla on solmut ja solmujen sijalla kuvut. Aallonpituudet saadaan kuten jännitetyn kielen tapauksessa.

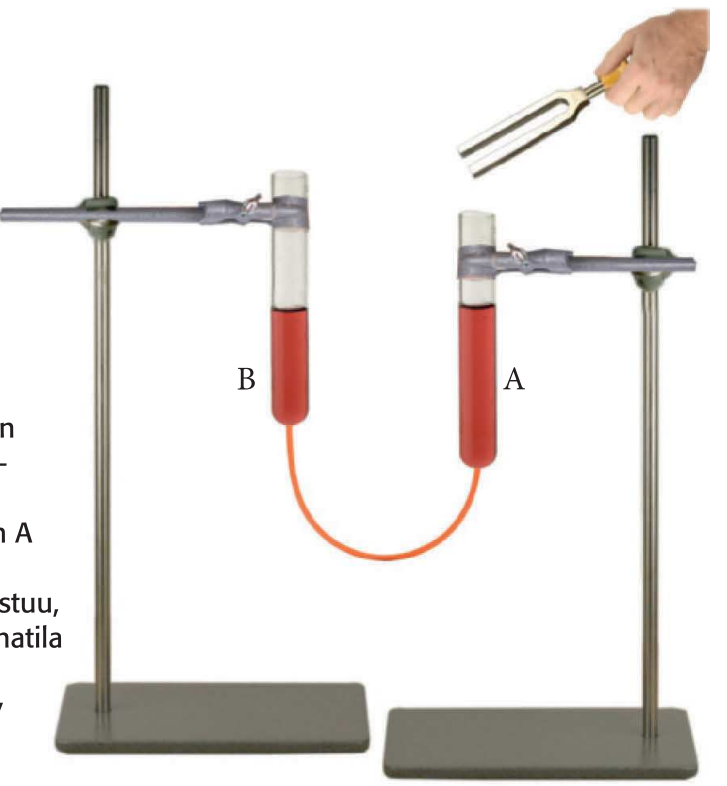
## Viulun ilmatila ja kieli resonoivat

Yleensä kielen mekaaninen värähtely ei yksin saa aikaan niin voimakasta ilman värähtelyä, että se kuultaisiin äänenä. Kiristetty viulun kieli ei juuri soi ilman viulun kaikukoppaa, kuten ei ilmassa värähtelevä äänirautakaan. Molemmat tarvitsevat lähelleen jonkin ilmatilan, johon värähtely synnyttää seisovia aaltoja. Ilmatilaan syntyy silloin resonanssi kielen värähtelyn kanssa.

Äänen resonanssin voi havaita esimerkiksi pienehkössä suoraseinäisessä huoneessa. Sellaisessa tilassa tietyn taajuiset äänet synnyttävät seisovia aaltoja ja kuuluvat siksi muita ääniä voimakkaampina.




Talla välittää kielen värähtelyn soittimen koteloon. Suuri pinta alkaa värähdellä samalla taajuudella ja saa viulun sisällä olevan ilman resonoimaan.




Kun putkea B siirretään ylös tai alas, vedenpinnan korkeus muuttuu putkessa A. Jos putken A yläpuolella pidetään äänirautaa, ääni voimistuu, kun putkessa oleva ilmatila on sopivan korkuinen. Ilmapatsaaseen syntyy resonanssi.

Huojuntaa voi käyttää hyväksi kitaraa viritettäessä. Mitä lähempänä kielten sävelet ovat toisiaan, sitä verkkaisemmin niiden interferoidessa syntyvä ääni huojuu.

**Huojuntataajuus**

Huojunnassa äänenvoimakkuus vaihtelee taajuudella

$f_h = |f_1 - f_2|$,

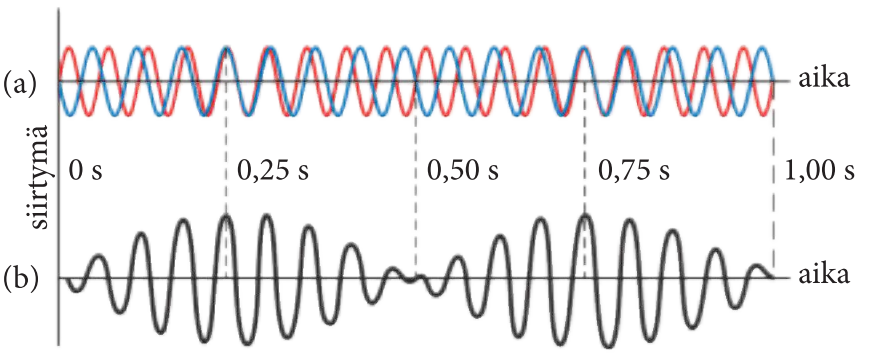
jossa $f_1$ ja $f_2$ ovat interferoivien äänten taajuudet.

## Huojunta on interferenssi-ilmiö

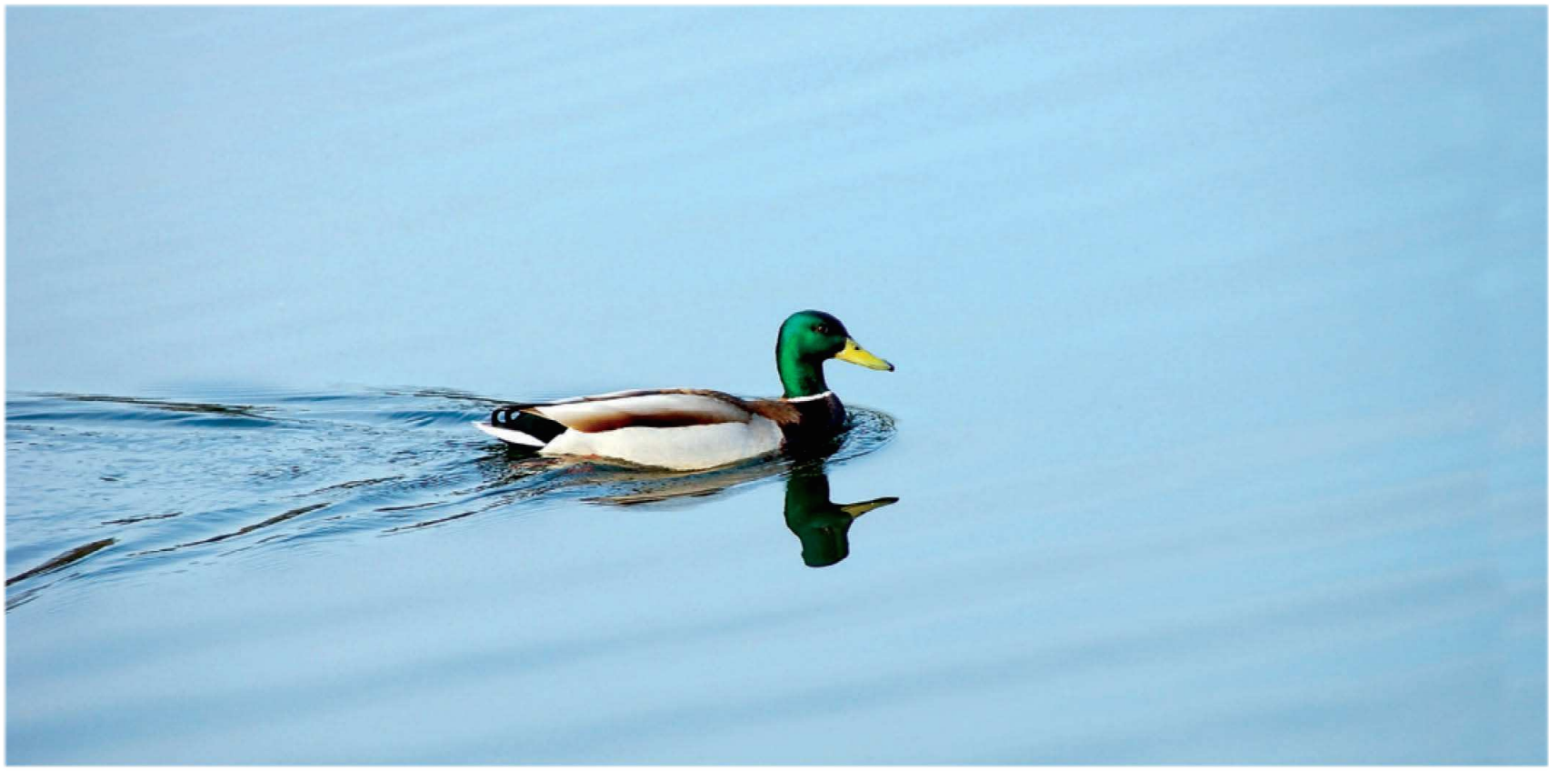
Minkä tahansa kielisoittimen virittämisessä voi käyttää hyväksi äänten **huojuntaa**. Kun kahden äänilähteen äänten taajuudet ovat hyvin lähellä toisiaan, äänten interferenssiaalto voimistuu ja heikkenee jaksollisesti. Ääni huojuu.

Kun taajuudet ovat riittävän lähellä toisiaan, kuullaan vain yksi huojuva ääni. Jos äänilähteiden taajuuksien ero on riittävän suuri, kuullaan molempien äänilähteiden äänet erillisinä.

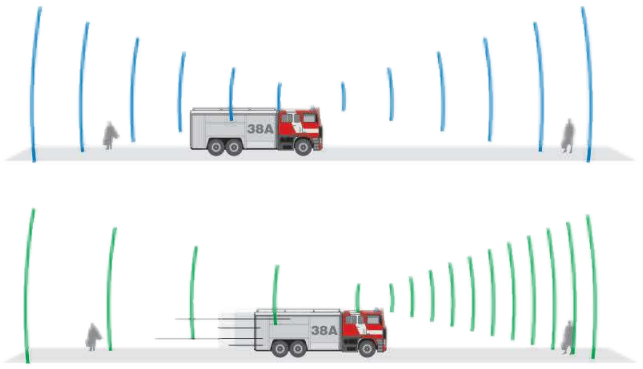
Huojuvan interferenssiaallon eli summa-aallon taajuus on interferoivien aaltojen taajuuksien keskiarvo: $f = \frac{f_1 + f_2}{2}$.




Kahden melkein samantaajuisen aallon interferoidessa vahvistava ja heikentävä interferenssi vaihtelee jaksollisesti. Alempi kuva esittää interferenssiaaltoa. Huojunta havataan kuullun äänen voimakkuuden jaksollisena vaihteluna.



Veden pinta-aallot etenevät niin hitaasti, että vedessä uivien lintujen nopeus on suurempi kuin aaltojen nopeus. Niiden perään muodostuu siten kiila-aalto samaan tapaan kuin äänen aaltokartio ilmaan.




Ohi ajavan auton ääni muuttuu ohituksen aikana. Liikkuvan auton edessä ääniaaltojen aallonpituus lyhenee, jolloin sen ääni kuullaan korkeampana.

**Liikkuva äänilähde**

Taajuus on $f = \dfrac{v}{v \pm v_l} f_0$,
jossa
$-v_l$ on nopeus kohti havaitsijaa
$+v_l$ on nopeus poispäin havaitsijasta
$f_0$ on äänilähteen taajuus
$v$ on äänen nopeus

**Liikkuva havaitsija**

Taajuus on $f = \dfrac{v \pm v_h}{v} f_0$,
jossa
$+v_h$ on nopeus kohti lähdettä
$-v_h$ on nopeus poispäin lähteestä
$f_0$ on äänilähteen taajuus
$v$ on äänen nopeus

## Dopplerin ilmiö johtuu äänilähteen ja havaitsijan liikkeestä

Jokainen on havainnut, että ohi ajavan auton ääni muuttuu ohituksen aikana. Erityisen selvästi ilmiön huomaa formulakisojen televisioinneissa, kun autojen nopeus on hyvin suuri.

Saman ilmiön voi huomata monessa muussakin yhteydessä. Jos pitää kädessä soivaa kännykkää ja heiluttaa sitä edestakaisin, äänen lähde on välillä liikkeessä poispäin ja välillä kohti kuulijaa ja äänen korkeus muuttuu liikkeen suunnan muuttuessa. Ilmiötä kutsutaan **Dopplerin ilmiöksi**.

Ääni etenee vakionopeudella homogeenisessa väliaineessa. Jos äänen lähde liikkuu väliaineeseen verrattuna, ääni etenee lähteen etupuolella lähteeseen nähden eri nopeudella kuin lähteen takana. Tällöin tietyn taajuinen värähtelijä synnyttää eteensä lyhyempiä aaltoja kuin taakseen. Äänilähteen edessä ääni kuullaan korkeampana ja äänilähteen takana matalampana kuin paikoillaan olevan äänilähteen ääni.

Kun äänilähde liikkuu, havaittu taajuus on

$$f = \frac{v}{v \pm v_l} f_0,$$

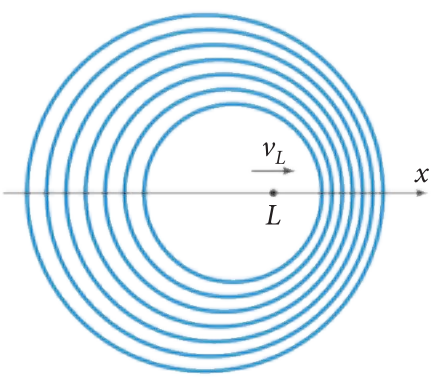
jossa lähteen nopeus kohti havaitsijaa on $-v_l$ ja poispäin havaitsijasta $+v_l$.

Kun havaitsija liikkuu, havaittu taajuus on

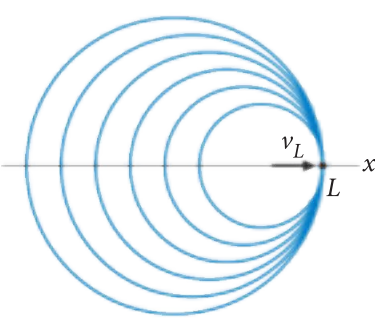
$$f = \frac{v \pm v_h}{v} f_0,$$

jossa havaitsijan nopeus kohti paikallaan olevaa lähdettä on $+v_h$ ja poispäin lähteestä $-v_h$. Äänilähteen taajuus on $f_0$ ja äänen nopeus $v$.

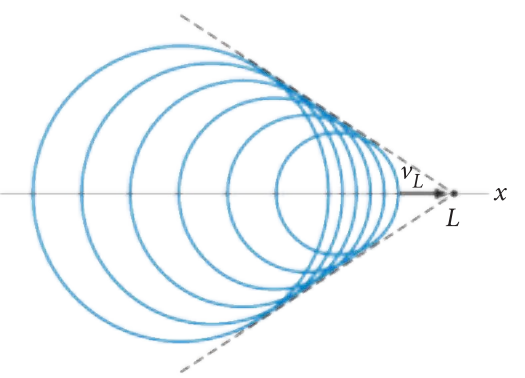
Ääniaallot pakkautuvat liikkuvan äänilähteen etupuolella ja venyvät sen takana. Havaitaan Dopplerin ilmiö.




Kun äänen nopeus saavutetaan, kappaleen edessä olevat aaltorintamat eivät pääse loittonemaan kappaleesta, vaan ne ovat päällekkäin. Silloin nämä paineaaltorintamat interferoivat hyvin voimakkaasti ja syntyy paineisku, jota kutsutaan joskus äänivallin murtumiseksi.




Kun kappale etenee ääntä nopeammin, aaltorintamat muodostavat kartion. Kartion huippu on äänen lähteen kohdalla.



Kun suihkuhävittäjä rikkoo äänivallin, paine kasvaa pienellä alueella nopeasti ja ilmassa oleva vesihöyry tiivistyy pyöreäksi pilveksi.

## Suihkuhävittäjä voi murtaa äänivallin

Hävittäjälentokoneiden nopeudet saattavat olla suuria äänen nopeuteen verrattuna. Tällaisissa nopeuksissa lentokoneen nopeuden yksikkönä käytetään machia. Yksi mach on yhtä suuri kuin äänen nopeus kyseisessä väliaineessa.

Kun ilmassa etenevän kappaleen nopeus lähestyy äänen nopeutta, kappaleen edessä etenevät ääniaaltorintamat pakkautuvat yhä lähemmäksi toisiaan.

## Esimerkki 1 — Seisova aaltoliike toisesta päästä suljetussa putkessa

**Koeputki alkaa soida, kun sen suun ohi puhalletaan. Mitkä ovat näin syntyvien perusvärähtelyn ja ensimmäisen ylävärähtelyn taajuudet, kun koeputken pituus on 15,0 cm? Äänen nopeus puhallushetken olosuhteissa on 343 m/s.**

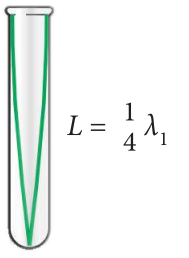
### Huomaa!

Koeputkessa ensimmäinen ylätaajuus on kolminkertainen perustaajuuteen verrattuna, joten ensimmäistä ylätaajuutta vastaa toinen harmoninen yläsävel. Toisesta päästään suljetun putken yläsävelsarjassa on vain joka toinen harmonisen yläsävelsarjan taajuuksista.

### Ratkaisu

$L = 15{,}0\ \text{cm}, \quad v = 343\ \text{m/s}, \quad f_1 = ?, \quad f_2 = ?$

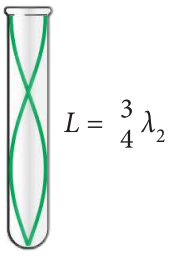
Koeputkessa olevan ilmapatsaan perusvärähtelyn aallonpituus on $\lambda_1 = 4L$, jossa $L$ on koeputken pituus.




Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan $v = f_1\lambda_1$, joten perusvärähtelyn taajuus on

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L} = \frac{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 0{,}150\ \text{m}} = 571{,}667\ \text{Hz} \approx 572\ \text{Hz}.$$

Ensimmäisessä ylävärähtelyssä aallonpituus on $\lambda_2 = \frac{4}{3}L$.




Tällöin värähtelyn taajuus on

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{\frac{4L}{3}} = \frac{3v}{4L} = \frac{3 \cdot 343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 0{,}150\ \text{m}} = 1715{,}00\ \text{Hz} \approx 1720\ \text{Hz}.$$

### Vastaus

Koeputkeen syntyvän perusvärähtelyn taajuus on 572 Hz ja ensimmäisen ylävärähtelyn taajuus on 1 720 Hz.

## Esimerkki 2 — Seisova aaltoliike molemmista päistä avoimessa putkessa

**Molemmista päistä avoimen putken suun ohi puhalletaan ilmaa.**

**a) Piirrä putkeen syntyvien kolmen yksinkertaisimman värähtelyn kuvat.**

**b) Mitkä ovat putkeen syntyvien perusvärähtelyn ja ensimmäisen ylävärähtelyn taajuudet, kun koeputken pituus on 15,0 cm? Äänen nopeus puhallushetken olosuhteissa on 343 m/s.**

### Huomaa!

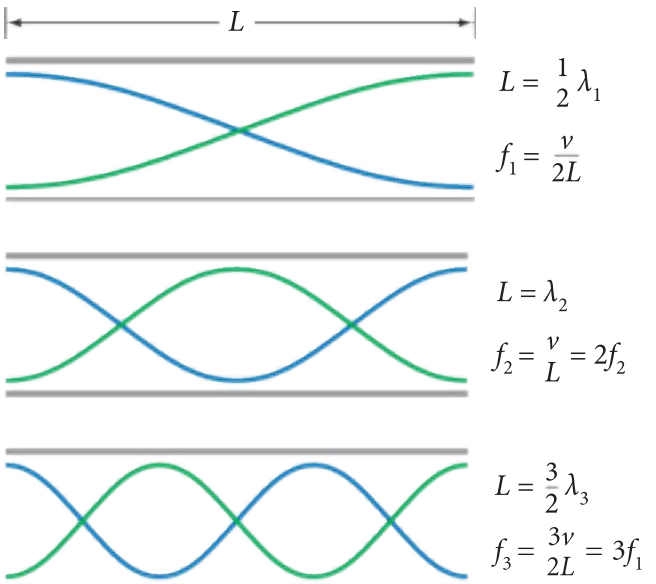
Tarkasteltava tilanne on värähtelevän kielen tapaukselle käänteinen: kupujen sijalla on solmut ja solmujen sijalla kuvut. Aallonpituudet saadaan kuten jännitetyn kielen tapauksessa.

### Ratkaisu

$L = 15{,}0\ \text{cm}, \quad v = 343\ \text{m/s}, \quad f_1 = ?, \quad f_2 = ?$

**a)** Putken avoimeen päähän syntyy värähtelyn kupu. Molemmista päistä avoimeen putkeen syntyy yksinkertaisimmassa värähtelyssä putken päähän kupu ja keskelle solmu. Ensimmäisessä ylävärähtelyssä on kaksi ja kolmannessa kolme solmua.

**b)** Putkessa olevan ilmapatsaan perusvärähtelyn aallonpituus on $\lambda_1 = 2L$, jossa $L$ on putken pituus. Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan $v = f_1\lambda_1$.




Perusvärähtelyn taajuus on

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} = \frac{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0{,}150\ \text{m}} = 1143{,}333\ \text{Hz} \approx 1140\ \text{Hz}.$$

Ensimmäisessä ylävärähtelyssä aallonpituus on $\lambda_2 = L$, joten värähtelyn taajuus on

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = \frac{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}150\ \text{m}} = 2286{,}67\ \text{Hz} \approx 2290\ \text{Hz}.$$

### Vastaus

**b)** Koeputkeen syntyvän perusvärähtelyn taajuus on 1 140 Hz ja ensimmäisen ylävärähtelyn taajuus on 2 290 Hz.

## Esimerkki 3 — Lämpötilan vaikutus puhallinsoittimen ääneen

**a) Jos puhallinorkesteri virittää soittimensa huoneenlämpötilassa ja siirtyy soittamaan ulos pakkaseen, soittimet soivat epävireisesti. Miksi soittimien äänen korkeus muuttuu ilman lämpötilan muuttuessa?**

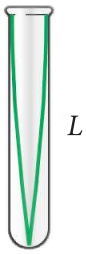
**b) Toisesta päästä umpinainen putki soi sisällä +20 °C:n lämpötilassa 440 Hz:n taajuudella. Millä taajuudella putki soi ulkona –20 °C:n lämpötilassa? Putken lämpölaajeneminen on vähäistä.**

### Ratkaisu

**a)** Puhaltimen äänen korkeuteen, eli soittimen resonanssitaajuuksiin, vaikuttaa pääasiallisesti kaksi seikkaa: ilmatilan koko ja äänen nopeus ilmassa. Kun sisällä lämpimässä viritetyt soittimet viedään ulos, soittimien ilmatilan koko muuttuu vähän lämpölaajenemisen vuoksi. Suurempi muutos tapahtuu kuitenkin äänen nopeudessa: kun äänen nopeus huoneenlämpötilassa on 343 m/s, pakkasessa se on alle 330 m/s. Koska eri soittimissa ilmatila on erikokoinen ja -muotoinen, soitinten sävelten korkeus muuttuu eri tavalla lämpötilan muuttuessa.

**b)** $f_1 = 440$ Hz, $v_1 = 343$ m/s (+20 °C), $v_2 = 319$ m/s (–20 °C)
Putkessa olevan ilmapatsaan perusvärähtelyn aallonpituus on $\lambda = 4L$.

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v_1 = f_1\lambda = f_1 \cdot 4L$ saadaan putken pituus $L = \dfrac{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 440\ \frac{1}{s}} = 0{,}19489\ \text{m} \approx 0{,}195\ \text{m}.$




Ilmapatsaan värähtelyn taajuus pakkasessa on

$$f_2 = \frac{v_2}{\lambda} = \frac{v_2}{4L} = \frac{319\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 0{,}19489\ \text{m}} = 409{,}205\ \text{Hz} \approx 410\ \text{Hz}.$$

### Vastaus

**b)** Ilmapatsaan värähtelyn taajuus pakkasessa on 410 Hz.

## Esimerkki 4 — Dopplerin ilmiö

**Hälytysajoneuvo ajaa nopeudella 118 km/h tienreunassa seisovan henkilön ohi. Hälytysäänen taajuus on 455 Hz. Äänen nopeus ilmassa on 343 m/s. Kuinka suurena äänen taajuuden kuulee tien reunassa seisova henkilö, kun**

**a) auto ajaa kohti henkilöä**

**b) auto etääntyy henkilöstä?**

### Ratkaisu

$v = 343$ m/s, $v_1 = 118$ km/h, $f_0 = 455$ Hz

Kyseessä on Dopplerin ilmiö. Kun äänilähde liikkuu, havaittu taajuus on $f = \dfrac{v}{v \pm v_1} f_0$, jossa lähteen nopeus kohti havaitsijaa on $-v_1$ ja poispäin havaitsijasta $+v_1$.

**a)** Hälytysäänen taajuus auton lähestyessä on

$$f = \frac{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{118}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 455\ \text{Hz} = 503{,}0749\ \text{Hz} \approx 503\ \text{Hz}.$$

**b)** Hälytysäänen taajuus auton etääntyessä on

$$f = \frac{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{343\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{118}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 455\ \text{Hz} = 415{,}3119\ \text{Hz} \approx 415\ \text{Hz}.$$

### Vastaus

**a)** Hälytysääni kuullaan taajuudella 503 Hz.

**b)** Hälytysääni kuullaan taajuudella 415 Hz.

**Tiivistelmä**

- Ilmatilaan syntyvien seisovien aaltojen taajuuksia sanotaan resonanssitaajuuksiksi. Seisovat aallot syntyvät edestakaisin etenevien pitkittäisten aaltojen interferoidessa.
- Putken suljetussa päässä on seisovan aallon solmukohta ja avoimessa päässä kupukohta.
- Toisesta päästä avoimen putken perustaajuus on $f_1$. Yläväräht elytaajuudet ovat $3f_1$, $5f_1$, …
- Molemmista päästä avoimen putken perustaajuus on $f_1$. Yläväräht elytaajuudet ovat $2f_1$, $3f_1$, …
- Kun kaksi lähes samantaajuista aaltoa interferoi, äänen kuullaan huojuvan.
- Dopplerin ilmiössä äänilähteen taajuuden näennäinen muutos johtuu havaitsijan ja äänilähteen liikkeestä toisiinsa nähden.

## Perustehtävät

**223.** Miksi nokkahuilussa olevien reikien sulkeminen sormilla vaikuttaa nokkahuilusta tulevan sävelen korkeuteen?

**224.** Koeputki alkaa soida, kun koeputken suuaukon yli puhalletaan.
**a)** Miksi koeputki soi?
**b)** Millainen seisova aaltoliike on koeputken ilmatilassa, kun koeputki soi perustaajuudella? Piirrä kuvio. Esim. 1

**225.** Toisesta päästä avoimen urkupillin perustaajuus on 220 Hz, kun ilman lämpötila on 20 °C. Minkä pituinen urkupilli on? Esim. 1

**226.** Molemmista päistä avoimen putken pituus on 78 cm. Äänen nopeus ilmassa on 340 m/s.
**a)** Mikä on putken perustaajuus?
**b)** Mitkä ovat ensimmäisen ja toisen harmonisen yläsävelen taajuudet? Esim. 2

**227.** Torvisoittokunta virittää talvella instrumentit sisätiloissa. Miksi ulkona pakkasessa soitto kuulostaa epävireiseltä?

**228.** **a)** Mitä äänen huojuminen on?
**b)** Selitä, miten huojuntaa voi käyttää hyväksi esimerkiksi pianoa viritettäessä.

**229.** **a)** Mitä Dopplerin ilmiö tarkoittaa?
**b)** Vastaa perustellen, pitääkö seuraava väite paikkansa. Formula-ajojen katsoja havaitsee kilpa-auton moottorin äänen korkeuden nousevan auton tullessa kohti häntä.

**230.** **a)** Villen polkupyörään on kiinnitetty pilli, joka lähettää ääntä 525 Hz:n taajuudella. Äänen nopeus ilmassa on 343 m/s. Minkä taajuisen äänen Anna kuulee, kun Ville lähestyy häntä pyörällä nopeudella 7,50 m/s?
**b)** Miten pillin ääni muuttuu Villen ajaessa Annan ohi? Esim. 4

## Soveltavat tehtävät

**231.** Ihmisen puhuessa tai laulaessa ääni syntyy äänihuulten värähdellessä.

**a)** Ota selvää, missä kohdissa ihmisen kehoa ääni resonoi.

**b)** Miksi ihmisen puhe kuulostaa nuhaisena erilaiselta kuin tavallisesti?

**232.** Doppler-tutkat toimivat muun muassa ultraääni-alueella tai mikroaaltoalueella. Esimerkiksi poliisien liikenteenvalvonnassa käyttämät tutkat lähettävät mikroaaltoja ja havaitsevat autosta tai moottoripyörästä heijastuneen aaltoliikkeen.

**a)** Selitä, miten Doppler-tutkalla voidaan saada selville ajoneuvon nopeus.

**b)** Voiko Doppler-tutkalla mitata ajoneuvon nopeutta liikuvasta poliisiautosta. Jos voi, niin miksi?

**233.** Toisesta päästä avoimen urkupillin perustaajuus on 325 Hz. Millä taajuudella pilli soi, jos sen sisällä on ilman sijasta heliumia?

**234.** Koirat kuulevat 25,0 kHz:n taajuisia ääniä, joita ihmiset eivät kuule. Kuinka pitkän toisesta päästään suljetun koirapillin tulisi olla, jotta se soisi tällä taajuudella? Äänen nopeus ilmassa on 343 m/s.

**235.** **a)** Anna seisoo paikoillaan, ja hän puhaltaa pilliin, joka lähettää ääntä 525 Hz:n taajuudella. Äänen nopeus ilmassa on 343 m/s. Minkä taajuisen äänen Ville kuulee, kun hän lähestyy Annaa pyörällä nopeudella 7,7 m/s?

**b)** Kuinka suuren taajuuden Ville kuulee, kun hän ajaa poispäin Annasta?

**236.** Vedellä täytetyn putken suulla pidetään soivaa äänirautaa. Kun veden pinnan korkeutta muutetaan, äänen voimakkuuden kuullaan vaihtelevan.

**a)** Selitä ilmiö.

**b)** Putken suulla on äänirauta, jonka taajuus on 620 Hz. Veden pintaa laskettaessa kuullaan äänen voimakkuuden toisen kerran selvästi vahvistuvan, kun veden pinta on etäisyydellä 40,7 cm putken suusta. Mikä on äänen nopeus? (Yo kevät 1988, teht. 3)

**237.** Molemmista päästä avoin putki tuottaa äänen, jonka perustaajuus on 855 Hz.

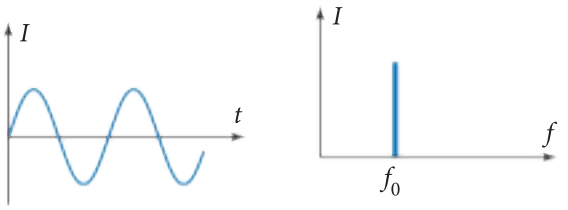
**a)** Kuinka pitkä putki on, kun äänen nopeus ilmassa on 343 m/s?

**b)** Mikä on putken uusi perustaajuus, kun putken toinen pää suljetaan?

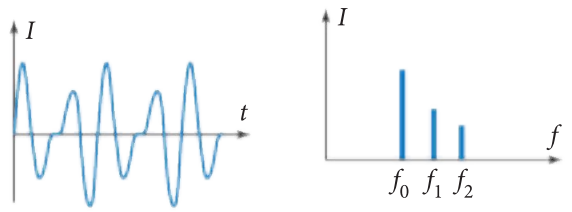
**238.** Christian Doppler esitti nimeään kantavan ilmiön teorian vuonna 1842. Teorian ennusteita testattiin kokeellisesti vuonna 1845 Utrechtin ja Amsterdamin välisellä rautatiellä. Avoimeen junanvaunuun sijoitettiin ryhmä trumpetisteja, ja asemalle asettui toinen trumpetistiryhmä sekä joukko tarkkailijoita, joilla oli tarkka sävelkorva. Junan ajaessa aseman ohi molemmat trumpetistiryhmät soittivat samaa säveltä ja tarkkailijat kuuntelivat eroja ryhmien sävelkorkeudessa. Mikä oli asemaa lähestyvän junan nopeus, kun junassa ja asemalla soittavien trumpettien sävelkorkeudessa havaittiin puolisävelaskeleen ero? Puolisävelaskeleen muutos sävelkorkeudessa merkitsee äänen taajuuden kertomista tai jakamista luvulla $\sqrt[12]{2}$. Ilman lämpötilaksi kokeen aikana voidaan olettaa 20 °C. (Yo kevät 2012, teht. 11a)

**239.** Hedelmälepakko lentää kohti puussa riippuvaa mangoa ja lähettää ääntä taajuudella 18,7 kHz. Lepakko havaitsee mangosta heijastuneen ja lähettämänsä äänen taajuuksien eroksi 1,05 kHz. Kuinka suuri on lepakon lentonopeus? Voidaan olettaa, että ilman lämpötila on 20 °C.
(Yo kevät 2012, teht. 11b)

# 16 Kuultava ääni – ääni ilmiönä




Sinimuotoinen ääni koostuu yhdestä taajuudesta. Se jatkuu samanlaisena koko keston ajan.




Kolmen eri taajuuden yhdistelmänä saatava ääni on kolmen siniaallon yhdistelmä. Ääniaalto on jaksollinen ja pysyy samanlaisena, jos ääni ei muutu.

**Äänen spektri**
Äänen sisältämien äänesten osuutta äänessä kuvaa äänen spektri.

## Äänen havaittavat ominaisuudet

Ääneksi sanotaan sellaista aaltoliikettä, joka aiheuttaa kuuloaistimuksen. Äänet jaetaan kahteen luokkaan sen mukaan, voidaanko äänen korkeus määrittää. Ilotulitusraketin lentäessä ujelluksella on selvä korkeus, mutta sen räjähdyksen äänen korkeutta ei voida määrittää.

Äänet ovat yleensä eritaajuisten ääniaaltojen yhdistelmiä, interferenssiaaltoja. Se, kuullaanko äänen korkeus, riippuu siitä, mitä taajuuksia äänessä on. Jos äänessä on satunnaisesti mitä tahansa taajuuksia, sen korkeutta ei voida määrittää. Jos äänen taajuudet ovat likimain harmonisen ylätaajuussarjan taajuuksia, ääni soi tämän sarjan perustaajuuden määräämältä korkeudelta.

Puhtaassa sinimuotoisessa ääniaallossa on vain yksi taajuus, ja tällaisesta ääniaallosta käytetään nimitystä **äänes**. Mikä tahansa ääni voidaan esittää eritaajuisten äänesten yhdistelmänä. Äänen sisältämien äänesten osuutta äänessä kuvaa **äänen spektri**.

Yhden ääneksen muodostaman äänen spektri sisältää vain yhden taajuuden. Ääniraudan ääni on hyvin lähellä puhdasta siniaaltoa. Myös sähköisillä piireillä tuotetut äänet ovat yksinkertaisimmillaan puhdasta siniaaltoa.

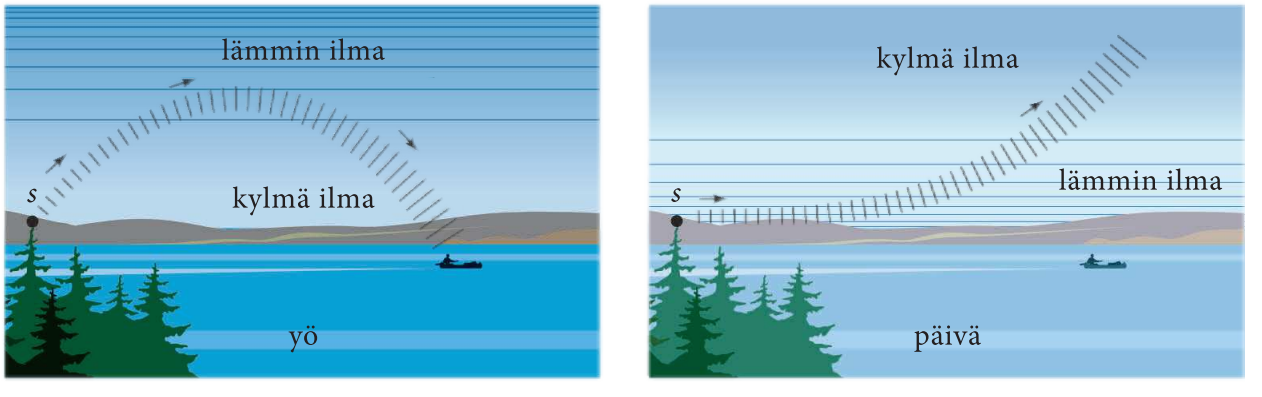
Esimerkkejä äänen nopeudesta:

| | | |
|---|---|---|
| ilma | –40 °C | 307 m/s |
| | 0 °C | 331,4 m/s |
| | +20 °C | 343 m/s |
| | +40 °C | 354 m/s |
| helium | +20 °C | 965 m/s |
| vesi | +20 °C | 1 484 m/s |
| alumiini | +20 °C | 5 080 m/s |
| teräs | +20 °C | 5 100 m/s |
| hopea | +20 °C | 2 790 m/s |

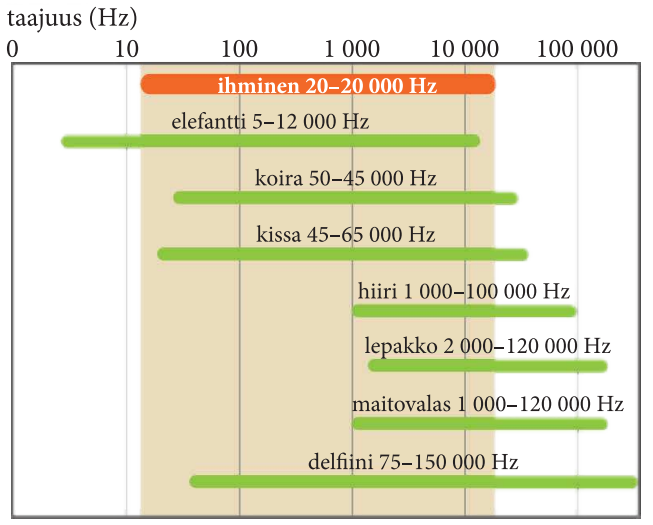
## Äänen nopeus riippuu väliaineesta

Värähtelijä, joka tuottaa äänen, määrää äänen taajuuden $f$. Äänen nopeus $v$ riippuu väliaineen ominaisuuksista: rakenteesta, olomuodosta ja lämpötilasta. Äänen aallonpituuden $\lambda$, taajuuden ja nopeuden riippuvuuden antaa aaltoliikkeen perusyhtälö $v = f\lambda$.

Äänen nopeus kaasussa kasvaa lämpötilan kasvaessa ja kaasun molekyylipainon pienentyessä, mutta on lähes riippumaton paineesta. Paineaalto etenee kaasuissa molekyylien törmäysten välityksellä. Kiinteissä aineissa äänen nopeus on tyypillisesti välillä 2 000…10 000 m/s.




Äänen nopeus riippuu lämpötilasta, äänen etenemissuunta muuttuu äänen kulkiessa vinosti ilmakerroksessa, jossa lämpötila muuttuu.




Ihmisen ja eläinten kuuloalueita.

**Äänen intensiteetti**

Intensiteetti määritellään siirtotehona pinta-alaa kohti:

$$I = \frac{P}{A},$$

jossa

$P$ on äänen teho ja

$A$ on äänen etenemissuuntaa vastaan kohtisuora pinta-ala.

## Ihmisen kuulema taajuusalue on kuuloalue

Äänen taajuus voi vaihdella paljon. Usein äänen taajuusalue jaetaan kolmeen osaan: ihmisen kuulema taajuusalue eli ns. **kuuloalue**, kuuloalueen taajuuksien alapuolella oleva alue eli infraäänet sekä kuuloalueen yläpuolella oleva alue eli ultraäänet.

| Äänialue | Taajuus |
|---|---|
| ultraääni | 20 kHz … 10 GHz |
| ihmisen kuuloalue | 16 Hz … 20 kHz |
| infraääni | alle 16 Hz |

Ihmiskorvan kuuloalue on keskimäärin 16 Hz … 20 kHz. Nuori ihminen voi kuulla taajuuksia 24 kHz:iin asti. Iän mukana kuuloalue kaventuu eikä korkeita taajuuksia enää kuulla.

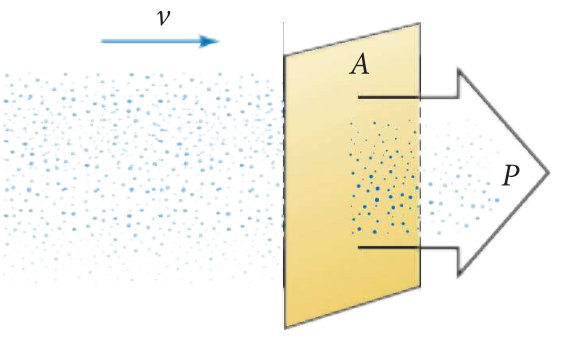
## Äänen voimakkuus ja intensiteetti

Ilmassa etenevä ääniaalto on paineaalto, joten äänen voimistuminen voidaan fysikaalisesti tulkita äänen painevaihtelun suurenemisena. Äänen mukana etenee energiaa ja siirtyvän energian määrä riippuu äänen painevaihtelun suuruudesta, joten mitä enemmän energiaa siirtyy, sitä voimakkaampana ääni kuullaan.

**Intensiteetti** ilmoittaa, kuinka paljon energiaa aikayksikössä siirtyy aallon mukana pinnan läpi pinta-alayksikköä kohden. Siirtyneen energian määrä aikayksikköä kohti on teho, joten intensiteetti ilmoittaa, kuinka suurella teholla energiaa siirtyy tietyn suuruisen pinnan läpi: $I = \frac{P}{A}$.

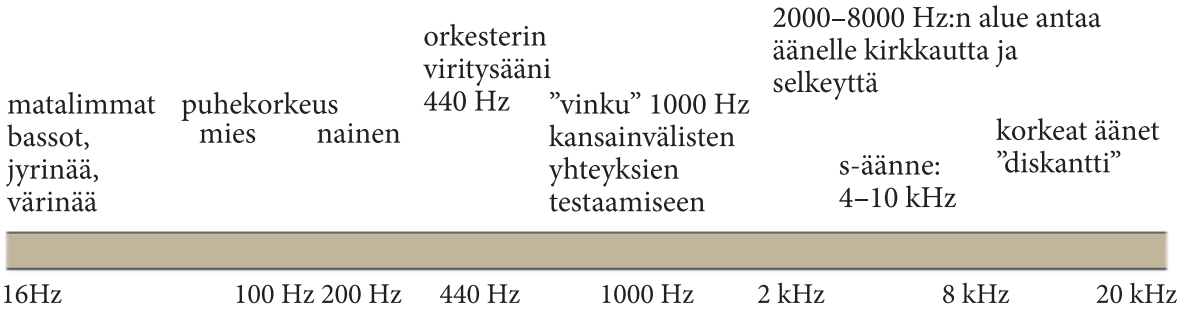
Intensiteetin yksikkö on

$$[I] = \frac{[P]}{[A]} = 1\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}.$$




Intensiteetti ilmoittaa, kuinka suurella teholla energia siirtyy aaltoliikkeen mukana pinnan läpi.

Miesäänen taajuus on noin 100 Hz ja naisäänen taajuus kaksinkertainen. Matalia ääniä syntyy yleensä vain suurista esineistä, ja ne kuuluvat kauas. Taajuusalueella 2000…8000 Hz ääni on selkeää ja kirkasta. Eläinten ja lintujen äänissä on paljon tämän alueen taajuuksia; ne on helppo havaita.




kuuloalue 16 Hz–20 000 Hz (20 kHz)

**Äänen intensiteettitaso**

$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ dB,

jossa

$I$ on havaittava intensiteetti ja

$I_0 = 10^{-12}$ W/m$^2$ kuulokynnyksen intensiteetti.

Huomaa!

Logaritmifunktion arvo saadaan laskimesta log-näppäimellä. Sitä ei tule sekoittaa ln-näppäimeen, jota käytetään ns. luonnollisen logaritmin laskemiseen. Intensiteettitason laskemisessa on käytettävä log-näppäintä.

Intensiteetin kaksinkertaistuessa intensiteettitaso kasvaa
$10 \lg 2$ dB = 3,01 dB ≈ 3 dB.

## Äänen intensiteettitason yksikkö on dB

Heikoin ääni, jonka ihmisen korva havaitsee 1000 Hz:n taajuudella, on intensiteetiltään noin $10^{-12}$ W/m$^2$. Tätä intensiteetin arvoa kutsutaan **kuulokynnykseksi**. Se on pienin äänen teho, jonka ihminen vielä havaitsee. Voimakkain ääni, jonka korva sietää, on noin 1 W/m$^2$. Tämä voimakkain siedettävä ääni on miljoona kertaa miljoona eli $10^{12}$ kertaa kuulokynnyksen suuruinen. Näin laajan voimakkuusalueen kuvaamiseen sopii hyvin niin sanottu logaritminen asteikko.

Kuultavan äänen voimakkuutta kuvataan suureella äänen **intensiteettitaso**. Intensiteettitason yksikkö on desibeli, dB.

Äänen intensiteettitaso määritellään havaittavan intensiteetin $I$ ja kuulokynnyksen intensiteetin $I_0 = 10^{-12}$ W/m$^2$ avulla siten, että $L = 0$ dB, kun $I = I_0$, ja intensiteetin 10-kertaistaminen nostaa intensiteettitasoa aina 10 dB.

Intensiteettitason määritelmässä lg tarkoittaa 10-kantaista logaritmifunktiota, joka määritellään matematiikassa. Koska intensiteettitaso määritetään logaritmin avulla, intensiteettitaso ei ole suoraan verrannollinen intensiteettiin. Jos intensiteetti kaksinkertaistuu, intensiteettitaso kasvaa noin 3 dB. Intensiteetti kaksinkertaistuu esimerkiksi jos yhden ääntä tuottavan laitteen sijasta käytetään kahta samanlaista laitetta.

Porakoneen äänen intensiteettitaso on suuri.

| Äänilähde | Intensiteettitaso (dB) | Intensiteetti (W/m$^2$) |
|---|---|---|
| suihkukoneen nousu lähellä | 150 | 1000 |
| rock-konsertti | 120 | 1 |
| voimakas ukkosen jyrinä | 110 | 0,1 |
| raskas kuorma-auto | 90 | 0,001 |
| katumöly, pölynimuri | 80 | 0,000 1 |
| meluisa luokka, tiskikone | 70 | 0,000 01 |
| tavallinen puhe | 60 | 0,000 001 |
| toimisto | 50 | 0,000 000 1 |
| kirjasto | 40 | 0,000 000 01 |
| hiljainen asunto | 30 | 0,000 000 001 |
| puiden suhina | 20 | 0,000 000 000 1 |
| normaali hengitys | 10 | 0,000 000 000 01 |
| kuulokynnys | 0 | 0,000 000 000 001 |

Taulukko havainnollistaa valtavaa aluetta, jolla normaalin ympäristön äänilähteiden intensiteetti vaihtelee. Luonnollisen ympäristön äänilähteiden intensiteetit ovat hyvin pieniä.

Suihkukoneen moottorin äänen intensiteettitaso voi olla 150 dB. Lähietäisyydellä tämä aiheuttaa vakavan kuulovaurion.

## Äänekkyystason yksikkö on foni

Ihmisen korva aistii eritaajuisia ääniä eri tavoin. Huonoimmin ihminen kuulee matalia ääniä ja herkimmin keskikorkeita ääniä, jotka ovat taajuudeltaan noin 1000…5000 Hz. Kuuloaistimuksen voimakkuutta kuvaava suure on **äänekkyystaso** eli **kuuluvuustaso**, jonka yksikkö on foni.

Äänekkyystasot määritetään mittaamalla useiden henkilöiden kuuloaistimuksen perusteella niin sanottuja **vakioäänekkyyskäyriä**.

## Infraääni voidaan tuntea värähtelynä

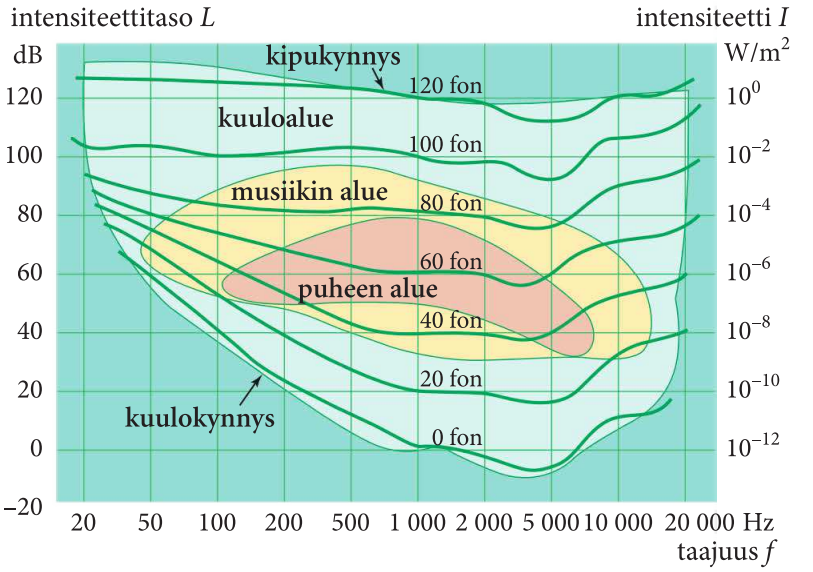
Infraäänen taajuus on alle 16 Hz. Infraäänen luonnollisia lähteitä ovat maanjäristykset, tuuli, ukkonen ja veden pinta-aallot.

Vaikka infraääniä ei kuulla, voimakkaat infraäänet voidaan tuntea sisäelimien, esimerkiksi maksan, värähtelynä. Voimakkaat infraäänet saattavatkin aiheuttaa jopa sisäelinten rikkoutumisia. Siksi rockkonserteissa ei pitäisi oleskella pitkään voimakkaiden bassokaiuttimien lähellä.

Erään teorian mukaan tarinat kummituksista ja selkäpiitä värähdyttävistä äänistä perustuvat juuri infraäänten aistimukseen. Vanhoissa urkupillistöissä on pillejä, joiden taajuuksia ei kuulla, vaan ne tuntuvat ”selkäpiissä”.

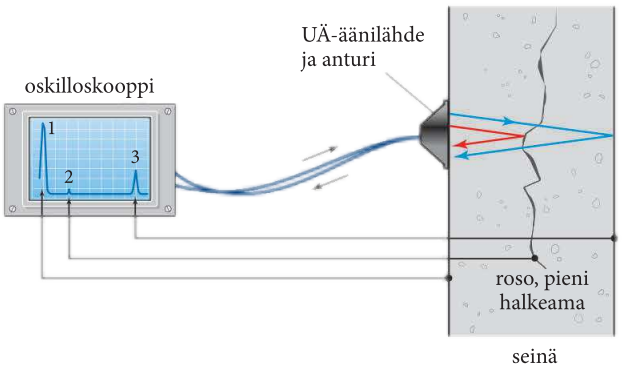
Eläinten äänissä on myös infra- ja ultraäänialueen taajuuksia. Äänitutkimukset ovat tärkeitä biologiassa.

**Vakioäänekkyyskäyrä**




1000 Hz:n taajuudella dB-asteikko ja foniasteikko ovat likimäärin samat. 1000 Hz:n taajuinen 40 dB:n ääni kuullaan 40 fonin kuuluvuustasona. Vastaavasti 200 Hz:n taajuudella 40 dB:n ääni kuullaan vain 20 fonin kuuluvuustasona. Jos 200 Hz:n ääni halutaan kuulla yhtä äänekkäänä, sen intensiteettitason tulee olla noin 50 dB.

Ultraäänellä voidaan hoitaa lihasjännitystä.




Ultraäänilaitteella voidaan tutkia rakenteen sisällä olevia halkeamia mittaamalla halkeamasta heijastuvaa ääntä (kuvassa piikki 2). Oskilloskoopin näytöstä voidaan lukea aika, joka ultraääneltä kuluu etenemiseen äänilähteestä anturiin. Kun tunnetaan äänen nopeus aineessa, halkeaman paikka voidaan laskea.

**Äänen vaimentamiseksi kutsutaan sellaisia toimia, joiden tarkoituksena on saada aikaan alempi intensiteettitaso**

- Etäisyyden kasvattaminen äänilähteeseen.
- Liikennemelun vaimenemiseen vaikuttavat etäisyys, maanpinta ja kasvillisuus, mahdolliset luonnolliset tai rakennetut esteet sekä säätila.
- Rakennusten rakenteiden äänieristäminen. Eristyskeinoja ovat rakenteiden massan lisääminen, rakenteen kerrostaminen ja rakenteen tekeminen huokoisesta aineesta, joka absorboi ääntä.
- Kuulosuojaimien käyttö. Kun intensiteettitaso nousee yli 85 desibelin, riski saada kuulovaurio kasvaa.

## Ultraäänellä on monia sovelluksia

Ultraäänen taajuus on 20 kHz … 10 GHz. Muun muassa lääketieteessä ja teollisuudessa ultraääntä sovelletaan moniin tarkoituksiin.

Ultraäänen avulla voidaan tutkia esimerkiksi sikiötä, maksaa, munuaisia, pernaa, rintoja, kiveksiä, niveliä, lihaksia ja verisuonia. Ultraäänitutkimuksessa voidaan tarkastella elinten rakennetta, muotoa, kokoa ja liikettä. Ultraääni etenee hyvin nesteessä, minkä takia nestetäytteiset elimet sekä niiden vieressä sijaitsevat elimet sopivat ultraäänellä tutkittaviksi. Esimerkiksi poskiontelotulehdusten diagnosoinnissa käytetään tätä tietoa hyväksi. Ultraääni heijastuu kudoksesta, jossa ei ole nestettä. Luuston ja kaasua sisältävien elinten tutkimiseen ultraääni ei sovellu.

Ultraäänitutkimus on kivuton, riskitön ja luotettava. Ultraäänellä ei ole röntgensäteiden haittavaikutuksia, ja sillä voidaan kuvata paljon selvemmin erityisesti pehmeiden kudosten rakenteita. Ultraäänellä voidaan poistaa hammaskiveä. Myös harmaakaihin poistoon käytetään ultraääntä, ja sillä voidaan desinfioida sairaalatarvikkeita, koska ultraääni tuhoaa pieneliöitä. Ultraäänen avulla hoidetaan nivelvaurioita lämmittämällä äänellä nivelkalvoja.

Nykyaikaisilla ultraäänilaitteilla on mahdollista myös mitata veren virtausnopeuksia ja määrittää verisuoniahtaumien astetta.

Teollisuudessa ultraäänellä tarkistetaan esimerkiksi valuvikoja, hiushalkeamia ja muita säröjä.

## Melu on häiritsevää ääntä

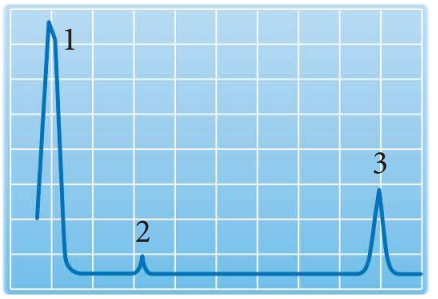
Melu on ääntä, jonka ihminen kokee häiritseväksi tai haitalliseksi. Ympäristömelun lähteitä ovat muun muassa liikenne, teollisuus, rakentaminen ja vapaa-ajan harrastukset.

Liikennemelua aiheuttavat esimerkiksi tieliikenne, lentoliikenne ja raideliikenne. Teollisuusmelua aiheutuu muun muassa teollisuusrakennuksista, voimalaitoksista sekä louhimoista ja murskaamoista. Vapaa-ajan toimintojen melua syntyy moottoriurheilussa, ampumaradoilla ja ulkoilmatilaisuuksissa. Myös kaupoissa ja julkisissa tiloissa soiva taustamusiikki tuntuu joistain ihmisistä ja työntekijöistä melusaasteelta. Se saattaa aiheuttaa väsyneen olon.

Ihmiset kokevat ympäristömelun hyvin eri tavoin haitalliseksi. Melun vaikutukset ihmisen terveyteen ovat usein epäsuoria ja liittyvät moniin muihin tekijöihin. Meluhäiriö voi johtaa muun muassa sydämen syketaajuuden nopeutumiseen, verenpaineen nousuun ja verisuonten supistumiseen. Yömelu voi aiheuttaa unihäiriöitä. Häiriöt johtavat mm. väsymykseen, mielialan muutoksiin ja suorituskyvyn heikkenemiseen

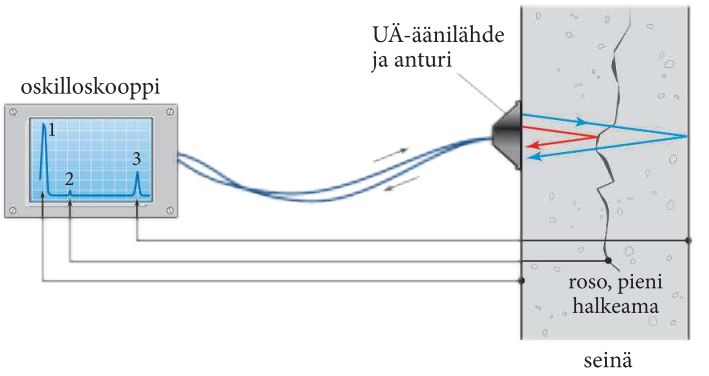
## Esimerkki 1 — Kaikuluotaus ultraäänellä

**Kun metalliseinämän rakennetta tutkittiin ultraäänen heijastumista hyväksi käyttäen, saatiin oskilloskoopin näyttöön oheinen kuva. Siinä pulssi 1 on lähtöpulssi ja pulssi 3 on seinämän takapinnasta heijastunut pulssi. Määritä seinämän paksuus, kun ultraäänen nopeus tutkittavassa aineessa on 5 250 m/s. Kuvasta näkyy, että seinämässä on rakennevirhe. Kuinka syvällä se on? Kuvan vaaka-akselilla 1 ruutu vastaa 2 µs. (Yo kevät 1993, teht. 3b)**




### Ratkaisu

$v = 5\,250$ m/s, $x_1 = ?$, $x_2 = ?$




Pulssi kulkee edestakaisen matkan.

Pulssien 1 ja 3 väli on 8 ruutua, joten kulkuaika takapintaan on

$$t_1 = \frac{8 \cdot 2\,\mu\text{s}}{2} = 8\,\mu\text{s}.$$

Pulssien 1 ja 2 väli on 2,2 ruutua, joten kulkuaika rakennevirheeseen on $t_2 = \dfrac{2{,}2 \cdot 2\,\mu\text{s}}{2} = 2{,}2\,\mu\text{s}$.

Äänen nopeus on vakio, joten tasaisen liikkeen kaavalla saadaan

$$x_1 = vt_1 = 5\,250\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \cdot 10^{-6}\ \text{s} = 0{,}042\ \text{m} = 42\ \text{mm},$$

$$x_2 = vt_2 = 5\,250\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{s} = 0{,}01155\ \text{m} = 12\ \text{mm}.$$

### Vastaus

Seinän paksuus on 42 mm, ja rakennevirhe on syvyydellä 12 mm.

## Esimerkki 2 — Äänen intensiteetti ja intensiteettitaso

**a) Trumpetin torven poikkipinta-ala on 0,10 m² ja äänen teho on 1,5 W. Laske äänen intensiteetti torven päässä.**

**b) Kuinka suuri trumpetin äänen intensiteettitaso on?**

### Laskimella

log | 1 | 5 | EXP | 1 | 2 | × | 1 | 0

### Ratkaisu

$A = 0{,}10\ \text{m}^2$, $P = 1{,}5$ W, $I_0 = 10^{-12}\ \text{W/m}^2$, $I = ?$, $L = ?$

**a)** Sijoitetaan lukuarvot intensiteetin suureyhtälöön $I = \dfrac{P}{A}$, jolloin saadaan $I = \dfrac{1{,}5\ \text{W}}{0{,}1\ \text{m}^2} = 15\,\dfrac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

**b)** Sijoitetaan intensiteetin arvo $I = 15\ \text{W/m}^2$ intensiteettitason kaavaan $L = 10\lg\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$ dB.

Tällöin saadaan

$$L = 10\lg\left(\frac{15\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}\right)\text{dB} = 10\lg\left(\frac{15}{10^{-12}}\right)\text{dB} = 10\lg\left(15 \cdot 10^{12}\right)\text{dB}$$

$$= 131{,}7609\ \text{dB} = 130\ \text{dB}.$$

### Vastaus

a) Äänen intensiteetti on 15 W/m².

b) Äänen intensiteettitaso on 130 dB.

**Tiivistelmä**

- Äänen sisältämien äänesten osuutta äänessä kuvaa äänen spektri.
- Ihmisen kuuloalue on 16 Hz … 20 000 Hz.
- Intensiteetti ilmoittaa, kuinka paljon energiaa aikayksikössä siirtyy aallon mukana pinnan läpi pinta-alayksikköä kohden.
- Äänen intensiteettitaso määritellään havaittavan intensiteetin $I$ ja kuulokynnyksen intensiteetin $I_0 = 10^{-12}$ W/m$^2$ suhteen avulla.
- Ääni etenee vakionopeudella homogeenisessa väliaineessa.
- Melu on ääntä, jonka ihminen kokee häiritseväksi tai haitalliseksi.

## Perustehtävät

**240.** Kaukaisesta ilotulitusraketin räjähdyksestä nähdään leimahdus ja kuullaan pamaus. Jos etäisyys räjähdykseen on 1,5 km, kuinka kauan räjähdyksestä kuluu ennen kuin se nähdään ja kuullaan?

**241.** **a)** Miten ääni etenee ilmassa?
**b)** Mitkä äänen ominaisuudet vaikuttavat keskeisesti kuuloaistimuksen voimakkuuteen?
**c)** Miksi äänen voimakkuutta mitataan dB-asteikolla? (Yo syksy 2003, teht. 5).

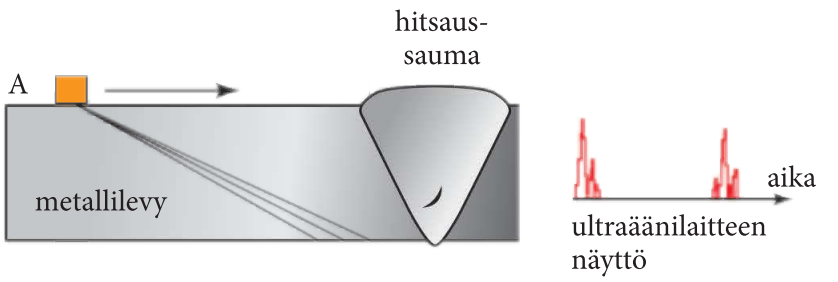
**242.** Oletko joskus tuntenut infraääniä? Missä?

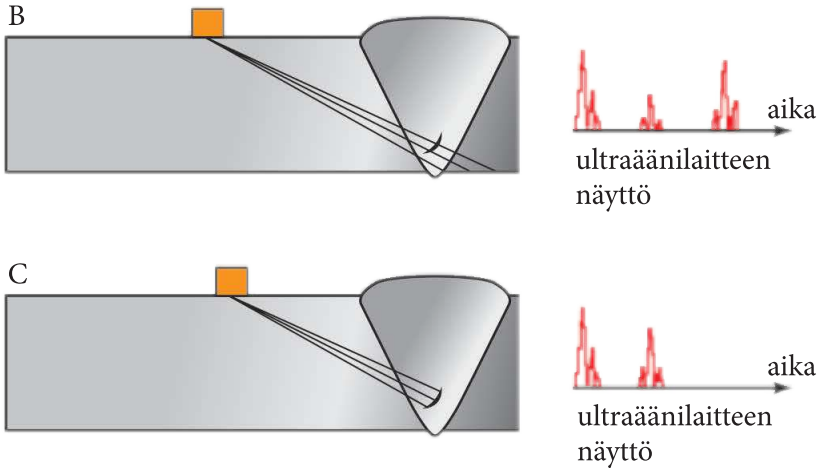
**243.** **a)** Mitä on ultraääni?
**b)** Miten sitä käytetään hyödyksi?

**244.** Sikiötutkimuksessa käytettävän ultraäänen taajuus on 3,0 MHz.
**a)** Kuinka suuri tämän äänen aallonpituus on ilmassa?
**b)** Mikä aallonpituus on kudoksessa, jos äänen nopeus kudoksessa on 1570 m/s?
**c)** Mihin perustuu, että ultraäänellä nähdään sikiö?

**245.** Hälytyssummerin etäisyys havaitsijasta muuttuu kolminkertaiseksi. Kuinka äänen intensiteetti muuttuu havaitsijan kohdalla, jos ei oteta huomioon väliaineen vaimennusta? Esim. 2

**246.** Selitä kuvan perusteella, miten ultraäänellä voidaan tarkastaa hitsaussauman virheettömyys.
Esim. 1




**247.** Astianpesukoneen aiheuttama intensiteettitaso on 62 dB. Kuinka suuri intensiteettitaso olisi, jos keittiössä olisi toinen kodinkone, jonka intensiteettitaso olisi sama? Esim. 2

## Soveltavat tehtävät

**248.** Kuinka paljon äänen intensiteetin pitää pienentyä, jotta äänen intensiteettitaso laskee 90 dB:stä 70 dB:iin?

**249.** **a)** Mainitse joitakin kotiympäristösi melun lähteitä.
**b)** Miten melua voitaisiin vaimentaa?

**250.** **a)** Uutta asuinaluetta suunnitellaan vilkasliikenteisen autotien läheisyyteen. Mitä keinoja on käytettävissä meluhaittojen torjumiseen asuinalueen viihtyisyyden lisäämiseksi?
**b)** Porakoneen äänen intensiteettitaso 2,0 metrin etäisyydellä on 74 dB. Kuinka suuri intensiteettitaso on 8,0 metrin etäisyydellä? (Yo kevät 2008, teht. 5).

**251.** Klarinetin intensiteetti kolmen metrin päässä soittimesta on $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ W/m$^2$.
**a)** Kuinka suuri sen intensiteettitaso on?
**b)** Kuinka suuri on kahden samanlaisen klarinetin intensiteettitaso?

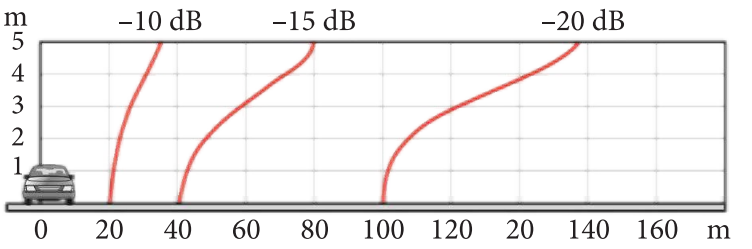
**252.** **a)** Maitovalaiden havaitsemien äänien taajuus on 1,2 Hz … 130 000 Hz.
**b)** Valaat kaikuluotaavat äänen avulla. Selitä kaikuluotauksen periaate.
**c)** Miten kaikuluotauksella saadaan tietoa kohteen nopeudesta? (Yo syksy 2008, teht. 4)

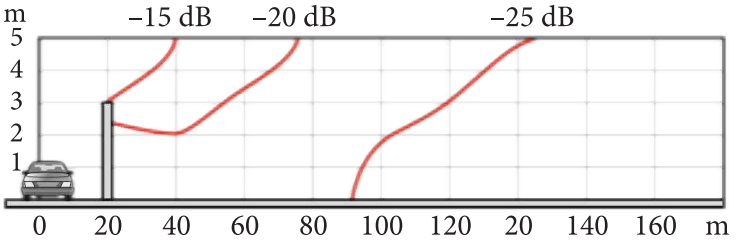
**253.** The Rolling Stones konsertoi Olympiastadionilla 16.7.2003. Konsertin aikana tehtyjen äänenvoimakkuusmittausten (melutestien) mukaan yhteen koko konsertin aiheuttama melutaso oli miksauspisteessä keskimäärin 103 dB.
**a)** Selvitä, miten ääni etenee kaiuttimesta kuulijan korvaan.
**b)** Miksi ihmisen aistimaa äänenvoimakkuutta mitataan desibeliasteikolla?
**c)** Helsingin kaupungin ympäristönsuojelumääräysten 26. pykälän mukaan ulkoilmakonserttien aiheuttama melutaso saa olla melun vaikutuspiirissä olevien asuinrakennusten, huolto- ja oppilaitosten sekä muiden sellaisten kohteiden luona, joille saattaa aiheutua haittaa tai häiriötä, enintään 70 dB. Kuinka moninkertainen miksauspöydän mitattu intensiteetti oli sallittuun intensiteettiin verrattuna? (Yo kevät 2009, teht. 4.)

**254.** Täydennä taulukko.

| Suure | Suureen tunnus | Suureen yksikkö | Kuvaus suureesta |
|---|---|---|---|
| intensiteetti | | | |
| intensiteettitaso | | | |
| äänekkyystaso | | | |
| kuuluvuustaso | | | |

**255.** Kuvat esittävät äänen voimakkuuksia tiestä, jossa ei ole meluaitaa, ja tiestä, jossa on meluaita.
**a)** Tulkitse kuvioita. Vertaa melun vaimenemista.
**b)** Miten ääniaallon diffraktio tulee ottaa huomioon meluaitaa rakennettaessa?




**256.** Millä tavoilla melulta voi suojautua
**a)** työkoneen käyttäjä
**b)** meluisessa paikassa työskentelevä
**c)** rock-konsertin yleisö?

# Kertaustehtävät

## Luku 1

**257.** **a)** Millaista mekaaninen poikittainen aaltoliike on? Mainitse esimerkki.
**b)** Millaista mekaaninen pitkittäinen aaltoliike on? Mainitse esimerkki.
**c)** Millaisessa aineessa mekaaninen poikittainen ja pitkittäinen aaltoliike pystyvät etenemään?

**258.** **a)** Mikä ero on jaksonajalla ja taajuudella? Mainitse kummastakin esimerkki.
**b)** Miten amplitudin ja taajuuden vaihtelut ilmenevät jousen aaltoliikkeessä, valossa ja äänessä?

**259.** **a)** Pitkässä kierrejousessa etenevän aaltoliikkeen taajuus on 15,0 Hz ja aallonpituus 2,25 m. Laske aaltoliikkeen etenemisnopeus jousessa.
**b)** Värähtelijä tekee 5,0 minuutissa 600 värähdystä. Mikä on värähtelijän taajuus?

## Luku 2

**260.** Jousipyssyn jäykkyyttä voidaan kuvata jousivakiolla. Kuinka suuri voima tarvitaan jännittämään jousipyssy, kun nuolesta vedetään niin, että jänteen keskikohta liikkuu 45 cm? Jousipyssyn jousivakioksi on mitattu 65 N/m.

**261.** Jousta kuormitettaessa erisuuruisilla punnuksilla saatiin seuraavat venymät

| $m$ (g) | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ (cm) | 0,7 | 1,4 | 2,0 | 2,6 | 3,3 | 3,9 | 4,6 |

**a)** Määritä graafisesti jousen jousivakio.
**b)** Jouseen ripustetaan punnus, jonka massa on 510 g. Kuinka paljon jousi venyy?
**c)** Jouseen ripustetaan 50 gramman punnus ja annetaan jousen venyä tasapainoasemaan. Jousta venytetään 12 cm ja punnuksesta päästetään irti. Kuinka suuri on punnuksen kiihtyvyys heti irrottamisen jälkeen?

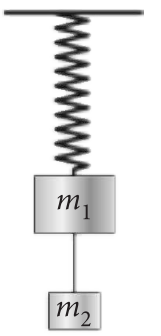
**262.** Jouseen ripustetaan 485 g:n punnus, jolloin jousi venyy 11,2 cm. Punnus irrotetaan jousesta.
**a)** Kuinka paljon jousi venyy, kun sitä venytetään 3,5 N:n voimalla?
**b)** Jousen jatkoksi kiinnitetään toinen samanlainen jousi. Kuinka paljon jousisysteemi venyy, kun sitä venytetään 3,5 N:n voimalla? Mikä on kahden peräkkäisen jousen yhteinen jousivakio?
**c)** Jousen rinnalle kiinnitetään toinen samanlainen jousi. Kuinka paljon jousisysteemi venyy, kun sitä venytetään 3,5 N:n voimalla? Mikä on rinnankytkettyjen jousien yhteinen jousivakio?

## Luku 3

**263.** Kun jousen varaan ripustetaan kappale, jonka massa on 450 g, jousi venyy 1,8 cm.
**a)** Kuinka suuri on jousen jousivakio?
**b)** Mikä on jousen värähdysaika?

**264.** Kun jouseen ripustetaan 1,0 kg:n punnus, jousi värähtelee niin, että värähdysaika on 2,0 s. Kuinka paljon jousi venyy, jos jouseen ripustetaan 350 gramman punnus?

**265.** Kun kaksi kappaletta ripustetaan jouseen kuvion mukaisesti, jousi venyy 128 mm. Kappaleita yhdistävä lanka poltetaan poikki.
**a)** Kuinka suurella kiihtyvyydellä kappaleet lähtevät liikkeelle?
**b)** Kuinka suuri on värähtelyliikkeeseen joutuvan kappaleen 1 jaksonaika?
Kappaleiden massat ovat $m_1 = 0{,}52$ kg ja $m_2 = 0{,}22$ kg.
(Yo kevät 2000, teht. 5).



## Luku 4

**266.** Aaltoliikkeen taajuus on 8,5 Hz ja etenemisnopeus 12,4 m/s.

**a)** Laske aaltoliikkeen värähdysaika ja aallonpituus.

**b)** Kuinka kauan kestää, kun värähtelijä siirtyy ääriasennosta toiseen?

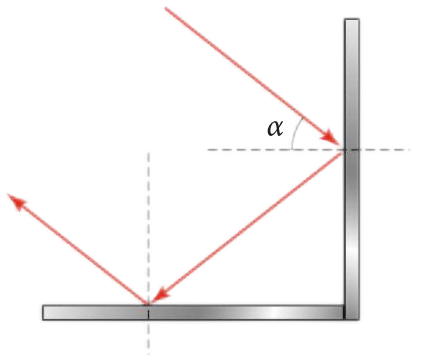
**c)** Missä ajassa aaltoliike etenee 55 m?

**267.** **a)** Selitä, miten lapset antavat keinuvalle kaverilleen vauhtia.

**b)** Miksi soratiellä usein esiintyvät ”nimismiehen kiharat” tuntuvat epämiellyttäviltä?

## Luku 5

**268.** Kaksi peiliä on kohtisuorassa toisiaan vasten. Valo tulee kulmassa $\alpha$ peiliin ja heijastuu. Mikä on valon heijastuskulma toisesta peilistä?




**269.** Äänen nopeus kuparissa on 3 800 m/s ja teräksessä 5 100 m/s. Ääni tulee kuparipalikasta siihen tiukasti painettuun teräspalikkaan 35,5°:n tulokulmassa.

**a)** Laske äänen taitekulma teräksessä.

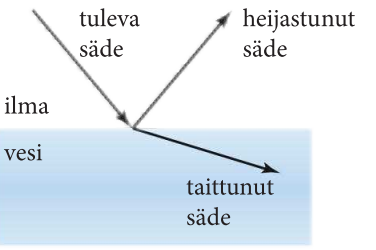
**b)** Kuinka suuressa kulmassa ääni heijastuu teräksen pinnasta takaisin kupariin?

**c)** Piirrä kuva, jossa näkyvät tulevat, heijastuneet ja taittuneet aaltorintamat.

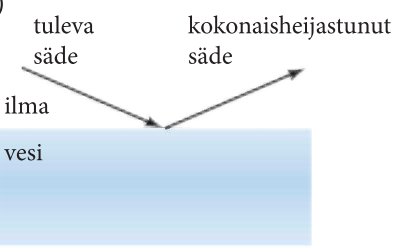
## Luku 6

**270.** Valo tulee ilmasta veteen. Perustele, mikä seuraavista kuvista esittää valonsäteen kulkua oikein?

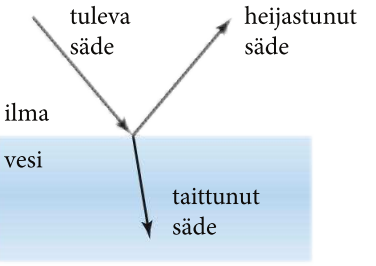
a)



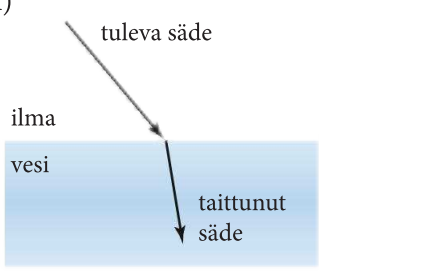

b)



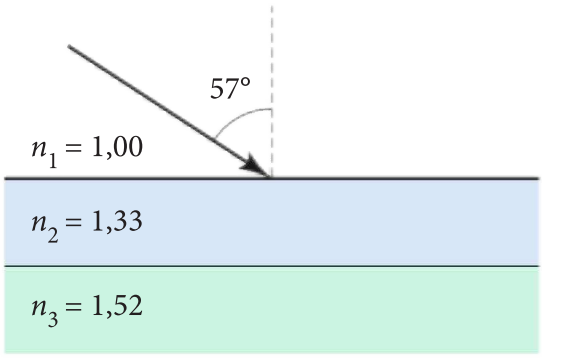

c)




d)




**271.** Kaksi lasilevyä on asetettu päällekkäin. Valonsäde tulee ensimmäisen pintaan 57°:n kulmassa kuvan mukaisesti. Laske tarvittavat kulmat ja piirrä valonsäteen kulku lasilevyjen läpi.




**272.** Natriumlampusta saatu keltainen, yksivärinen valonsäde ohjataan ilmasta veden pintaan 85°:n tulokulmassa. Natriumlampun valon tyhjiöaallonpituus on 589 nm.

**a)** Kuinka suuri taitekulma on?

**b)** Kuinka suuri on tämän valon nopeus, taajuus ja aallonpituus vedessä?

## Luku 7

**273.** Äänen nopeus ilmassa on 343 m/s ja teräksessä 5100 m/s.

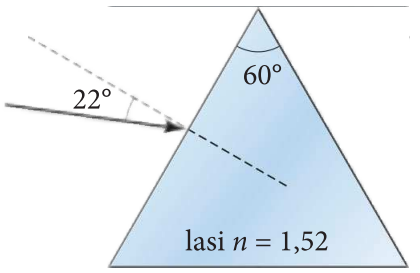
**a)** Kokonaisheijastuuko ääni tullessaan ilmasta teräkseen vai tullessaan teräksestä ilmaan?

**b)** Laske kokonaisheijastuksen rajakulma.

**274.** Anna on pudottanut kaulakorun veteen 1,2 metrin syvyyteen. Hän etsii sitä tähystämällä veneestä kasvot hyvin lähellä veden pintaa. Kuinka kaukana pudotuskohdasta (veden pintaa pitkin mitattuna) esineestä lähtevä valo kokonaisheijastuu? Miksi Anna voi nähdä esineen kauempaakin?

**275.** Veden pinnalla olevassa öljyssä etenevä laser-säde kohtaa öljyn ja veden välisen rajapinnan, jolloin kokonaisheijastuksen rajakulma on 69,5°. Laske laser-valon aallonpituus öljyssä, kun se ilmassa on 628 nm. Ilman taitekerroin on 1,00 ja veden 1,33. (Yo syksy 1978, teht. V2)

**276.** Valonsäde osuu prismaan kuvan mukaisesti. Piirrä valonsäteen kulku prisman läpi. Laske tarvittavat kulmat.




## Luku 8

**277.** Keskeltä paksu linssi on asetettu optiseen penkkiin. Linssin polttopisteet ovat 3,0 senttimetrin etäisyydellä linssistä. Valolähteen hehkulanka on 1,0 senttimetrin etäisyydellä linssistä. **a)** Ratkaise piirtämällä ja laskemalla, mihin kohtaan hehkulangan kuva muodostuu. **b)** Kuinka suuri kuvauksen viivasuurennos on? **c)** Mikä kuvan laatu on?

**278.** Linssin taittovoimakkuus on –2,5 d. Määritä kuvan paikka, laji ja viivasuurennus, kun esine on 60,0 cm:n etäisyydellä linssistä.

**279.** Elokuvateatterissa näytetään 18 mm korkeaa filmiä. Projektorin objektiivin etäisyys valkokankaasta on 30,0 m, ja filmi näyttää kankaalla 3,4 m korkealta. Mikä on objektiivin polttoväli?

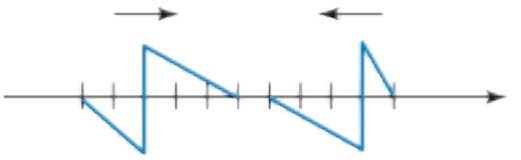
## Luku 9

**280.** Esine lähestyy kaukaisuudesta kuperaa peiliä pitkin pääakselia. Miten peilin muodostama kuva muuttuu?

**281.** **a)** Linssi tai peili voi muodostaa esineestä joko todellisen kuvan tai valekuvan. Selosta näiden käsitteiden ero.
**b)** Esine on koveran pallopeilin pääakselilla 3,0 cm päässä peilistä, jonka kaarevuussäde on 16 cm. Määritä piirtämällä kuvan paikka ja selosta, millainen kuva muodostuu. (Yo kevät 1995, teht. 3)

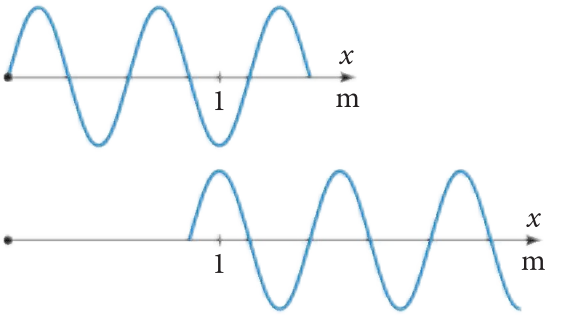
## Luku 10

**282.** Kaksi pulssia lähestyy toisiaan nopeudella yksi ruutu sekunnissa.



Piirrä tilanne hetkillä
**a)** 1 s
**b)** 3 s
**c)** 4 s.

**283.**




**a)** Mikä aaltojen aallonpituus on?
**b)** Kuinka suuri aaltojen matka-ero on?
**c)** Mikä aaltojen vaihe-ero on?

**284.** Kaksi värähtelijää on 3,0 $\lambda$:n etäisyydellä toisistaan. Ne värähtelevät samassa tahdissa. Ratkaise piirtämällä, mihin kulmaan keskusmaksimista syntyy ensimmäisen kertaluvun vahvistava interferenssi.

## Luku 11

**285.** Valkoinen valo osuu kohtisuorasti hilaan, jonka hilavakio on 4,20 mm. Kuinka suuri taipumiskulma on toisen kertaluvun spektrissä siniselle valolle (470 nm)?

**286.** **a)** Mitä tapahtuu, kun lasersäde kulkee hilan läpi?
**b)** Laservalo, jonka aallonpituus on 633 nm, osuu kohtisuorasti hilaan, jossa on 340 rakoa millimetrillä. Kuinka monta intensiteettimaksimia saadaan näkyviin hilan taakse asetetulle varjostimelle? (Yo kevät 1989, teht. 3)

**287.** **a)** Kynälaserin lähettämän valon aallonpituus on 670 nm. Laserilla valaistiin hilaa, jolloin varjostimella näkyi 23 valomaksimia. Kuinka suuri oli hilan hilavakio? Kuinka monta rakoa/mm hilassa oli?
**b)** Kynälaserilla mitattiin hiuksen paksuus. Hius kiinnitettiin laseriin niin, että se halkaisi lasersäteen. Kun laserilla osoitettiin valkoista seinää, seinällä näkyi useita valotäpliä. Kuinka suuri hiuksen paksuus oli, kun seinän etäisyydeksi laserista mitattiin 150 cm ja 1. kertaluvun maksimien välimatkaksi mitattiin 3,2 cm?

## Luku 12

**288.** Selitä värien syntyminen seuraavissa tilanteissa **a)** prisma **b)** öljyläikkä veden pinnalla.

**289.** Valkoinen valo tulee hilan läpi kohtisuoraan varjostimella, joka on 76,0 cm:n etäisyydellä. Hilassa on 600 rakoa millimetrillä. Kuinka leveä on varjostimella toinen sivumaksimi?

**290.** Valaistusmittarilla mitattiin hehkulampun valaistusvoimakkuutta 0,60 m:n etäisyydelle hehkulampusta. Mittaustulos on 75 lx. Laske lampun valovoima mitatussa suunnassa.

**291.** Kaikkiin suuntiin tasaisesti säteilevän valaisimen valovoima on 220 cd. Laske valaistusvoimakkuus 1,2 m:n päässä suoraan valaisimen alla.

## Luku 13

**292.** **a)** Mitä tarkoittaa valon polarisoituminen?
**b)** Missä arkielämän olosuhteissa kohtaat polarisoitunutta tai osittain polarisoitunutta valoa? (Yo kevät 1997, teht. 6)

**293.** Natriumlamppu lähettää valoa, jonka aallonpituus on 589,3 nm. Valo suunnataan vinosti akryylilevyn pintaan. Kuinka suuressa kulmassa valonsäteen on tultava levyn pintaan, jotta heijastunut valo on täysin polarisoitunut?

**294.** Perustele (tarvittaessa kuvioita käyttäen), mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa ja mitkä eivät:
**a)** Kupera linssi muodostaa esineestä aina todellisen kuvan.
**b)** Kovera peili synnyttää valekuvan, mikäli esineen etäisyys peilistä on pienempi kuin peilin polttoväli *f*.
**c)** Valo voi kokonaisheijastua, kun se tulee lasista lasin ja veden rajapintaan.
**d)** Kun polarisoimaton valo osuu vinosti lasilevyn pintaan, on lasin läpi pääsevä valo osittain polarisoitunutta. (Yo kevät 1999, teht. 5)

## Luku 14

**295.** Kitaran kielen perustaajuus on 220 Hz. Kielen keskikohtaa painetaan kevyesti ja kieli näpäytetään soimaan.
**a)** Mikä on syntyvän värähtelyn taajuus?
**b)** Mitkä ovat kielen värähtelyn ylätaajuudet?

**296.** Kerro, miten resonanssi-ilmiö liittyy seisoviin aaltoihin.

## Luku 15

**297.** Kouluissa käytettävien 440 Hz:n demonstraatioäänirautojen alla on yleensä laatikkomainen kaikukoppa.

**a)** Piirrä kuva kaikukoppaan syntyvästä seisovasta aaltoliikkeestä.

**b)** Minkä pituinen koppa on ja miksi?

**298.** Äänen nopeutta mitattiin molemmista päistä avoimen putken avulla. Kaiutin sijoitettiin lähelle putken suuta. Kun kaiuttimen värähtelytaajuutta vaihdeltiin, kuultiin ääni hyvin voimakkaana tietyillä taajuuksilla.

**a)** Selitä ilmiö.

**b)** Määritä äänen nopeus, kun putken pituus oli 1,10 m ja äänen voimistuminen havaittiin taajuuksilla 150 Hz ja 295 Hz.
(Yo syksy 2004, teht. 5)

## Luku 16

**299.** **a)** Mainitse äänen ominaisuuksia kuvaavia suureita.

**b)** Miten ne havaitaan?

**c)** Miten niitä mitataan?

**300.** Korvan tärykalvo voi puhjeta, jos äänen intensiteetti on suuruusluokkaa 1 000 $W/m^2$.

**a)** Kuinka suuri intensiteettitaso silloin on?

**b)** Kuinka suurella teholla ääntä tulee korvaan, jos tärykalvon pinta-ala on 0,5 $cm^2$?

**301.** Sinfoniaorkesterissa on 20 viulua. Kuinka suuri viulujen yhteinen intensiteettitaso on, kun kaikki viulut soittavat yhtä aikaa? Miten on mahdollista, että viulukonserttoa soittavan solistin soitto kuuluu orkesterin viulujen yli?

# Tehtävien vastaukset

4. **a)** 1,3 s
   **b)** 0,75 Hz
   **c)** 0,56 m/s
5. 7,5 m/s
6. 3,10 m
7. **a)** 2,0 cm
   **b)** 6,0 cm
   **c)** 13 Hz
   **d)** 0,080 s
12. **a)** 240 mm, 160 mm
    **b)** 3,0 mm, 2,0 mm
    **c)** 2,3 Hz, 3,4 Hz
13. **a)** 0,60 Hz
    **b)** 3,6 m
16. 330 m/s
17. **a)** 0,069 mm
    **b)** 135 aaltoa.
18. 0,29 s, 12,64 s
21. 2,6 s, 0,38 Hz
23. 18 cm
24. **a)** 10,6 N
    **b)** 10,6 N
25. 5,60 cm
26. **a)** 25 N/m
    **b)** 18 $m/s^2$
27. **a)** 2,3 ms
    **b)** 26 000
29. 11,5 kN/m
30. **b)** 50 N/m
32. 34 cm
33. 0,11 m
38. 0,581 s
39. 0,30 g
40. **a)** 4,7 s
    **b)** 0,21 Hz
41. 1,5 s
42. 9,4 cm
43. 160 g
44. 1,1 N/m
45. 99,4 cm
46. **a)** 0,15 s
    **b)** 0 s ja 0,31 s
47. **a)** 4,1 kN/m
    **b)** 0,86 Hz
48. 25 N/m
49. **a)** 0,54 s
    **b)** 1,1 s
    **c)** 0,54 s
53. **a)** 0,27 Hz
54. 1,7 m
55. $n \cdot 66$ cm ($n$ = 1, 2, 3, …)
60. **a)** 0,18 Hz
    **b)** 3,8 m/s
62. **a)** 1,0 s, 1,0 Hz
    **b)** 8,5 cm
    **c)** 14 N/m
    **d)** 25 cm.
63. **a)** 0,22 Hz
    **b)** 2,6 m
    **c)** 0,11 s
    **d)** 3,2 s
64. 50,0 s
66. **b)** 9°
68. 0,231
69. 11,7°
70. **a)** 12,3°
    **b)** 6,61°
71. 49,2°
72. 15,1°, 28,5°
73. **a)** 9,3°
    **b)** 14 m/s
74. 56°
75. **a)** 49°
    **b)** 10,0°
76. **a)** 0,23 m/s
    **b)** 7,1 Hz, 0,18 m/s
    **c)** 45°
77. **a)** 34°
    **b)** 0,71 m, 3,1 m,
    **c)** 480 Hz.
78. **a)** 17 min
    **b)** 20 m
    **c)** 7,1 m
79. **a)** 57°
81. 1,67 m
83. **a)** $1{,}86 \cdot 10^8$ m/s
    **b)** 1,33
85. 26°
89. 55°
91. **b)** 1,5
92. 366 nm, $2{,}00 \cdot 10^8$ m/s, 545 THz
93. **a)** $2{,}10 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
    **b)** 1 170 nm
    **c)** $1{,}80 \cdot 10^{14}$ Hz
94. 1,3 cm
95. 37°
96. 39,5°
99. **a)** 34°
100. **a)** 56°
     **b)** 13°
101. 37,8°
102. 1,54
105. 48,8°.
106. **a)** 32°
     **b)** 71 cm, 3,1 m
108. **a)** 42°
109. 2,3 m
110. 14,0°
118. **a)** 7,5 cm, 1,5
     **b)** 1,9 cm, 0,38
     **c)** 33 d, –33 d
120. 10,8 cm
121. –26,5 cm
122. **a)** 3,3 cm
     **b)** 0,67
123. **a)** 1,4 cm
     **b)** 0,71
     **c)** 1,4 cm
124. **a)** 20 cm
     **b)** 1,81 mm
125. 25 cm
126. **b)** 21 cm
     **c)** 5,3 cm
127. **a)** 0,60 m
129. **a)** 3,2 d
     **b)** 1,72 m
132. 82 cm
133. **a)** 16 cm
     **b)** 8,0 cm
134. **b)** 1,9 cm
     **c)** 0,63
135. 18 cm
138. **b)** 0,30 m
140. **a)** 8,0 cm
     **b)** 0,5 kertainen
141. 1,5 m
142. 22,5 cm, 1,25
144. 18 cm, 20,0 cm
145. **a)** 18 cm
     **b)** 0,98 cm
157. **a)** $\lambda/4$
158. **b)** $3\lambda/4$
     **c)** $\lambda/8$

**165.** 30°
**166.** 14°
**167.** 9,3 µm
**172.** 7
**173.** 64 µm
**174.** **b)** 0,17°
**175.** **a)** 2,93 µm,
**b)** 25,9°
**181.** 59,9°
**184.** 54°
**187.** 3,88°
**188.** **a)** 0,25 lx
**b)** 4,0 cd
**189.** 50,3 cd
**190.** **b)** 9 lx
**191.** **a)** 32 000 lx
**b)** 8 000 lx
**c)** 12,8 lx
**197.** **b)** 33,5°
**198.** 53,6°
**201.** **a)** 53,1°
**b)** 52,6°
**202.** 1,52
**203.** 56,7°
**204.** **b)** 239
**205.** **a)** 35°
**b)** 1,43, $2{,}1 \cdot 10^8$ m/s
**206.** **b)** 113 m
**207.** **a)** 53,1°
**b)** 12,6°
**209.** **b)** 168 cm, 84 cm, 56 cm
**210.** 5, 26,2 cm
**211.** 660 m/s
**212.** b) 2,3 m
**213.** **b)** 4 solmua, 3,5 kupua
**d)** 1,1 m
**215.** 3,6 m/s
**216.** 60 cm
**217.** 880 Hz, 1 320 Hz, 1 760 Hz, 2 200 Hz
**218.** 290 Hz
**219.** 135 Hz
**220.** 0,21 m/s
**221.** 4,8 kN
**222.** **b)** 82,5 Hz
**c)** 96 m/s
**225.** 39 cm
**226.** **a)** 220 Hz
**b)** 440 Hz, 650 Hz
**230.** **a)** 537 Hz
**233.** 946 Hz
**234.** 3,4 mm
**235.** **a)** 537 Hz
**b)** 513 Hz.
**236.** **b)** 340 m/s
**237.** **a)** 20,1 cm
**b)** 428 Hz
**238.** 19,3 m/s
**239.** 9,37 m/s
**244.** **a)** 0,11 mm
**b)** 0,52 mm
**247.** 65 dB
**248.** 1/100
**250.** 62 dB
**251.** **a)** 86 dB
**b)** 89 dB
**252.** **a)** 12 mm … 1,3 km
**253.** **c)** 2000-kertainen
**259.** **a)** 33,8 m/s
**b)** 2,0 Hz
**260.** 29 N
**261.** **a)** 75 N/m
**b)** 6,5 cm
**c)** 1,7 m/s$^2$
**262.** **a)** 8,2 cm
**b)** 16,5 cm, 21 N/m
**c)** 4,1 cm, 85 N/m
**263.** **a)** 250 N/m
**b)** 0,27 s
**264.** 35 cm
**265.** **a)** 4,2 m/s$^2$ , 9,81 m/s$^2$
**b)** 0,60 s
**266.** **a)** 0,12 s
**b)** 1,5 m
**c)** 0,059 s
**d)** 4,4 s
**269.** **a)** 51°
**b)** 35°
**272.** **a)** 48,5°
**b)** 440 nm
**273.** **b)** 3,9°
**274.** 1,4 m
**275.** 442 nm
**277.** **a)** 1,5 cm
**b)** 1,5
**278.** 24 cm, 0,40
**279.** 16 cm
**281.** **b)** 4,8 cm
**283.** **a)** 0,57 m
**b)** 1,5
**c)** 0,5
**284.** 20°
**285.** 0,013°
**286.** **b)** 9
**287.** **a)** 7,4 µm, 140 rakoa/mm
**b)** 0,063 mm
**289.** 1,2 m
**290.** 27 cd
**291.** 150 lx
**293.** 56,15°
**295.** **a)** 440 Hz
**b)** $f_n = n \cdot 440$ Hz
**297.** 19 cm
**298.** 327 m/s
**300.** **a)** 150 dB
**b)** 0,05 W
**301.** 93 dB

# Hakemisto


## A

aallon harja 6
aallonpituus 9
aallon pohja 6
aalto 6, 9, 34
aaltolähde 6
aaltoliike 6, 35
aaltoliikkeen nopeus 10
aaltoliikkeen perusyhtälö 10
aalto-opillisesti harva aine 62
aaltorintama 43
absorboida 7
absorboituminen 114
addiktiivinen eli yhdistelevä värijärjestelmä 116
amplitudi 9, 18

## B

Brewsterin laki 125

## C

CMYK-järjestelmää 116

## D

desibeli 147
diffraktio 102, 113
dioptrialuku 74
dispersio 113
Dopplerin ilmiö 139

## E

energia 6, 7
ensimmäinen yläväräht ely 130
erityinen valonsäde 71

## F

fotometri 117

## G

geometrinen optiikka 70

## H

hajottava peili 85
harmoninen värähdysliike 26
harmoninen voima 20, 26
harmoninen ylätaajuus 131
heijastuminen 43, 52
heijastumislaki 44
heijastushila 106
heijastuskulma 44, 52
heikentävä eli destruktiivinen interferenssi 93
heiluri 27
hila 106
hilavakio 106
homogeeninen aine 52
huojunta 138
huojuntataajuus 138
Huygensin periaate 94

## I

infraääni 148
intensiteetti 112, 146
interferenssi 92, 104, 106, 130, 138
interferenssiyhtälö 105

## J

jakso 9
jaksonaika 9, 18, 26, 36
jousi 18
jousivakio 19
jousivoima 19

## K

kaarevuuskeskipiste 70, 82
kaarevuussäde 82
kaasu 8, 43
kaiku 44
kaikukoppa 137
kaikuluotain 44
kaksoisrako 104
kangastus 64
kiihtyvyys 28
kiinteä aine 8, 43
koherentti 103
kokoava peili 85
kokonaisheijastava prisma 65
kokonaisheijastus 62
kokonaispoikkeama 55
kokonaisvoima 18, 28
kovera linssi 71, 73
kovera peili 82, 84
kupera linssi 71, 72
kupera peili 82, 84
kupu 129
kuuloalue 146
kuulokynnys 147
kuuluvuustaso 148
kuvausyhtälö 74, 85
kytketty heiluri 34
kytketty värähtelijä 34

## L

läpäisyhila 106

## M

matkaero 94
mekaaninen aaltoliike 7
melu 149
monokromaattinen 103

## N

neste 8, 43
nopeus 28

## O

ominaistaajuus 36, 131, 136
ominaisvärähtely 36
optinen kuitu 65
optinen tiheys 53

## P

pääakseli 70
pallopeili 82
pallopoikkeama 86
peilien kuvausyhtälö 85
peili- ja linssisysteemit 85
perustaajuus 130
perusvärähtely 130
pitkittäinen aalto 12
pitkittäinen aaltoliike 8, 34
poikittainen aalto 12
poikittainen aaltoliike 8, 34
polarisaatiotaso 123
polarisaattori 124
polarisoitunut valo 123
polttopiste 71, 82
polttoväli 71, 74, 82
prisma 55
pulssi 8

## R

rajapinta 43, 45
rata 28
resonanssi 36, 137
RGB-järjestelmä 116

## S

säde 43, 52, 62, 84
sädemalli 70
sädeoptiikka 70
sähkömagneettinen aaltoliike 7
seisova aaltoliike 129
silmä 75
siniaalto 9
siroaminen 114
Snellin laki 54
solmu 129
spektri 112
subraktiivinen eli vähentävä järjestelmä 116

## T

taajuus 9
taipuminen 102
taitekerroin 53
taitekulma 46
taitesuhde 46, 54
taittovoimakkuus 74
taittuminen 43, 45
taittumislaki 46, 54
tasapainoasema 9, 18
tasoaalto 11
tasopeili 82
todellinen kuva 72
Tsunami 12
tulokulma 44, 46, 52

## U

ultraääni 149
ultraviolettisäteily 118

## V

vahvistava eli konstruktiivinen interferenssi 93
vaihe 27, 94
vaihe-ero 94
valaistussuure 117
valaistusvoimakkuus 117
vale-esine 85
valekuva 72, 73, 82
valepolttopiste 71
väliaine 6, 53
valkoinen valo 112
valo 7, 10, 52, 62, 103, 112
valovoima 117
värähdys 7, 9
värähdysliike 6, 18
värähtelijä 28
varjo 52
vastaanotin 6
viivasuurennos 74, 85

## Y

yhdensuuntaissiirtymä 55
ylätaajuus 130

## Ä

äänekkyystaso 148
äänen intensiteettitaso 147
äänen nopeus 145
äänen spektri 145
äänes 145
ääni 10, 35, 62, 136

## Physica 3 kuvalähteet:

| | |
|---|---|
| kansi: | yläkuva: William Radcliffe/Science Faction/Corbis/ Suomen kuvapalvelu alakuva: Taro Yamada/ Corbis/Suomen kuvapalvelu |
| s. 6 ylh. | Pentti Sormunen/ kuvatoimisto Vastavalo |
| s. 6 alh. vas. | Buzz Pictures/Alamy/ Alloverpress |
| s. 7 ylh. | David Ducros/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 7 alh. vas. | Andrew Lambert Photography/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 7 alh. 2.vas. | Ian Hooton /SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 7 alh. 2.oik. | Brandy Sites/ Panthermedia |
| s. 7 alh. oik. | Einur Amikishiyev/ Panthermedia |
| s. 7 kesk. oik. | Anita Kokkila/Sanoma Pro Oy |
| s. 8 | Timo Suvanto |
| s. 10 kesk. vas. | Artur Bogacki/ Panthermedia |
| s. 10 kesk. oik. | Arpad Radoczy/ Panthermedia |
| s. 10 alh. vas. | Harald Klinge/ Panthermedia |
| s. 10 alh. oik. | Tuomas Heinonen/ Plugi |
| s. 11 | Sanoma Pro Oy |
| s. 12 alh. vas. | Mainichi Shimbun/ Reuters/Lehtikuva |
| s. 12 alh. oik. | David Gysel/Alamy/ Alloverpress |
| s. 16 | Juba |
| s. 18 kesk. | Timo Suvanto |
| s. 18 ylh. | Gustoimages/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 20 | Timo Suvanto |
| s. 21 | Timo Suvanto |
| s. 25 | Timo Suvanto |
| s. 26 | Tono Balaguer/ Panthermedia |
| s. 27 | Timo Suvanto |
| s. 28 | Timo Suvanto |
| s. 32 | Sanoma Pro Oy |
| s. 34 | Timo Suvanto |
| s. 35 | Andriy Dykun/ Panthermedia |
| s. 36 ylh. vas. | Derya Cakirsoy/ Panthermedia |
| s. 36 kesk. vas. | Mika/Corbis/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 36 alh. oik. | Timo Suvanto |
| s. 37 kesk. vas. | Mika Heittola/Plugi |
| s. 37 kesk. oik. | Library of Congress/ SPL/Suomen kuvapalvelu |
| s. 38 | Sanoma Pro Oy |
| s. 41 | Timo Suvanto |
| s. 42 | Margalida Lópe/ Panthermedia |
| s. 43 ylh. vas. | Sanoma Pro Oy |
| s. 43 alh. vas. | Ziga Camernik/ Panthermedia |
| s. 44 ylh. | Dan Dunkley/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 44 alh. | Timo Suvanto |
| s. 45 alh. | Colourbox |
| s. 45 ylh. | Timo Suvanto |
| s. 51 | Ivan Mikhaylov/ Panthermedia |
| s. 53 ylh. vas. | Colourbox |
| s. 53 alh. kesk. | Mika-Pekka Markkanen/ Sanoma Pro Oy |
| s. 53 alh. oik. | kuvatoimisto Vastavalo |
| s. 54 | Timo Suvanto |
| s. 55 ylh. | Andrew Lambert Photography/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 55 alh. | Timo Suvanto |
| s. 61 | Timo Suvanto |
| s. 62 | Panthermedia |
| s. 63 | Timo Suvanto |
| s. 64 kesk. | Pekka Parviainen/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 64 alh. | D. Levesque/ Publiphoto Diffusion/ SPL/Suomen kuvapalvelu |
| s. 65 | Colourbox |
| s. 67 | Alexis Rosenfeld/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 68 | Markus Juvonen |
| s. 70 ylh. | Bridgeman Art Library/Suomen kuvapalvelu |
| s. 70 kesk. | Lehtikuva |
| s. 74 | Timo Suvanto |
| s. 78 | Mark M. Lawrence/ Corbis/Suomen kuvapalvelu |
| s. 80 | Timo Suvanto |
| s. 83 ylh. | Timo Suvanto |
| s. 83 alh. | Markus Juvonen |
| s. 86 kesk. | Dennis Gilbert/ View/Corbis/Suomen kuvapalvelu |
| s. 86 alh. | Markus Juvonen |
| s. 88 | Jari Kurvinen/ kuvatoimisto Vastavalo |
| s. 90 alh. vas. | Timo Suvanto |
| s. 90 alh. kesk. | Colourbox |
| s. 90 alh. oik. | Timo Suvanto |
| s. 92 ylh. vas. | Gary John Norman/ Image Source/Corbis/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 92 alh. oik. | Sanoma Pro Oy |
| s. 94 | Rich Reid Photography/Corbis/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 96 | Timo Suvanto |
| s. 102 ylh. | Timo Suvanto |
| s. 102 alh. kesk. | ESA/Eurimage/SPL/ Suopmen kuvapalvelu |
| s. 103 | Timo Suvanto |
| s. 104 | Timo Suvanto |
| s. 105 | Timo Suvanto |
| s. 106 ylh. | Colourbox |
| s. 106 alh. | Anita Kokkila/Sanoma Pro Oy |
| s. 107 | Tim Zurowski/All Canada Photos/Corbis/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 108 | Timo Suvanto |
| s. 111 | Timo Suvanto |
| s. 112 | Timo Suvanto |
| s. 113 | Timo Suvanto |
| s. 114 ylh. | Anita Kokkila |
| s. 114 alh. vas. | Colourbox |
| s. 114 alh. oik. | Kari Hirvo/ Sanoma Pro Oy |
| s. 116 ylh. | Roope Permanto/ Sanoma Pro Oy |

| | |
|---|---|
| s. 116 alh. | Timo Suvanto |
| s. 117 | Timo Suvanto |
| s. 118 kesk. | Sanoma Pro Oy |
| s. 118 alh. | Boris Zerwann/ Panthermedia |
| s. 123 | Toivo Utriainen |
| s. 124 | Timo Suvanto |
| s. 125 | Pasieka/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 129 | Timo Suvanto |
| s. 129 alh. | Sanoma Pro Oy |
| s. 130 | Derya Cakirsoy/ Panthermedia |
| s. 131 | Teed Kinsman/ Science Source/ Photoresearchers/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 132 | Andrew Lambert Photography/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 135 | Colourbox |
| s. 136 | Minna Eriksson/ Sanoma Pro Oy |
| s. 137 alh. vas. | Mike Kemp/Tetra Images/Corbis/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 137 alh. oik. | Timo Suvanto |
| s. 138 ylh. | Anita Kokkila |
| s. 138 alh. | Colourbox |
| s. 140 | US Department of Defence/SPL/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 143 | Hybrid Images/ Cultura/Corbis/ Suomen kuvapalvelu |
| s. 147 | Sanoma Pro Oy |
| s. 148 ylh. | Colourbox |
| s. 148 alh. | Juha Taskinen/ Lehtikuva |
| s. 149 | Patricia Hofmeester/ Panthermedia |
| s. 150 | Jeremy Woodhouse/ Blend Images/Corbis/ Suomen kuvapalvelu |